

Produire des écrits en mathématiques pour mieux comprendre et résoudre des problèmes

*Equipe de l'école La Rocaille, Merxheim
Danielle Berthold, Sandra Charrier, Cathy Castronono, Claudine Braun*

*Tu sais qu'en écrivant
Tu vas apprendre.*

Guillevic

*Essaie de toujours mieux comprendre, critique tes propres raisonnements, développe ta capacité à tenir des raisonnements logiques
Albert Jacquard – L'équation du nénuphar*

En répondant à une demande institutionnelle, nous avons été amenés à réfléchir aux difficultés que rencontrent certains de nos élèves dans la résolution des problèmes mathématiques. Nous avons constaté qu'il y avait déjà pour certains de l'appréhension à aborder un problème. Il s'agissait ensuite de s'approprier l'énoncé, d'en comprendre les mots, de maîtriser les types de phrases, d'imaginer la situation et de faire des liens avec les outils connus. Les enfants sont le plus souvent dans une situation de décodage pour laquelle ils ne trouvent pas les clés d'entrée.

Nous constatons à travers toutes les disciplines que l'expression personnelle et la création favorisent la compréhension et la motivation. Nous avons donc essayé d'accentuer le levier « production d'écrits et communication » dans le domaine des problèmes mathématiques, et ceci à tous les niveaux de classe.

Ce travail a généré un certain enthousiasme autant chez les élèves que chez les professeurs et, bien que la compréhension ne soit pas toujours très facile à évaluer, nous avons relevé que la plupart des élèves s'attaquaient à la création et à la résolution des problèmes avec beaucoup moins d'appréhension et même bien du plaisir. Nous communiquons ici les principaux axes de cette réflexion que nous poursuivrons à la rentrée.

« **Faire accéder tous les élèves à la maîtrise de la langue française**, à une expression précise et claire à l'oral comme à l'écrit, **relève d'abord de l'enseignement du français mais aussi de toutes les disciplines** : les sciences,

les mathématiques, l'histoire, la géographie, l'éducation physique et les arts. »
Programmes de l'école primaire, cycle des approfondissements, 2008.

1. Inventer des énoncés de problèmes pour en comprendre mieux la structure. (CP/CE1/CE2)

Il s'agit de prendre conscience de la nécessité de :

- donner des informations précises
- poser une question à laquelle il est possible de répondre grâce aux informations données
- proposer une histoire cohérente

La mise en commun permet de valider ou non les propositions de chacun.

- **énoncés non pertinents**
 - absence de question
 - manque de données
 - réponse figurant dans l'énoncé
- **énoncés "inintéressants"**
 - contexte particulier : violence ou moqueries (énoncés refusés)
 - calculs trop simples
- **énoncés présentant des ambiguïtés pouvant amener plusieurs réponses**
 - unités non précisées
 - prix pouvant être compris comme étant pour chaque article ou pour l'ensemble des articles

Dans ces cas, des énoncés sont choisis pour être retravaillés avec le groupe afin que l'erreur soit bien prise en compte et confrontée à de nouvelles propositions.

• énoncés corrects

La lecture et l'analyse de quelques énoncés corrects permettent de préciser les caractéristiques d'un énoncé de problème :

- il y a quelque chose à chercher
- il faut faire un (ou des) calcul(s) pour trouver la réponse
- il y a toutes les données utiles pour chercher la réponse.

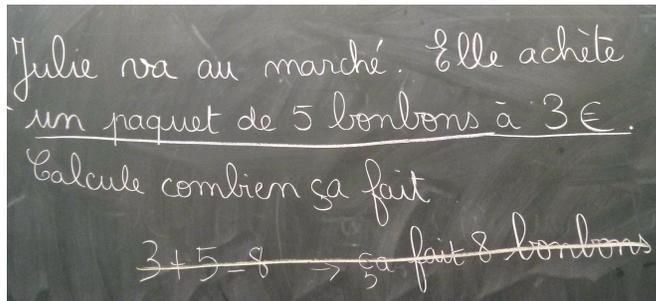
La résolution du problème permet de valider effectivement la pertinence de celui-ci.

D'autres éléments peuvent être examinés dans l'analyse des énoncés : l'originalité du problème, la plausibilité des données, la nécessité de faire plusieurs calculs...

Exemple :

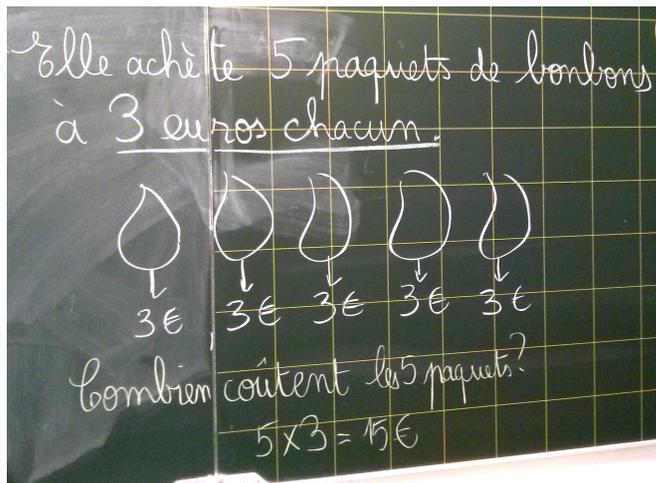
une proposition de problèmes et deux propositions de transformation du problème sous forme de trois images :

Problème à corriger

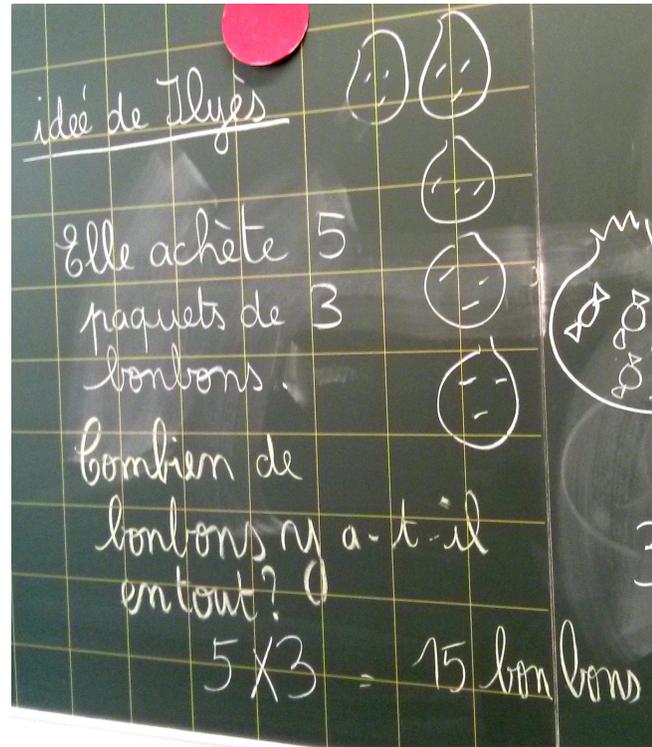


Proposition 1

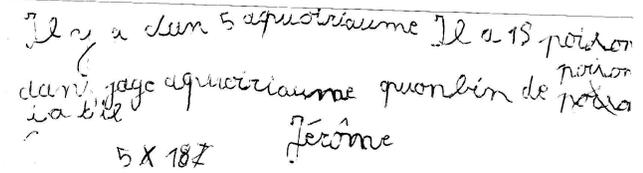
16



Proposition 2



Le groupe et l'enseignant aident à la reformulation des textes « maladroits ».



Il y a 5 aquariums. Dans chaque aquarium, on peut voir 15 poissons. Combien de poissons y a-t-il en tout ?

Se confronter aux pièges de la langue française

Exemple :

Le mot fois dans le texte n'amène pas forcément à la multiplication.

(voir sur la page suivante)

Lundi j'ai joué a la DS j'ai gagné 10 fois
 et samedi j'ai ~~perdu 2 fois~~ gagné 8 fois
 combien a-t-il gagné en tout

* $8 + 10 = 18$

Naomis

Les problèmes corrigés sont proposés à toute la classe à titre d'entraînement, sous forme de fiches avec une liste de problèmes ou de boîte à problèmes ou chaque problème inventé est recopié sur une carte.

Produire un énoncé à contrainte pour renforcer une notion

Exemple :
 Chaque enfant doit inventer une situation multiplicative.

Proposer les problèmes inventés à toute la classe valorise le travail de chaque enfant (Il peut retrouver son nom sous le problème).

Les premiers problèmes inventés renforcent le sens de l'addition et de la soustraction.

Exemple : des problèmes inventés par des CE1

Problèmes de mathématiques inventés par les enfants de CE1

Addition ou soustraction

L'énoncé du problème	l'opération et la réponse
Eleonore a déjà 20 playmobils. Elle en reçoit encore 10. Combien de playmobils a Eleonore maintenant ?	
Paul a acheté 11 fleurs à sa maman. Papa a jeté 2 fleurs qui étaient fanées. Combien de fleurs a maman maintenant ?	
Clara a 30 billes. Elle donne 5 billes à Cécilia, 5 billes à Léane et 5 billes à Marjorie. Combien de billes reste-t-il à Clara ?	
Maxime a 6 voitures. Il en donne 8 à Tom. Combien de voitures a Maxime maintenant ?	
J'ai 25 billes. Marie m'en donne 6. Combien j'ai de billes ?	
Jules a 15 ballons. Il en donne 8 à Marc. Léna a 12 cerises. Elle en ramasse encore 25. Combien a-t-elle de cerises ?	
La maîtresse avait 75 craies dans une boîte. Elle en a déjà usées 10. Combien reste-t-il de craies dans la boîte ?	
Un copain a 10 ballons à gonfler. Un autre copain lui en donne encore 10. Combien a-t-il de ballons ?	
Stéphane a 24 dessins. Lucas lui en donne encore 10. Combien de dessins a Stéphane ?	
Léo a 104 pièces de puzzle. Il en perd 5. Combien de pièces lui reste-t-il ?	
Etienne a 15 livres. Il en donne 8 à Quentin. Combien Etienne a-t-il de livres ?	
Hugo a 25 ballons. Il en donne 5 à Tom. Combien reste-t-il de ballons à Hugo ?	
Clara a 12 fleurs et Cécilia lui en donne encore 25. Combien de fleurs a Clara maintenant ?	
Léo a 18 billes. Il en perd 9. Combien de billes a Léo maintenant ?	

Les problèmes inventés

Une situation multiplicative : oui ou non ?

J'ai tiré 3 buts ce matin et 3 buts cet après-midi. Combien de buts ai-je tirés ? (Eva)	
Il y a 5 aquariums. Il y a 18 poissons dans chaque aquarium. Combien y a-t-il de poissons en tout ? (Jérôme)	
Raphaël Nadal a gagné 3 matchs le vendredi, 3 matchs le samedi et 3 matchs le dimanche. Combien de matchs a gagnés ce champion de tennis ? (Inès)	
Tina a gagné 11 points une première fois et encore 11 points une deuxième fois. Combien a-t-elle de points ? (Agnès)	
Julie va au marché. Elle achète 4 poires à 3 euros chacune. Combien a-t-elle dépensé ? (Olivia)	
Mon copain a 10 boîtes de 10 cartes. Combien a-t-il de cartes en tout ? (Luka)	
Sur ma DS, j'ai gagné à Mario Card 7, deux fois chez moi, deux fois en vacances et deux fois chez ma mamie. Combien de fois ai-je gagné en tout ? (Hugo)	
Dans le lac, j'ai vu 3 rangées de 10 tortues. Combien y a-t-il de tortues ? (Mathis)	
Tina a 5 chats et Théo a aussi 5 chats. Combien ont-ils de chats en tout ? (Théo)	
Ce matin, à l'animalerie, j'ai vu 3 rangées de 10 oiseaux. Combien y a-t-il d'oiseaux en tout ? (Léo B)	
Raphaël Nadal a gagné 10 matchs la semaine dernière et 6 matchs cette semaine. Combien a-t-il gagné de matchs en tout ? (Inès)	
Au bowling, j'ai gagné 8 points et encore huit et encore huit. Combien ça fait de points en tout ? (Clara)	
Mathis et Noah ont joué à Avengers. Mathis a gagné 20 points et Naoh 17 points. Combien ont-ils de points en tout ? (Naoh)	

Éviter les comportements dépourvus de sens dans la résolution de problèmes

Exemples en CE2/CM1 :

Un problème à contrainte

Inventer un problème à partir de l'opération :
 172 divisé par 6

Énoncés corrects

Contexte scolaire

Madame Irma Thématique a 172 calculatrices et elle les distribue équitablement à ses 6 amis.

- *Combien va-t-elle distribuer de calculatrices à ses amis ?*
- *Combien de calculatrices ne pourra-t-elle pas distribuer ?*

Hors contexte scolaire

Une usine de vêtements fabrique 172 boîtes de vêtements. Il y a 6 cartons. Il y a le même nombre de boîtes dans chaque carton.

- *Combien de boîtes pourrions-nous mettre dans chaque carton ?*
- *Combien de boîtes restera-t-il ?*

Énoncés non pertinents

Une usine fabrique 172 boîtes de lego en 1 mois. Ils font des cartons de 6 boîtes chacun.

- *Combien de boîtes de lego y aura-t-il dans chaque carton ?*

La réponse est 6. Elle correspond au diviseur (et non au quotient) et elle est déjà dans l'énoncé.

- *Combien peuvent-ils remplir de cartons ?*
- *Combien de boîtes resteront à la fabrique ?*

Emma et Alicia ont 172 bonbons. 6 bonbons sont en plastique.

- *Combien de bonbons jetteront-elles à la poubelle ?*

La réponse est 6 et elle est déjà dans l'énoncé.

- *Combien de bonbons restera-t-il ?*

La réponse est 166 et correspond à la différence entre 172 et 6.

Il n'y a pas de cohérence entre les questions et l'opération proposée.

2. Apprendre à faire un schéma

Le schéma nous paraît parfois un outil facilitateur pour les enfants mais ce n'est pas toujours le cas. Là encore ils ont besoin de créer, de vraiment dessiner pour bien intégrer la situation imaginée (surtout au CP), de mettre des mots sur leurs « dessins », de les soumettre aux camarades, d'accepter la critique, avant d'apprendre à produire un schéma utile dans la résolution d'un problème.

En cycle 2, nous avons utilisé un jeu de cartes du commerce et au CP, les enfants ont construit un jeu sur le même principe.

Fabrication du jeu au CP

Point de départ : les enfants inventent de petits problèmes et dessinent la situation.

Après la mise en commun et divers échanges, leurs dessins deviennent des schémas très simplifiés.

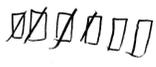
Les textes sont collés sur des cartons roses et les schémas sur des cartons jaunes. Les cartes sont mélangées et les enfants doivent retrouver le problème et le schéma correspondant.

*Emzo a 6 robot il en
veut han T
done 4 a Lucas combien
lui restera-t-il de robot?*

Gabin



*Gabin
veut han*

<p>F</p>  <p>$6 - 4 = 2$</p>	<p>Enzo a 6 robots. Il en donne 4 à Lucas. Combien il lui reste de robots ?</p> <p>Gabin et Nathan 7</p>
<p>Nathan a acheté 10 bonbons. Il en mange 3. Combien de bonbons lui reste-t-il ?</p> <p>Enzo et Nathan 5</p>	<p>D</p>  <p>$10 - 3 = 7$</p>

La réponse est-elle déjà dans l'énoncé?
Est-ce une question à laquelle on ne peut pas répondre?

- le sens et la syntaxe des questions afin d'identifier celles qui sont semblables.

Dans un deuxième temps, faire prendre conscience aux élèves que, dans une liste de questions, certaines permettent d'en résoudre d'autres : décomposition d'un problème en sous-problèmes. Une très bonne entrée dans les problèmes à plusieurs étapes.

3. Inventer des questions pertinentes qui amènent à une recherche ou à un traitement des données

C'est en questionnant une situation que le problème se pose. Au quotidien, nous avons de multiples occasions de questionner des situations. Les réponses ne font pas toujours l'objet d'une résolution mathématique. Il est intéressant de faire ces distinctions avec les enfants, même simplement oralement, pour donner des habitudes de réflexion.

Travail de Sandra (en lien avec Ermel)
CE2/CM1 :

- savoir poser des questions auxquelles on peut répondre par un calcul,
- savoir se poser des questions intermédiaires pour résoudre un problème complexe.

Dans un premier temps, les élèves disposent d'un texte comportant un certain nombre d'informations numériques.

Consigne

"C'est un problème mais sans question. C'est à vous de trouver une question ; si on la pose à quelqu'un, il faut qu'il puisse y répondre en faisant un ou plusieurs calculs."

Après un temps de production individuelle, les questions sont notées au tableau. Les élèves sont amenés à débattre sur :

- la pertinence des questions :
Est-ce qu'on peut trouver la réponse en calculant?

Les photos

Au cours d'un voyage à Paris, Pierre a d'abord utilisé deux pellicules de 20 photos chacune. Il a constaté que 4 photos n'étaient pas réussies. Ensuite, il a utilisé deux nouvelles pellicules de 12 photos chacune et cette fois, deux photos ont été ratées.

Pierre colle les photos réussies dans un album de 10 pages ; sur chaque page on ne peut pas coller plus de 6 photos.

Questions proposées et jugées pertinentes par les élèves

- Combien de photos Pierre colle-t-il dans son album ?
- Combien de photos Pierre a-t-il ratées en tout ?
- Combien d'albums Pierre utilisera-t-il ?
- Combien de photos Pierre peut-il coller dans un album ?
- Combien Pierre utilise-t-il de pellicules ?
- Combien de photos Pierre fait-il la première fois ?
- Combien de photos Pierre fait-il la deuxième fois ?
- Combien Pierre utilise-t-il de pages ?
- Combien Pierre fait-il de photos en tout ?

Faire remarquer que pour répondre à la première question de la liste, il est nécessaire de connaître la réponse à d'autres questions.

4. Les CM2 ont produit des écrits à chaque étape de résolution des problèmes, à partir de *Maths sans frontières*.

Cette épreuve de *Maths sans frontières* à laquelle les CM2 participent chaque année avec une classe de sixième motive beaucoup les élèves. Suite à certaines difficultés,

Danielle leur a proposé une démarche en quatre étapes où ils sont amenés à écrire avec leurs propres mots ce qu'ils comprennent et à recopier les données importantes. Ce passage par leurs propres écrits les fait entrer dans la situation et les pousse à manipuler les données.

Les élèves en parlent :

En CM2, je deviens expert en problèmes avec Maths sans frontières

J'ai appris que certains problèmes ne sont pas aussi durs que je le pensais.

J'ai appris que travailler en binôme peut nous apprendre plus que de travailler seul.

J'ai appris à travailler avec une personne que je ne connais pas.

J'ai appris à essayer de nouveaux calculs.

J'ai appris à tâtonner pour trouver une solution.

J'ai appris à communiquer avec les autres groupes pour voir si notre solution était juste.

Mais ce n'est pas facile :

Nous ne savons pas sur quelle base partir.

Je n'ai pas réussi à trouver les bons calculs.

Je n'ai pas compris la question.

Il faudrait mieux préciser les questions.

Je n'ai pas compris l'énoncé.

Alors comment faire ?

Avant tout, je dois lire l'énoncé au moins deux fois et jusqu'au bout.

Pour résoudre plus facilement un problème, je peux travailler en quatre étapes.

20

Exemple :

Badoumba

Dans chaque paquet de céréales Chocofrousties, il y a un aimant en cadeau. Il existe 40 aimants différents. Paul a déjà 47 aimants. Il en a 5 en double et 4 en triple. Il veut finir sa collection.

Combien de paquets de Chocofrousties devra-t-il acheter au minimum ?

Justifie ta réponse.

Étape 1 : Bien comprendre l'énoncé

De quoi parle-t-on ?

Que raconte cette histoire ?

Epreuve	Je raconte l'histoire en une seule phrase
3	C'est l'histoire de Paul qui mange des biscuits de céréales Chocofrousties car dans chaque boîte il y a un aimant et il les collectionne } C'est l'histoire de Paul qui veut terminer sa collection de aimant (Chocofrousties).

Étape 2 : Bien comprendre la question

Epreuve	Qu'est-ce qu'on me demande ?
3	Dis moi combien de paquets devra-t-il acheter ? Combien de aimant manque-t-il encore à Paul pour terminer sa collection ?

Prénoms : Etienne

Étape 3 : Repérer les informations importantes

Étape 4 : Faire un schéma simple

- Je cherche les renseignements qui me serviront :
Quelles sont les données numériques importantes ?
De quels renseignements je vais avoir besoin ?

Epreuve	Données numériques importantes
3	40 aimants 40 aimant différents 47 aimants Paul a 47 aimants 5 en double 5 aimants en double $5 \times 2 = 10$ 4 en triple 4 aimants en triple $4 \times 3 = 12$ 1 aimant / paquet paquet

Prénoms : Adam

