

Le trihexaflexagone

Romain Bernaud
CP Ecole d'Oberentzen

Pour Noël, j'ai proposé à ma classe de CP de réaliser un trihexaflexagone.

Le trihexaflexagone, qu'est-ce que c'est ?

Il existe une famille particulière de polygones : ce sont les polygones qui sont flexibles, c'est-à-dire qu'ils se plient. On les appelle les flexagones, combinaison des mots « flexible » et « polygone ». Le trihexaflexagone fait partie de cette famille.

Le premier préfixe « tri » du mot trihexaflexagone indique qu'en le plaçant d'une certaine manière (annexe 2) et réalisant trois pliages successifs, on obtiendra 3 faces différentes.

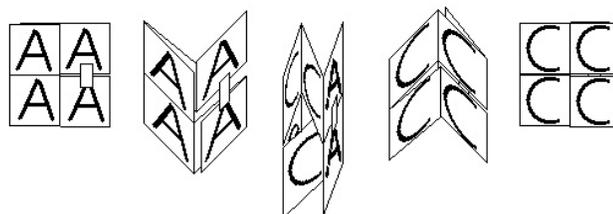
Le deuxième préfixe « hexa » du mot trihexaflexagone indique que le polygone possède 6 côtés.

Le trihexaflexagone est le plus connu de la famille des flexagones. Il est possible de réaliser des tétrahexaflexagones (4 faces, 6 côtés), des hexahexaflexagones (6 faces, 6 côtés), ou même des tritétrahexaflexagones (3 faces, 4 côtés).



un trihexaflexagone

Modèle réalisé l'année dernière par un élève de CP à l'occasion de la fête des mères



un tritétrahexagone

Source de l'image : wikipedia

D'où viennent les flexagones ?

Martin Gardner, spécialiste des mathématiques récréatives, nous raconte dans son ouvrage « Problèmes et divertissements mathématiques tome 1 » paru chez Dunod en 1964 que les flexagones ont été découverts en 1939 par le mathématicien anglais Arthur Harold Stone alors qu'il était étudiant à l'Université de Princeton aux Etats-Unis.

Venant d'Angleterre, celui-ci possédait des classeurs aux dimensions européennes, qui permettaient par conséquent d'archiver des feuilles au format A4 (21 x 29,7 cm). Aux Etats-Unis, il est cependant plus facile de se procurer des feuilles au format US Letter (21,6 x 27,9 cm) qu'au format A4, comme l'a constaté Arthur Stone.

Afin de ranger les feuilles de dimension américaine dans son classeur aux dimensions anglaises, il dut découper les feuilles et obtint ainsi des bandes de papier. Pour s'amuser, il commença à plier ces bandes et obtint au fil de ses manipulations un hexagone qui, non content de présenter classiquement deux faces, pouvait s'ouvrir et dévoiler alors une troisième face.

Avec trois autres étudiants, il commença alors à étudier ces formes flexibles, dits flexagones. Au cours de leurs recherches, l'un réussit ainsi à réaliser un hexaflexagone à 48 faces et les deux autres élaborèrent une théorie mathématique concernant les flexagones mais qui ne fut jamais publiée.

Le concept du flexagone a ensuite été démocratisé auprès du grand public par Martin Gardner dans les années 50, tout d'abord dans la revue Scientific American, puis dans son ouvrage cité ci-dessus.

Réalisation du trihexaflexagone et démarche en classe

Etape 1 – Recherche (séance 1)

J'ai préalablement réalisé un modèle de trihexaflexagone sur lequel les images du thème travaillé sont déjà présentes. En classe, j'ai présenté ce modèle aux élèves, d'abord en leur faisant observer la première face, ensuite en révélant successivement les autres faces, le faisant ainsi fonctionner tel que les élèves le feront également. J'ai ensuite demandé aux élèves de décrire l'objet et de s'exprimer sur ce qu'ils ont vu. La description par les élèves de CP a permis de mettre en évidence des mots tels que « triangle », « hexagone », « flexible », « côté », « face », « successif ». Au cours de la description, il émerge par ailleurs qu'un hexagone est constitué de six triangles. Je n'ai volontairement pas insisté sur les notions de triangles équilatéraux et d'hexagone régulier.

Outre le modèle de flexagone que j'ai présenté, j'avais également réalisé plusieurs modèles sans images, à raison de un pour trois élèves. Les élèves se sont mis par groupe de trois, et chaque groupe a reçu ce modèle vierge. Les deux extrémités de ce modèle ne sont fixées que par un léger point de colle afin de faciliter la suite de l'activité. Chaque élève reçoit également la base 2 (annexe 1) dont il doit découper le contour.

Grâce au modèle de flexagone que chaque groupe a reçu, les élèves pratiquent une démarche de démontage-remontage pour observer comment est construit cet objet. En procédant à des essais-erreurs, les élèves essaient de réaliser leur propre modèle de flexagone. J'explique aux élèves que l'important dans cette étape n'est pas de réussir le flexagone, mais d'essayer de comprendre le fonctionnement. Je leur fais également prendre conscience qu'être par groupe de trois permet de réfléchir et de progresser efficacement, en tous les cas plus efficacement qu'en étant seul.

Une des difficultés dans cette étape réside dans le fait qu'une fois le modèle démonté, les élèves n'arrivent plus à le remonter ! Je leur remonte alors le modèle, tout en leur faisant prendre conscience de bien observer comment ils font pour le démonter.

Une fois cette étape terminée, je préviens les élèves que la feuille qu'ils ont reçue était une feuille d'essai, mais en aucun cas la feuille finale. Celle-ci sera distribuée lors de la séance d'après.

Etape 2a - Réalisation : tracé (séance 2)

Un rappel est réalisé sur ce qui a été vu précédemment : vocabulaire, activité réalisée, difficultés... puis chaque élève reçoit un modèle de la base 3 (annexe 1). Les élèves relient les points afin d'obtenir un modèle identique à celui de la base 2, dont le modèle est affiché. Malgré leur application et leur investissement, certains élèves n'ont pas réussi à relier correctement les points. J'ai donc distribué la base 2 à ces élèves.

Etape 2b : Réalisation : pliage

La base 1 tracée, ou la base 2 pour certains, est découpée minutieusement suivant son contour. Elle est ensuite pliée le long de chaque trait. Les élèves qui ont eu des difficultés à plier correctement ont utilisé la règle afin de faciliter le pliage. Celle-ci est placée sur la ligne, et il suffit de remonter la partie de feuille qui ne se trouve pas sous la règle. L'annexe 2 est ensuite utilisée pour réaliser le trihexaflexagone étape par étape, sous le guidage du maître. Cette annexe est affichée de manière lisible (dans mon cas, je l'ai projetée) afin que les élèves puissent se repérer dans la progression de la réalisation.

Etape 3 : Aspect esthétique (séance 3)

Selon la thématique abordée, les élèves choisissent 3 hexagones parmi les modèles proposés en annexe 3. Il leur est possible de choisir un ou plusieurs hexagones vierges pour écrire un message (bonne fête Maman, joyeux Noël...) ou de réaliser un dessin libre.

Chaque dessin est colorié, puis les triangles de chaque hexagone sont découpés, placés et collés successivement sur chacune des trois faces du trihexaflexagone.

Les triangles des images se trouvant dans les annexes sont plus petits que les triangles des bases 2 et 3 afin que les élèves puissent les coller facilement dans le flexagone et qu'ainsi, ils ne nuisent pas à la bonne succession des faces.

Différenciation

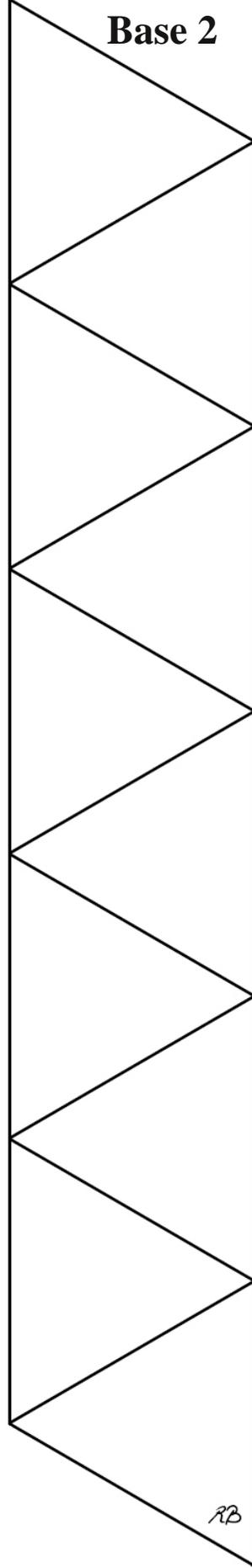
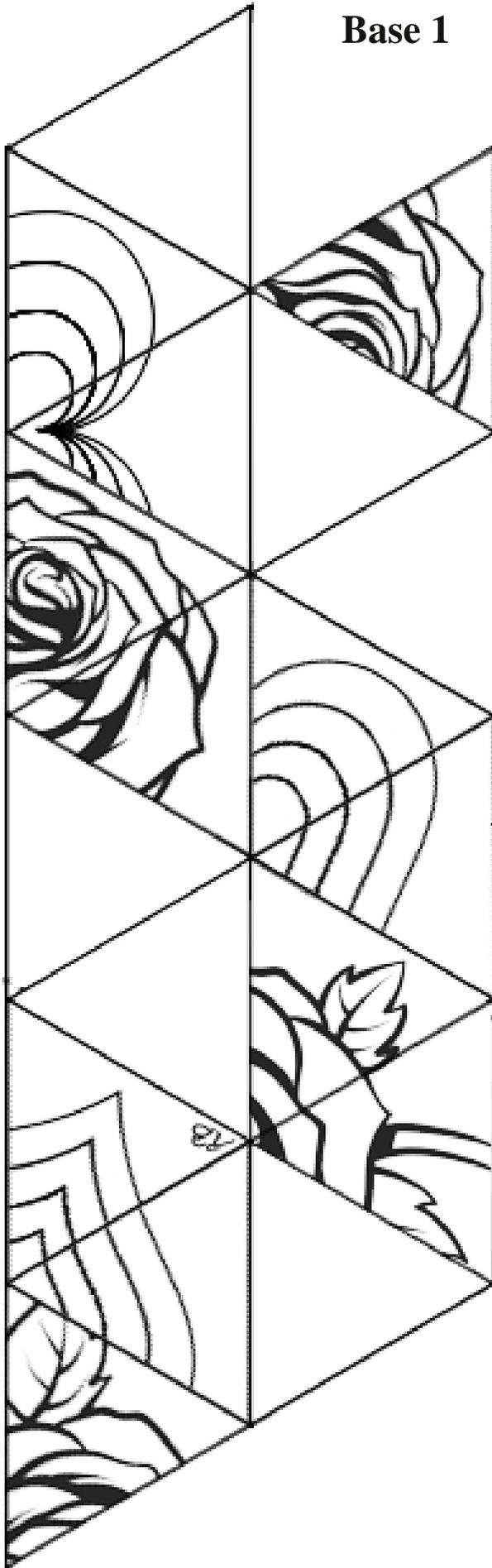
Selon le niveau des élèves, l'enseignant distribue une des trois bases fournies dans l'annexe 1.

La base 2 est destinée à des élèves en fin de cycle 1 ou en début de cycle 2 ne maîtrisant pas encore le tracé à la règle.

La base 3 est destinée à des élèves maîtrisant le tracé à la règle.

La base 1 peut être utilisée comme moyen de différenciation avec les élèves ayant des difficultés à réaliser la fin du flexagone. En effet,

Annexe 1 : bases de pliage



Base 3

le fait de découper soigneusement et de coller les triangles en reconstituant un puzzle de forme hexagonale peut être difficile pour certains élèves. Il est donc parfois nécessaire de distribuer lors de l'étape 3 la base 1. Cette base doit être pliée suivant l'axe vertical et les deux parties latérales sont collées l'une sur l'autre, permettant ainsi d'obtenir une base 2.

Avec des élèves de cycle 3, il est envisageable que les élèves tracent la base eux-mêmes à l'aide de la règle et du compas.

Il est également envisageable que les élèves créent leurs propres images, sans utiliser celles proposés dans l'annexe 3.

Quelques compétences de cycle 2 développées au cours de l'activité

Questionner le monde

- Pratiquer quelques moments d'une démarche d'investigation : questionnement, observation, description, raisonnement.
- Observer, réaliser et utiliser un objet simple.
- Manipuler avec soin.
- Communiquer en français à l'oral en cultivant précision, syntaxe et richesse de vocabulaire.

Mathématiques

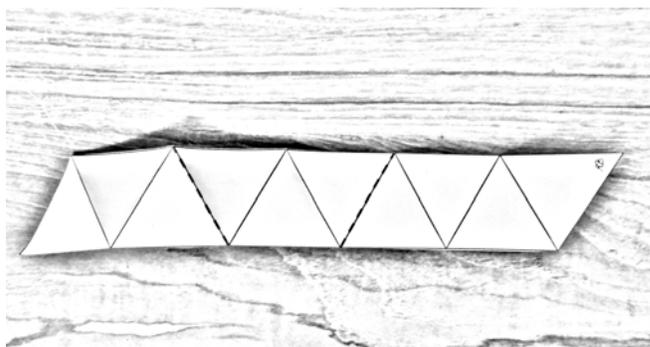
- Utiliser la règle pour réaliser un tracé précis.

Bibliographie

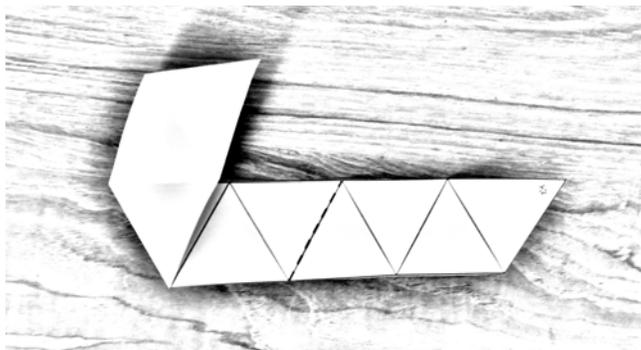
- The Magic of Flexagons, David Mitchell, Tarquin Publications, 1998
- Problèmes et divertissements mathématiques tome 1, Martin Gardner, Dunod, 1964

Annexe 2 : Montage du trihexaflexagone

1. Positionner la bande comme sur l'image et préplier le long de chaque trait.



2. Plier la partie gauche suivant les pointillés. Placer la partie pliée au-dessus du reste de la feuille.



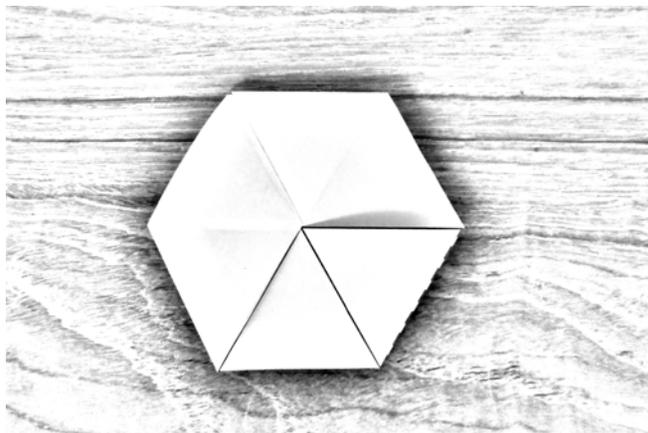
3. Plier la partie droite suivant les pointillés. La faire passer sous le reste de la feuille.



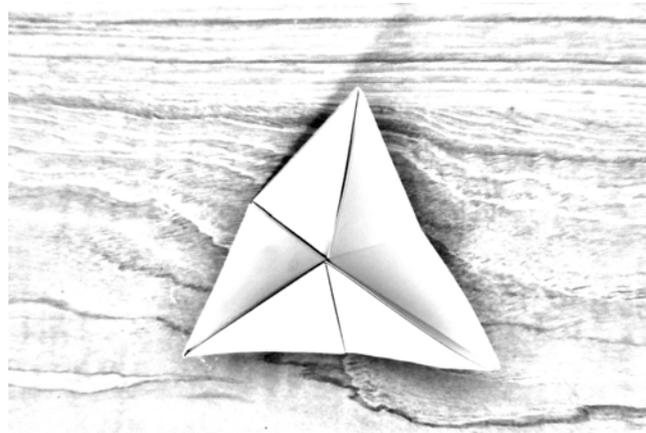
4. Passer les deux triangles supérieurs de la partie droite devant le dernier triangle de la partie gauche.



5. Rabattre le triangle supérieur de la partie droite derrière le dernier triangle de la partie gauche. Le coller.



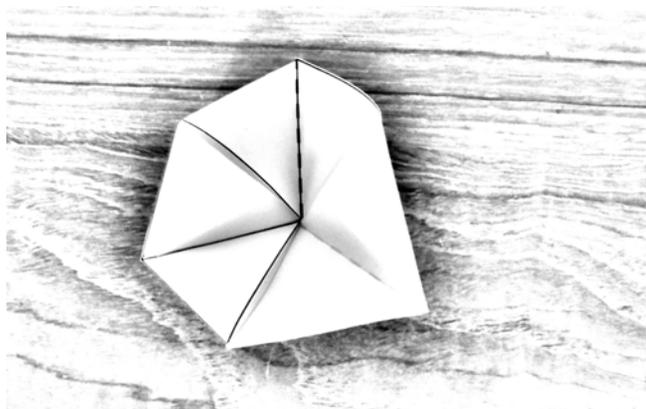
6. Bien marquer chaque pli puis commencer à former une pyramide.



7. Rassembler les parties entre elles.



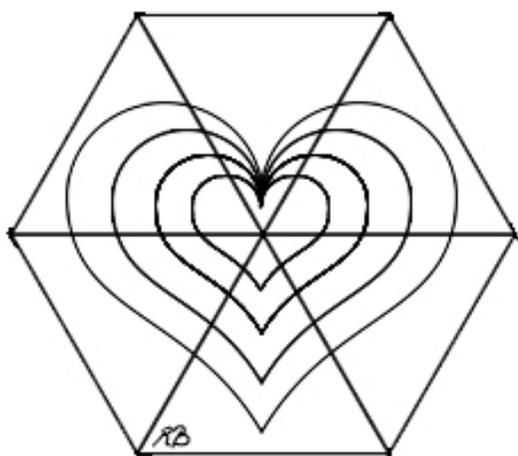
8. Ecarter doucement la pointe. Un autre hexagone apparaît ! Recommencer l'opération encore une fois pour faire apparaître le 3^e hexagone.



9. Une fois le pliage réalisé, découper les triangles des modèles choisis (annexe 3) et les coller sur chacune des faces du trihexaflexagone.

Annexe 3 : Proposition de modèles

22



Attention, les différents documents en annexe 1 et 3 ne sont pas reproduits à la même échelle ce qui ne permet pas de coller les modèles sur les flexagones !

Retrouvez-les sur le site ICEM68, à la bonne échelle, avec tous les autres modèles que Romain vous propose encore...

