

Un pavage évolutif

Josiane Ferraretto

Chacun a observé ou admiré des nids d'abeilles, des rues pavées des cités médiévales, les carrelages, les parquets, les mosaïques... Ce sont des pavages, c'est-à-dire des surfaces recouvertes de motifs reproduits de nombreuses fois sans qu'apparaisse le moindre trou.

L'intérêt du pavage pour donner du sens aux activités de géométrie n'est plus à démontrer. Bien que les pavages ne figurent pas de manière explicite dans les programmes de 2008, ils permettent de reconnaître et d'analyser des figures géométriques ainsi que leurs transformations (translation, rotation, symétries).

Ils constituent des problèmes de recherche évolutifs qui font entrer les élèves dans des démarches mathématiques qui peuvent se révéler passionnantes. Les concours de mathématiques proposés aux élèves à différents niveaux contiennent d'ailleurs bien souvent un problème de pavage.

Bien des collègues associent ces recherches à la découverte des œuvres artistiques d'Escher notamment.

Pour ma part, j'ai bien souvent motivé les activités de géométrie dans ma classe avec les origamis.

J'ai découvert ce pavage lors d'un atelier avec Krystyna et Wojtek Burczyk, professeurs de maths polonais et grands spécialistes de l'origami géométrique, pendant les journées didactiques d'origami. Ces rencontres sont organisées chaque année en novembre à Fribourg (pour tout renseignement, consultez cette page : <http://www.origamididaktik.de>).

Krystyna a publié un article sur ces pavages "Mosaics of Squares" dans la revue de la XI^e rencontre polonaise d'origami ayant eu lieu à Cracovie du 27 au 29 avril 2012.



Matériel :

Feuilles de papier de 2 couleurs différentes dans lesquelles vous découperez des carrés.

Une feuille légèrement cartonnée (par exemple du Canson) servant de fond (choisir une couleur qui fait ressortir celle des carrés).

La taille sera à adapter en fonction de l'utilisation (collective ou individuelle) et de l'importance du pavage (nombre de pavés par rapport au support utilisé).

On peut aussi de manière plus simple, si la taille convient, utiliser des feuilles des cubes bloc-notes de couleur qu'on peut utiliser telles quelles ou découpées en quatre.

Pour les deux exemples proposés, préparer

A - 2 fois 2 carrés de 10 x 10 cm
un fond au format A4

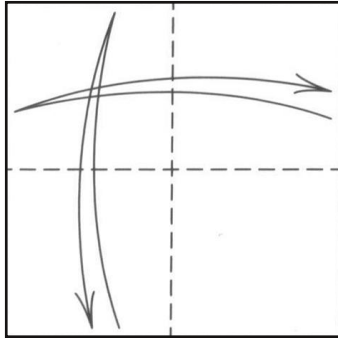
B - 2 fois 18 carrés de 5 x 5 cm
un fond au format A4

Réalisation :

Pliage à réaliser sur chaque carré de papier

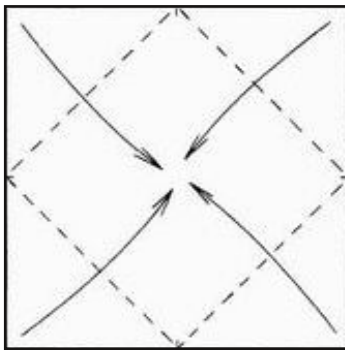
Plier la feuille en sa moitié, en posant le bord côté sur côté puis déplier

Répéter l'opération avec les deux autres côtés

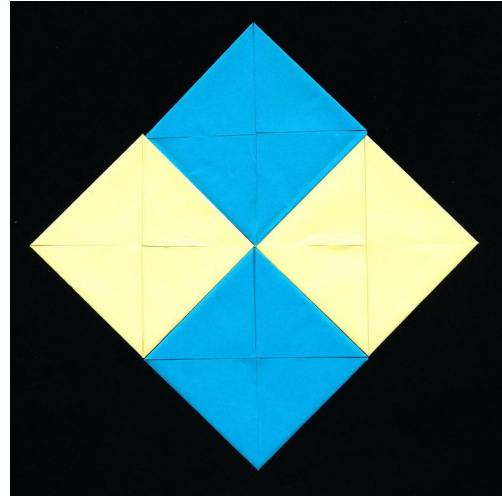


Retourner la feuille

Plier en ramenant chaque coin sur le centre



Les coller en damier et diagonalement sur le fond, permettra de mieux percevoir les deux axes de symétrie.



Chercher toutes les possibilités de pavage symétrique en ouvrant 2 languettes, 4 languettes...

Chercher toutes les nouvelles formes de polygones qu'on forme en ouvrant et en fermant différentes languettes (des triangles, des rectangles, d'autres pentagones, hexagones mais aussi des heptagones...)

Pour des élèves plus âgés, ces pavages offrent aussi beaucoup de possibilités encore plus intéressantes en symétrie centrale.

A Pavage de 2 X 2 cases

Lorsque les 4 carrés sont prêts, prévoir un moment de manipulation et d'observation avant de les coller.

Ouvrir une ou plusieurs languettes permet d'obtenir des formes géométriques différentes (du carré on passe au pentagone, à l'hexagone). Combien de possibilités pour chaque sorte de polygone ?

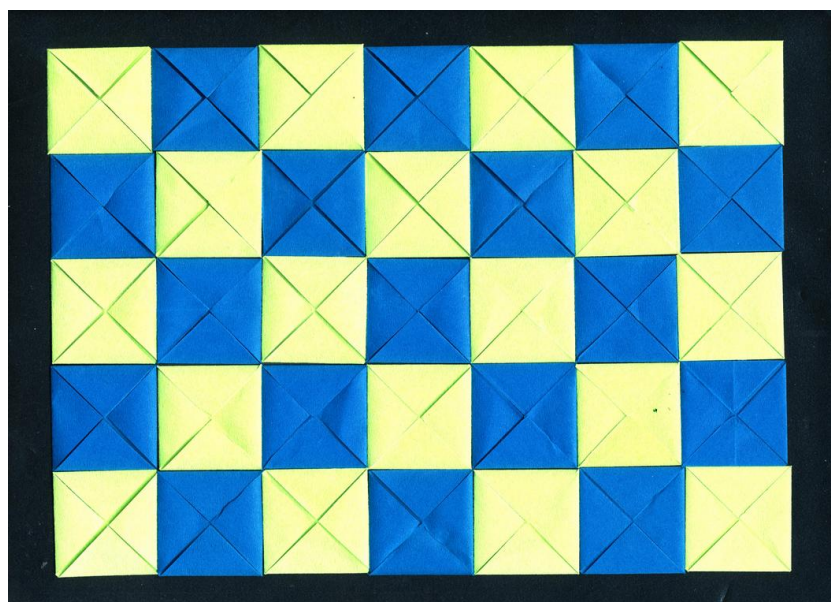
Lesquels possèdent un ou plusieurs axes de symétrie ?

Il existe deux manières de placer ces 4 carrés en les mettant côte à côte pour en former un grand.

Avant de coller les 4 carrés, discuter de ces deux manières et voir laquelle offre plus de possibilités de symétrie.

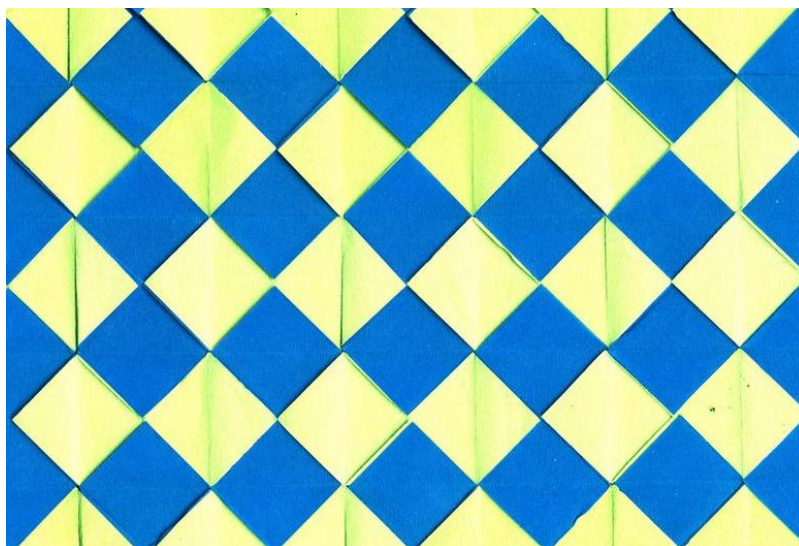
B Pavage de 5 X 7 cases

Lorsque le pliage de tous les carrés est fait, les coller sous forme de damier sur le fond.



On peut effectuer les mêmes recherches que dans la partie A mais les découvertes seront évidemment bien plus nombreuses et plus variées...

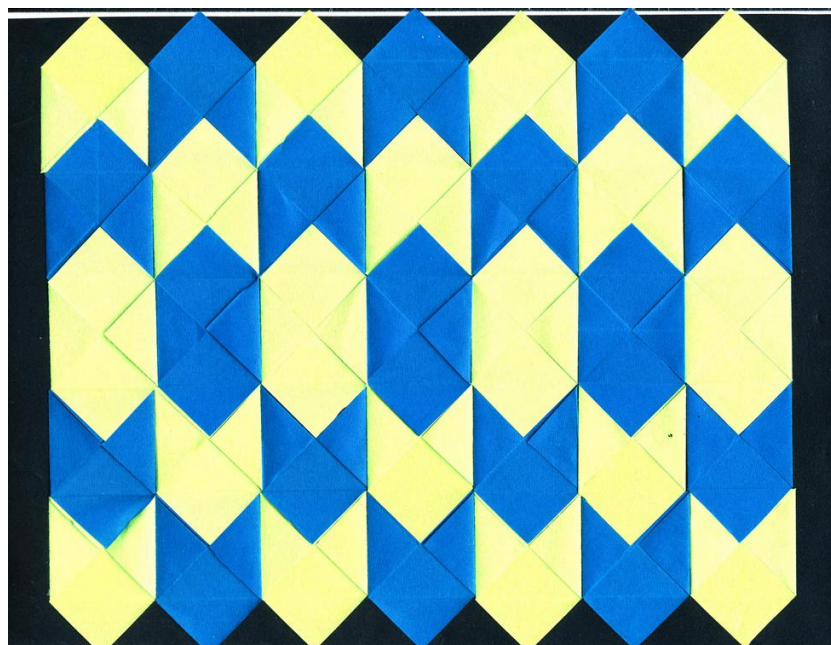
Comment transformer ce damier horizontal en damier en diagonale ?

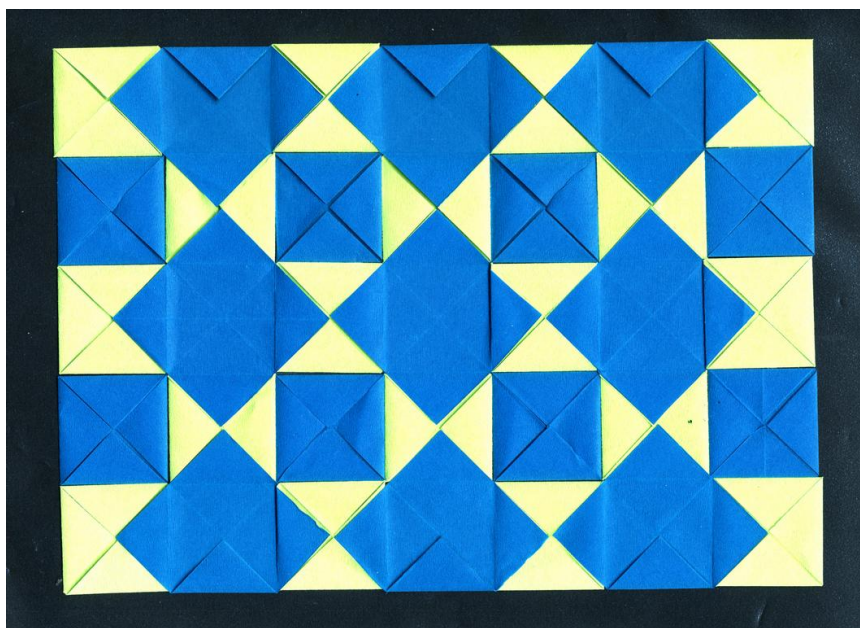


(sur cette image, le bord a été rogné pour ne pas donner la solution, on pourrait sur le damier prévoir un cadre qui en cacherait les bords, les parties où le pavage n'est pas complet.)

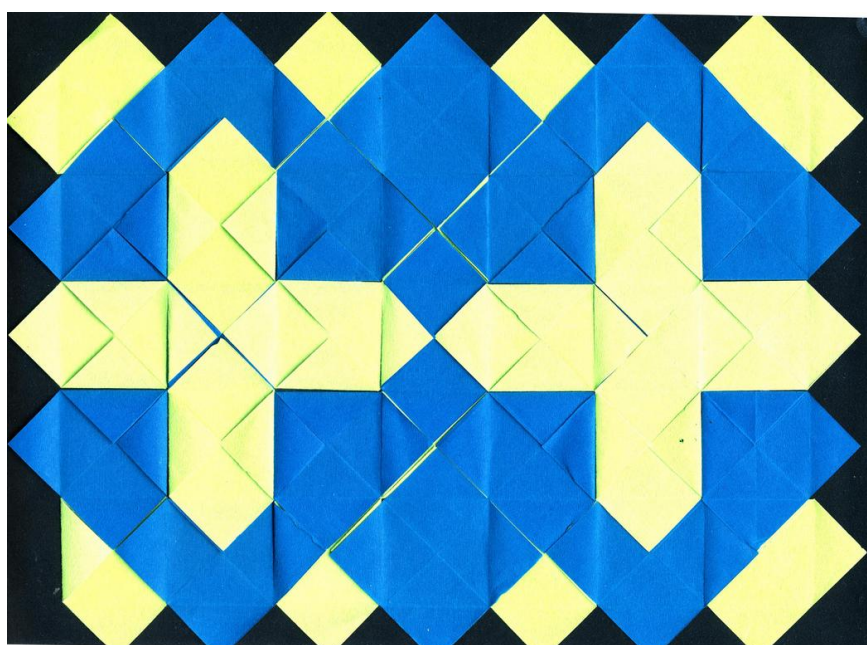
On peut rechercher différents pavages possibles...

Quelques exemples :





On peut utiliser ce pavage pour créer des figures variées tout simplement en ouvrant certaines languettes, ce qui le rend utilisable même par des jeunes enfants.



Variantes :

- créer un damier :
 - de 3 X 3
 - (vite construit, il permet déjà beaucoup de manipulations)
 - plus important, avec plus de pavés
 - de forme carrée
 - ...
- utiliser un papier bicolore (sur l'exemple ci-contre : une face blanche, une face colorée)

