

Le classeur de mathématiques : une mémoire vive

Apprentissages au cycle III

Savoirs privés, savoirs publics - formation des concepts - mémoire sémantique - stockage et traitement de l'information - référentiel - outil conceptuel - démarche structurante - méthodologie d'apprentissage...

Nous sommes à la périphérie semi-rurale de l'agglomération clermontoise (63) dans la classe de Michel Maubert, au cycle III, avec 30 élèves, partagés équitablement entre CM1 (15) et CM2 (15).

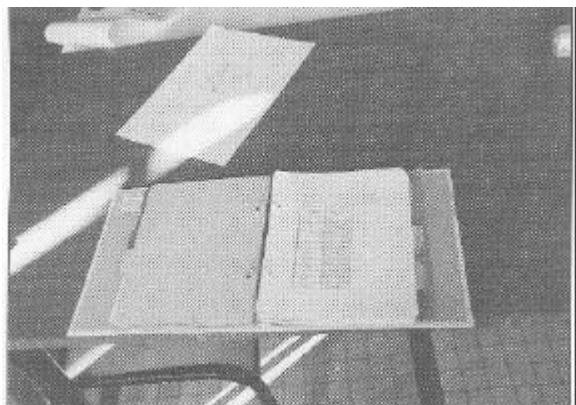
Dans cette classe de « type Freinet », les enfants, avec l'aide du maître, élaborent collectivement, à partir de leurs découvertes dans l'environnement, de recherches diverses ou de travaux individualisés avec des fichiers PEMF, un classeur mathématique individuel, véritable mémoire vivante des vécus quotidiens.

Pourquoi et comment réalisent-ils cet outil ?

Quels en sont les intérêts et les limites ?

En quoi cette pratique favorise-t-elle les apprentissages mathématiques ?

Nous avons demandé à Michel de nous décrire comment il organise la construction des savoirs à partir d'une situation - problème : « le partage des tartes après la fête patronale ».



Sommaire :

1. Pourquoi un tel classeur de mathématiques ?

- 1.1. Des difficultés d'exploitation
- 1.2. Quels objectifs et quelles fonctions pour cet outil ?

2. Une démarche similaire à celle des « méthodes naturelles d'apprentissage »

- 2.1. L'ouverture du classeur à partir d'une situation - problème.
 - 2.1.1. La situation : présentation et exploitation
 - 2.1.2. Le savoir élaboré
 - 2.1.3. Où placer ce savoir élaboré ?
- 2.2. Les origines de ces savoirs
- 2.3. En quoi est-ce un outil conceptuel ?
- 2.4. La socialisation des savoirs

3. Pour conclure...

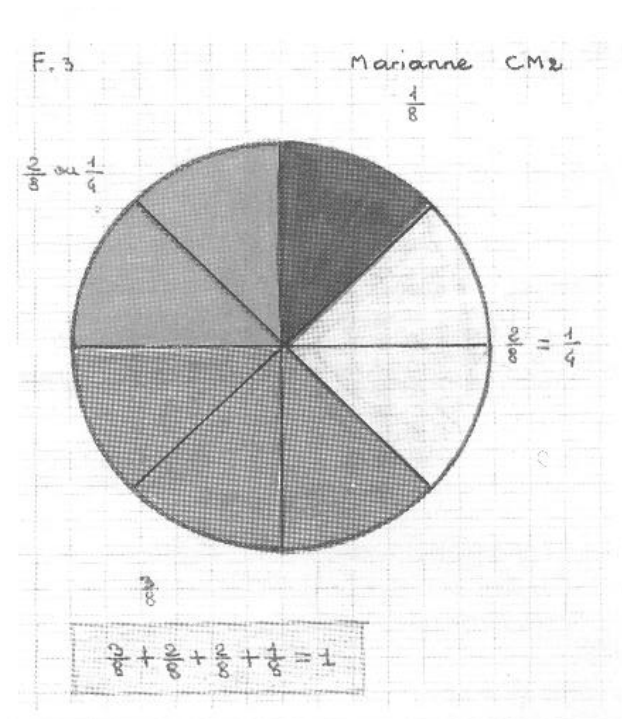
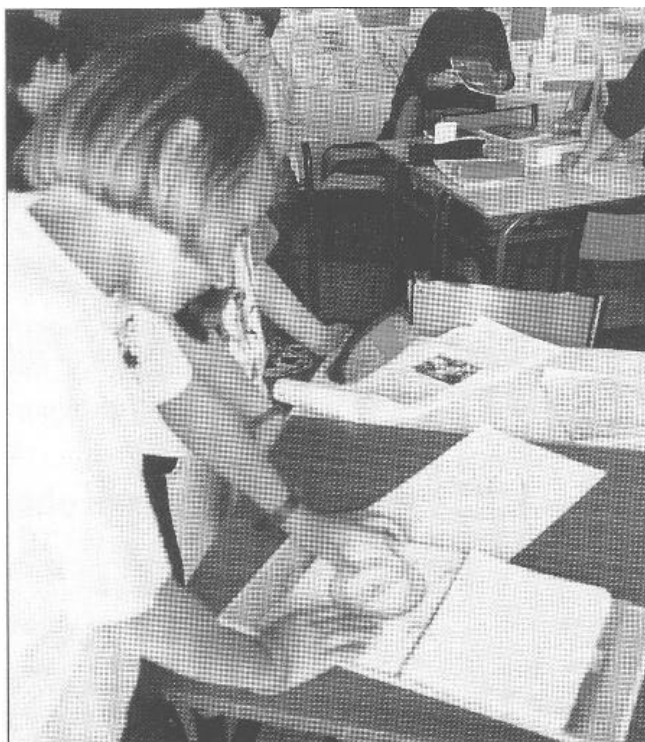
1. Pourquoi un tel classeur de mathématiques ?

1.1. Des difficultés d'exploitation

« Il m'était difficile, ces dernières années, face à la multitude des situations apportées par les enfants ou circonstancielles, de capter, conserver, exploiter ce spontané, de façon quotidienne efficace.

J'avais besoin d'un outil de gestion plus fonctionnel, d'une mémoire à long terme au-delà des plans de travail hebdomadaires ou mensuels. Progressivement, en moi, est née l'idée de procéder à un stockage de « savoirs simples » par rapport à la complexité des situations interactives d'une grande richesse conceptuelle. »

Des savoirs élaborés devenant publics

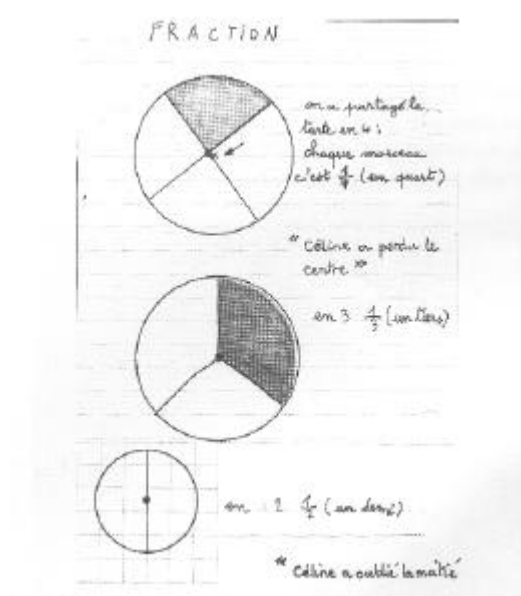


Document n°11 : Premières approches du calcul fractionnaire : comparaison et addition.

Document n°8 : rassemblement d'exemples.



Document n°12 : CMI, fiche-synthèse en copurs d'élaboration avant remédiation.



1.2. Quels objectifs et quelles fonctions pour cet outil ?

Voici les objectifs ou les fonctions essentielles attribuées à ce classeur :

-fixer des concepts du programme officiel de ce cycle auxquels les enfants peuvent se reporter à tout instant,

-ne pas faire du contenu un recueil d'essais personnels, avec recherches, erreurs, inachèvements, mais...

Document n°1 : Un epremière liste des rubriques du classeur

N – NUMERATION

N.1 LES GRANDS NOMBRES
N.2 DECOMPOSITIONS
N.3 MULTIPLES
N.4 NOMBRES PREMIERS
N.5 NOMBRES DECIMAUX

F- FRACTIONS

P – PUISSANCES

MES – MESURES
MES. L LONGUEURS
MES. M POIDS-MASSA
MES. C CAPACITE
MES. A ANGLES
MES. T TEMPS DUREE
MES. V VITESSE

T – TABLEAU

G – GRAPHIQUE

F – FACTURES

PRO – PROPORTIONNALITE

E- ECHELLE

POUR – POURCENTAGE

POL – POLYGONE

POL. 1 POLYGONES QUELCONQUES
POL.2 POLYGONES REGULIERS
POL.3 TRIANGLES
POL.4 QUADRILATERES
POL.5 CERCLE-DISQUE

SOL – SOLIDE

SOL.1 PAVE
SOL.2 PRISME
SOL.3 PYRAMIDE
SOL.4 CYLINDRE
SOL.5 CONE
SOL.6 POLYEDRE

SYM - SYMETRIE

-stocker des informations mathématiques, élaborées collectivement, souvent partielles, mais toujours exactes : écrits, schémas ou symbolisations... pour en favoriser la mémorisation,

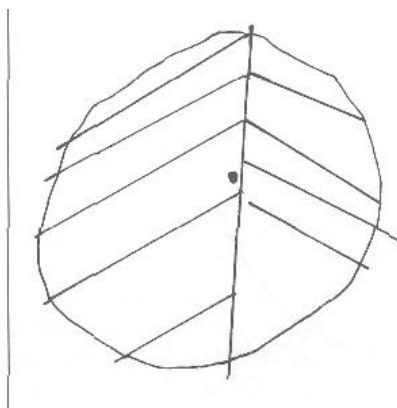
-classer et structurer ces informations en cours de formalisation afin de favoriser le passage d'un savoir privé à un savoir semi-privé ou un savoir public,

-construire un référentiel mathématique auquel on aura recours pour des « feed-back », des synthèses, pour traiter de nouvelles situations-problèmes, dans une démarche analogique ou comparative,

-se différencier d'un manuel scolaire apportant de manière linéaire et fixe : une situation-exemple, un résumé et des exercices d'application répétitifs, ce qui ne doit pas exclure pour cela l'utilisation d'un document extrait d'un tel ouvrage.

En effet, il s'agit d'un recueil de savoirs progressivement construits dans le temps, par approximations successives, souvent à partir de situations vécues, donc intériorisées. En outre, il doit être un référentiel ouvert, avec des rubriques modifiables, évolutives qui constituent une liste de repères conceptuels importants pour les

Document n°2 : Les premières tentatives de Stéphanie



enfants.(Document n°1)

2. Une démarche similaire à celle des « méthodes naturelles d'apprentissage »

2.1. L'ouverture du classeur à partir de la situation-problème

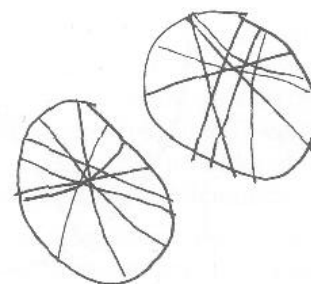
2.1.1. la situation : présentation et exploitation

* 1re phase : l'entretien

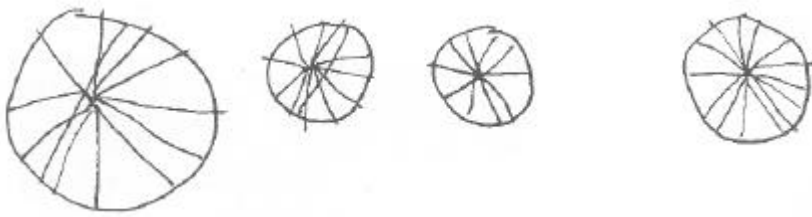
Au moment de l'entretien quotidien, la fête du village revient à l'ordre du jour. Réalité gastronomique oblige ! Trente-cinq tartes restantes, cuites au four à pain, sont offertes par le comité de fêtes pour le goûter des enfants. Un régal en perspective !...

* 2 ème phase :

David et Laetitia, responsables ce jour du goûter, procèdent au partage.



Document n°3 : Les tâtonnements de Daniel où apparaissent le centre et le rayon



*** 3 ème phase :**

Distribution des morceaux de tartes et émergence des contestations, face à l'inégalité des parts. Intervention du maître qui propose à tous la recherche d'une procédure pour obtenir des parts égales.

*** 4 ème phase :**

Recherches tâtonnées individuelles, un peu au hasard pour les enfants du CM1, plus organisées, par contre, avec compas et rapporteur, pour ceux du CM2 qui réinvestissent leurs acquis. (Document n°2)

Des échecs (parts encore inégales), des confrontations spontanées, des tentatives d'imitation, naît alors une hypothèse prometteuse : « Il faut partir du centre de la tarte, chez nous on fait toujours comme ça. » (Document n°3)

*** 5 ème phase :**

Les camarades du CM2 conseillent l'usage du compas : « comme la tarte est ronde... ». A partir de l'hypothèse et de cette suggestion, les enfants du CM1 entreprennent des essais individuels : traçage du cercle au compas, de son centre, de rayons. Des difficultés subsistent cependant : perte du centre, arcs de cercle inégaux... (Document n°4)

*** 6 ème phase :**

Le débat général de la classe entière permet au groupe CM2 d'apporter ses connaissances aux autres : « Nous, on sait le faire avec un rapporteur ! ». Ils calculent alors diverses mesures d'angles, en fonction du nombre de parts n : $360^\circ / n =$ (Document n°5) et présentent leurs constructions plus précises (Document n°6).

Document n°5 : Tableau de la mesure des angles en fonction du nombre de parts et aussi exemple de non-proportionnalité $xy=360$ puis liste de diviseurs de 360 (encore incomplète)

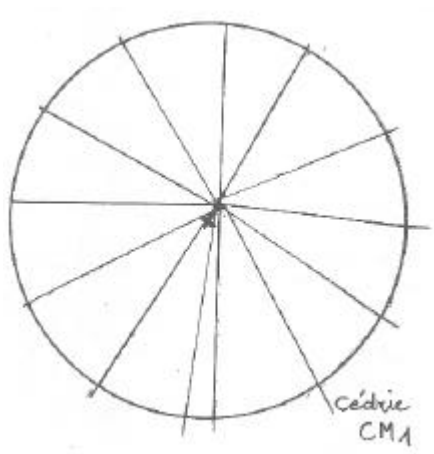
Mes. A3, CM2 Le tour

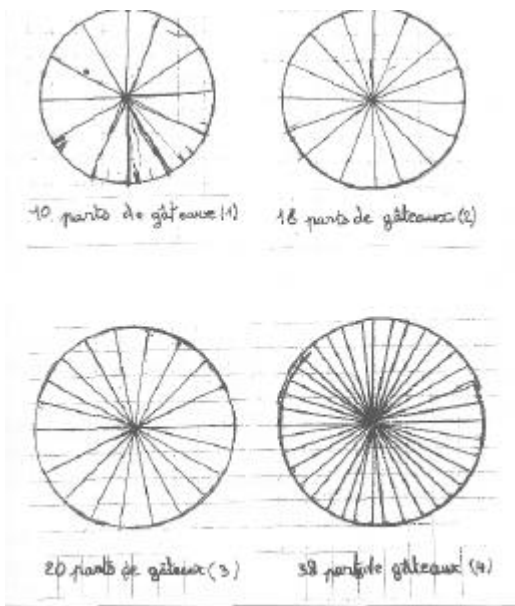
Le tour du cercle mesure 360°

Quand on partage une tarte en :

nombre de part	Degrés
1 → 360 : 1 =	360
2 → 360 : 2 =	180
3 → 360 : 3 =	120
4 → 360 : 4 =	90
5 → 360 : 5 =	72
6 → 360 : 6 =	60
9 → 360 : 9 =	40
10 → 360 : 10 =	36
12 → 360 : 12 =	30
18 → 360 : 18 =	20
20 → 360 : 20 =	18
36 → 360 : 36 =	10
360 → 360 : 360 =	1

Document n°4 : Cédric a perdu le centre

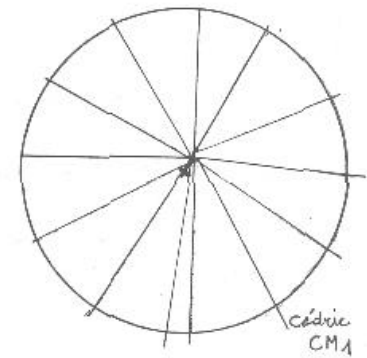




Document n°7 : Les divisions successives d'Adrien (on remarque les progrès dans ces approximations).

* 7ème phase :

A l'issue de ce débat, les enfants du CM1, guidés par ceux du CM2 servant de moniteurs, essaient diverses divisions en 2, en 4, en 8, en 10 etc...Cependant, ne sachant pas utiliser le rapporteur, ils produisent des constructions encore approximatives. En reportant des points sur le cercle, déterminant ainsi des arcs à partir d'un « écart » (la corde) indiqué par leurs aînés, ils cherchent à reproduire la division obtenue au rapporteur. (Document n°7)



Document n°6 : Au CM2, division affinée au rapporteur

2.1.2. le savoir élaboré

Les résultats de ces recherches, après élagage, sont mis en forme collectivement selon les situations :

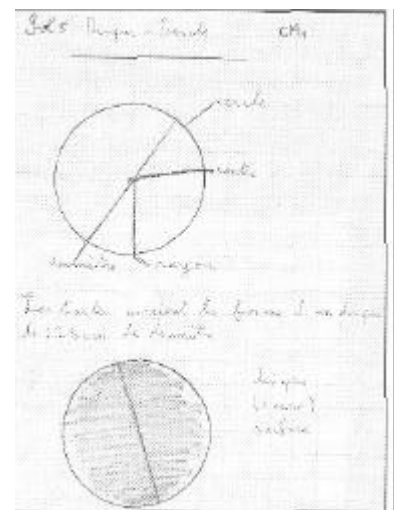
-soit un rassemblement d'exemples divers (cas des fractions : document n°8 page 4),

-soit une figure géométrique légendée montrant les « attributs » du concept (cas du cercle : document n°9),

-soit encore un texte court, une symbolisation, une procédure de calcul, une construction géométrique, un dessin à l'échelle...(Document n°10)

Cette formalisation provisoire d'un savoir permet à chacun de réaliser sa fiche - synthèse, mise au propre, pour être conservée, adaptée à la rubrique dans laquelle elle sera classée. Ainsi, l'exemple du partage de la tarte a donné lieu à des fiches sur le cercle et le disque, les fractions, la mesure des angles et le calcul fractionnaire.

Ce savoir peut être différencié selon le niveau des connaissances. Par exemple, les enfants du CM2, ont élaboré, au-delà de la division du cercle, la comparaison de fractions

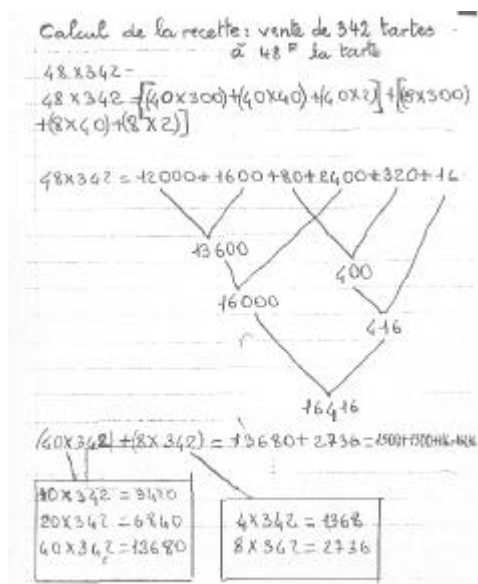


Document n°9 : Cercles et disque, quelques attributs... rencontrés

équivalentes : $2 / 8 = 1 / 4$ et l'addition de fractions, ouvrant la voie du calcul fractionnaire.(Document n°11 page 4)

De plus, la réalisation d'une fiche-synthèse donne lieu à une phase importante de personnalisation des apprentissages pour chaque enfant. En effet, on peut contrôler celle-ci individuellement, évaluer, repérer des erreurs comme le centre du cercle perdu par Céline (Document n°12) et procéder alors à une remédiation différenciée.

Il faut ajouter que l'exploitation d'une situation est très variable avant la mise au point d'une



Document n°10 : Découverte et stockage de procédures de calcul semi-mental.

Document n°10 : Découverte et stockage de procédures de calcul semi-mental.

fiche-synthèse. Elle peut être longue ou très brève dans le cas d'un savoir formel immédiat.

On recueille aussi en réserve des situations-problèmes qui ne sont pas exploitées immédiatement pour diverses raisons, comme l'exemple du « bousset » apporté par un enfant en cette période des vendanges (Document n°13).

2.1.3. où placer ce savoir élaboré ?

Comme il a été dit au début, à propos des objectifs et des fonctions de ce classeur, les enfants disposent individuellement d'un planning des rubriques afin de les aider à classer leurs futures fiches-synthèses. Cette activité de classement est essentiellement autonome. En observant la liste mémorisée automatiquement d'ailleurs par la manipulation quotidienne du classeur, ils n'ont pas de difficulté à classer. En effet, le vocabulaire employé induit le choix de la rubrique (cercle par exemple) ou bien ils raisonnent par analogie, cherchant les ressemblances : « c'est comme... ». Dans cette situation du partage des tartes, ils ont trouvé seuls trois rubriques concernées :

cercle - mesure des angles - fractions.

Cette liste des rubriques n'est donc jamais close ni définitive ; après une première mouture distribuée à la rentrée, d'autres viendront s'ajouter, modifier ou affiner cette classification, faisant de ce classeur un **outil de référence** ouvert, fixant aussi aux enfants des **repères** importants qui les aident à mémoriser et structurer la connaissance.

Il faut préciser que ce classeur commencé au CM1, est purgé avec les enfants entrant au CM2 afin d'éliminer ce qui est devenu inutile ou dépassé par un savoir plus formel. Ceux-ci disposent alors d'une **mémoire auxiliaire collective et personnelle** qui fonctionne comme une « **Mémoire Vive** », révisable et reprogrammable, manipulée quotidiennement par eux.

Le fonctionnement de cet outil répond donc bien aux difficultés d'organisation constatées les années précédentes et aux objectifs visés pour y remédier. Cependant, une difficulté demeure dans le contexte scolaire actuel : le temps passé à son élaboration.

Mais est-ce du temps perdu pour le présent et l'avenir des enfants ?

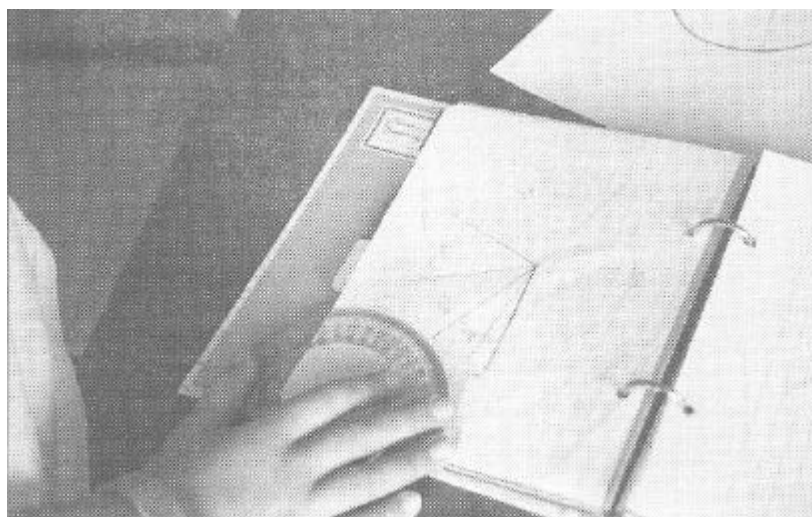
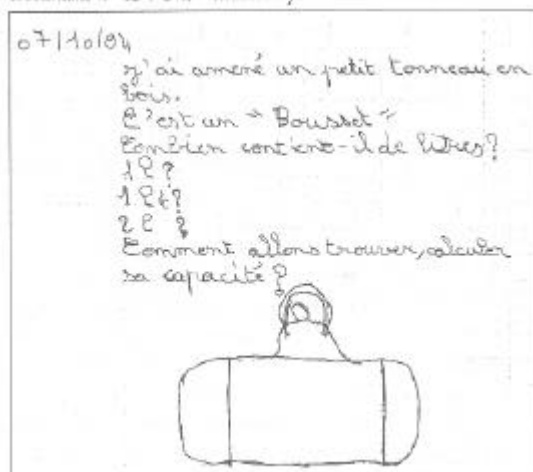
2.2. Les origines de ces savoirs

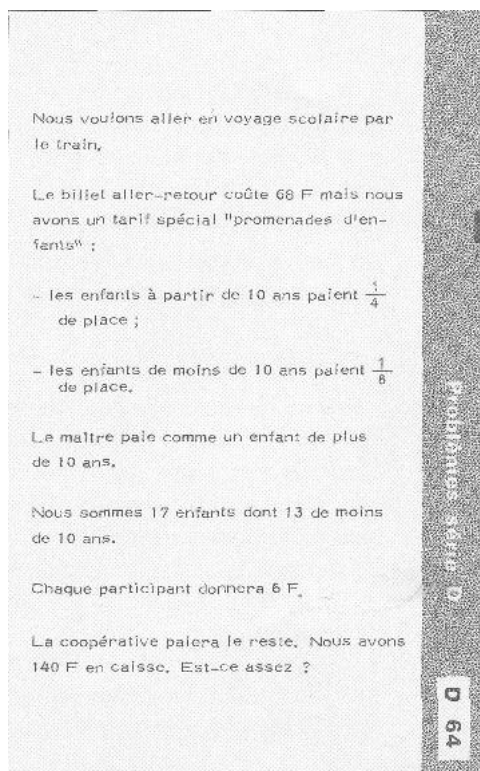
Diverses et souvent interactives, les situations d'apprentissages peuvent naître :

- des apports spontanés, d'événements inattendus (cas des tartes), issus de la vie quotidienne, de l'environnement des enfants,
- des questionnements au cours d'autres activités, débats ou réunions coopératives,
- de recherches créatives, inventions diverses ou encore des échanges avec les correspondants.

Elles naissent aussi du « travail individualisé » à l'aide des fichiers PEMF existants, mis à la disposition des enfants, en particulier du fichier-problème, des livrets de mathématiques, du fichier FTC (1), (Documents n°14 et n°15), qui deviennent alors outils incitateurs de recherches plus personnalisées.

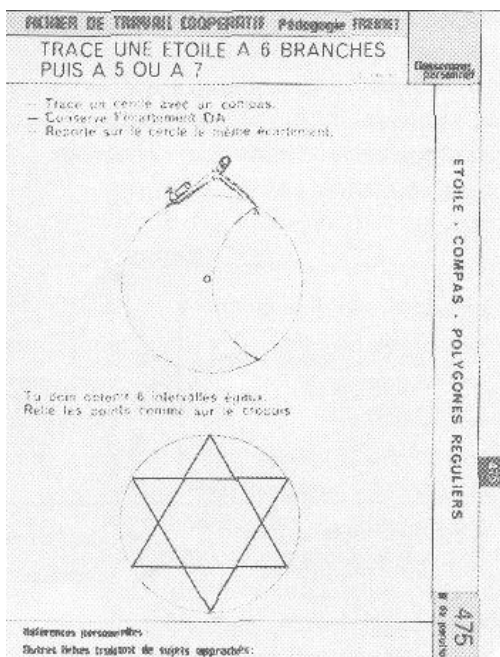
Document n° 13 : Une « situation problème » en réserve





Document n°14 : Une fiche-problème utilisée en atelier

Document n°15 : Une fiche-guide de travail individualisé utilisé en atelier



Ainsi, quotidiennement des groupes de deux ou trois enfants effectuent, en atelier mathématique, des travaux à l'aide de fiches choisies par le maître, en adéquation avec les niveaux et les besoins identifiés de chacun. Les résultats, présentés au groupe-classe, permettent d'élaborer une synthèse, un savoir qui s'intègre au classeur.

2.3. En quoi est - ce un outil conceptuel ?

Nous découvrons là les intérêts majeurs d'une telle démarche.

Les diverses rubriques permettent de classer des « savoirs simples », élaborés sur des situations variées. Ces savoirs-là, accumulés, résultent d'une démarche comparative fondée sur un raisonnement analogique. En effet, les enfants recherchent ressemblances et différences qui permettent de classer ; cette activité mentale, structurante pour le cerveau, favorise progressivement l'émergence des critères ou attributs des concepts approchés et l'activation des mémoires spécifiques dont nous parlerons plus loin. Il s'agit bien là d'une conceptualisation, comme dans l'apprentissage de la lecture, de l'orthographe-grammaire, par « la méthode naturelle ». D'ailleurs, les procédures sont tout à fait semblables dans l'apprentissage de la langue (2).

Nombreuses « situations-problèmes », pour ne pas dire la plupart, sont polyconceptuelles. L'exemple banal du partage des tartes, particulièrement significatif, ouvre des voies conceptuelles très diverses. Dans ce cas précis, ont été approchés dès la rentrée quelques attributs de certains concepts :

- cercle et disque avec le centre, le diamètre, le rayon, des arcs

- angles au centre, mesure de ces angles

- fractions et calcul fractionnaire.

Recueillis et classés, ils seront retrouvés ultérieurement dans d'autres situations.

De nombreuses recherches en psychologie cognitive comme celles de J. Bruner, Britt Mari Barth, ou encore celles du canadien Endel Tulving auxquelles fait allusion Alain Lieury dans deux récents articles (6), (7), pour ne citer que celles-ci, confirment que la construction des concepts, dans tous les apprentissages, n'est pas linéaire, ni immédiate, ni définitive à un moment donné, mais qu'elle repose sur une multitude d'exemples (3), qu'elle procède par mécanisme d'inférence pour élaborer une loi ou une règle selon une logique inductive, qu'elle nécessite de « faire du sens » donc implique le fonctionnement de mémoires spécifiques, particulièrement **la mémoire sémantique, la mémoire épisodique**. (Voir encadré page suivante).

Jérôme Bruner distingue deux composantes de l'activité conceptuelle : **la formation des concepts** et **l'acquisition des concepts** (Voir encadré page suivante). Or, l'utilisation de ce classeur met en oeuvre ces deux types d'activité. En effet, en accumulant situations-exemples et savoirs même provisoires « in et hors programme » qui en résultent, dans différentes rubriques, les enfants élaborent du sens et procèdent ainsi à la formation des concepts. L'activité inverse existe aussi : ils peuvent après mises au point et synthèses diverses, introduire dans ces rubriques de nouveaux exemples qui répondent aux divers critères du concept. Cette opération mentale correspond plutôt à une identification des attributs et à leur validation à propos de la

situation explorée, ce que J.Bruner appelle donc l'acquisition des concepts.

Mémoire sémantique et mémoire épisodique

« Certains souvenirs, très stables, sont peu affectés par la variabilité des contextes de récupération. Ce sont des concepts ou des connaissances générales que l'on regroupe sous le nom de mémoire sémantique... A l'inverse, d'autres types de souvenirs, liés à l'expérience personnelle du sujet, sont beaucoup plus flexibles et particulièrement sensibles aux variations contextuelles, Endel Tulving a appelé **mémoire épisodique** ce système de stockage des informations temporellement datées et localisées. (5) »

Si la **mémoire sémantique** (de semios = signe) concernant la construction du sens, sur laquelle repose la compréhension, est fondamentale et incontournable pour l'acquisition des connaissances, comme l'exprime Alain Lieury (6), la mémoire épisodique s'avère nécessaire pour son fonctionnement. « Episodes » signifie ici rencontres, situations-répétitions dans des contextes variés, il ne s'agit pas d'exercices répétitifs, « rabâchés ».

« Les recherches sur la mémoire montrent que les concepts pourraient être des abstractions générées à partir d'épisodes concrets. Par exemple, le mot « bateau » acquiert progressivement la variété de ses propriétés sémantiques à travers les multiples contextes rencontrés...(7)

Et de conclure plus loin :

« En conclusion, la mémoire la plus importante n'est pas la mémoire lexicale (liée à l'apprentissage par coeur) mais la mémoire sémantique (qui concerne le sens d'un terme). L'acquisition de concepts en mémoire sémantique nécessite également des mécanismes de répétition, différents pourtant du « rabâchage ». Il s'agit d'abstraire diverses parcelles de sens au travers de contextes variés. (7) »

Formation des concepts

« Quand quelqu'un décide que tels éléments vont ensemble pour certaines raisons, il a formé un concept, c'est-à-dire qu'il a décidé des critères qui permettent de classer ensemble certaines choses. Il a distingué un certain nombre de similarités et il prend sa décision d'après les ressemblances, sans s'occuper des différences...

... Avec le temps et l'expérience, le concept va se préciser et s'objectiver... La formation d'un concept est une construction progressive qui avance par paliers." (4)

L'acquisition des concepts

« Il ne s'agit plus de chercher un mode de groupement, selon des critères subjectifs, mais d'identifier la combinaison d'attributs selon laquelle un concept est déjà défini... Elle consiste, par opposition à la formation des concepts, à rechercher et valider des attributs qui peuvent servir à distinguer des exemples des non-exemples.(4) »

2.4. La socialisation des savoirs

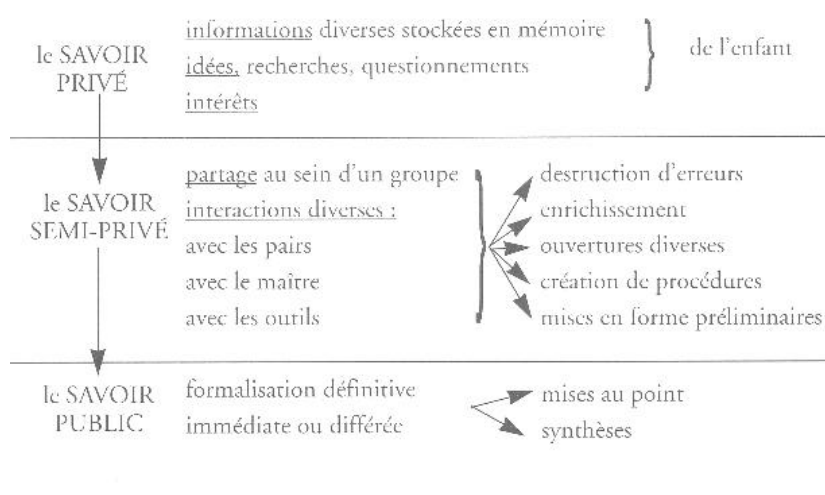
2.4.2. la part du maître selon des modalités complémentaires

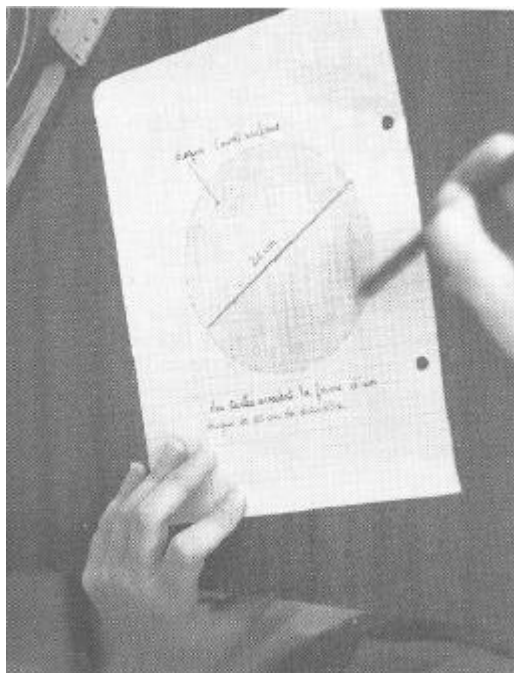
2.4.1. du savoir privé au savoir public

Comme on le voit au début de ce dossier, dans les diverses phases de l'exemple : la division du cercle, nous assistons, dans cette démarche, à une transformation du savoir.

On peut schématiser celle-ci brièvement (voir ci-dessous) :

Dans cette démarche, les interventions de l'adulte s'exercent de manières différentes, selon les circonstances, par une guidance variable auprès de chaque enfant pour capter le spontané, faire émerger les savoirs privés, par des mises au point plus ou moins formelles lorsque l'imprégnation atteint un seuil individuel suffisant permettant à chacun d'intérioriser l'information ou par des synthèses lorsque le stockage de savoirs parcellaires devient assez important.





3. Pour conclure...

Alors ! Traditionnel... ce classeur ?

Cette pratique ne pourrait-elle pas apparaître, à certains, tout à fait semblable à une leçon active classique : exemple traité collectivement avec une guidance plus ou moins forte du maître, résumé de l'essentiel à retenir dans son cahier, exercices d'application ?

Si, au premier abord, des similitudes semblent exister, toute la démarche démontre les différences :

- sources du savoir diversifiées, individualisées puis socialisées apportant exemples et contre-exemples nombreux,

- émergence progressive des attributs conceptuels par assemblages de savoirs parcellaires stockés en mémoire dans le classeur mais aussi dans les mémoires sémantiques et épisodiques du cerveau,

- étalement dans le temps ménageant à la fois les rythmes personnels, les pauses structurantes, les maturations conceptuelles,

- construction de lois, règles, processus de calcul etc... selon une logique inductive pouvant apparaître empirique parfois (8) et qui développe aussi des modes de pensée analogique, inférentielle, déductive ou encore dialectique.

Sans approfondir d'avantage, ici, cette analyse, on comprendra que cette pratique, parmi d'autres, favorise assurément une auto-socio-construction des savoirs plus respectueuse des réalités cérébrales aujourd'hui mieux connues.

C'est au maître de provoquer des activités compensatrices lorsqu'apparaît un manque dans certaines rubriques de ce classeur ou vis à vis de notions prévues au programme.

2.4.3. une coopérative de production

Ainsi, la mise en commun des expériences individuelles, les approches divergentes des « problèmes » apportés, les interventions du maître selon des modalités appropriées et flexibles, dans une solidarité coopérative, créent des interactions sociales structurantes dans la construction des savoirs et les conditions favorables au progrès cognitif. Une telle organisation fait de la classe une véritable coopérative de production de savoirs, stockés dans ce classeur.

Notes :

(1) PEMF : Publications de l'Ecole Moderne Française O6376 Mouans - Sartoux Cedex

Catalogue général 1994 - page 12
- Sont référencés les trois outils cités.

(2) On peut se reporter à ce sujet au n°51 du Nouvel Educateur paru en septembre 1993, dossier « *S'apprendre à écrire - lire par la méthode naturelle de lecture* ».

(3) J et E.Lèmery. *L'acte d'apprendre* (schéma 13 - p.11)- Documents Nouvel Educateur n°235, Avril 92

(4) Britt-Mari Barth. *L'apprentissage de l'abstraction* - Retz. Chap.2

(5) G. Tiberghien. *Psychologie de la mémoire humaine* - Sciences Humaines N°43 Octobre 1994

(6) A. Lieury. *Mémoire et apprentissages* - Nouvel Educateur n°63 - Novembre 1994

(7) A. Lieury. *Améliorer sa mémoire - Mythes et réalité* - Sciences Humaines N°43 Octobre 1994

L'exemple du concept « bateau » est illustré dans l'article du Nouvel Educateur n°63

(8) J. Lecomte. « *Etre intelligent, ce n'est pas seulement réfléchir* » - Rubrique Recherches/Ouverture de ce même numéro du Nouvel Educateur.

Dossier réalisé par E. et J. Lèmery à partir de l'interview de Michel Maubert (Chauriat. 63)