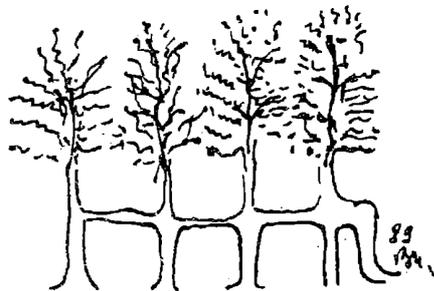


# recherches mathématiques

## au C.P. en début d'année

Anne-Marie MISLIN  
Durmenach, Haut-Rhin



un document  
CHANTIERS PEDAGOGIQUES DE L'EST  
livraison n°211/212 de novembre/décembre 1991

# Pour présenter notre classe \_ \_ \_

Pour présenter notre classe aux correspondants, nous nous dessinons.

Quelques observations immédiates:

- "La colonne des filles est plus courte que celle des garçons."
- "C'est parce qu'elles sont moins nombreuses que nous."
- "Je peux les compter toutes: elles sont 9 et nous on est plus que 9."
- "C'est normal, on est même plus que 10."
- "Nous sommes 4 de plus que 10."

Chacun se dessine. (sur une feuille 11,5x15cm soit le quart d'un A4)  
Olivia et Laetitia sont chargées de coller les dessins des filles sur un papier fort de grande dimension.

# Un problème se pose \_ \_ \_

Au moment de coller ces dessins, Olivia et Laetitia ne sont pas d'accord sur la manière de les disposer sur la grande feuille.

Qu'en pensent les autres?

Il s'avère que chaque enfant a une proposition à faire.  
Il faudra donc choisir celle que tout le monde préférera....

## AVERTISSEMENT AU LECTEUR

Ces recherches mathématiques avaient été présentées par Anne-Marie MISLIN sur une série de panneaux au format de 50 sur 60cm. Elle y avait collé les originaux des travaux des enfants.

Le présent document est donc une transposition de cette série de panneaux. Il convenait d'opérer un changement d'échelle et donc de réduire le format des productions des enfants. De ce fait certaines ont perdu quelque peu de leur lisibilité. Mais cette réduction était indispensable pour garder à ce document un volume compatible avec une revue au format A4.

Pour permettre au lecteur d'accéder immédiatement à l'articulation de ces recherches nous avons utilisé des papiers de couleurs différentes.

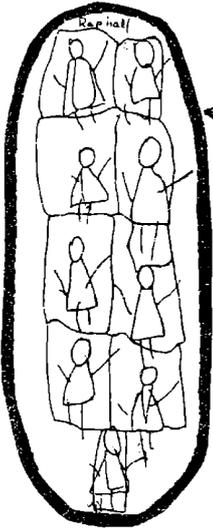
Nous espérons avoir réussi une présentation suffisamment claire pour inviter le lecteur à approfondir la démarche dont ces documents témoignent.

# Première recherche

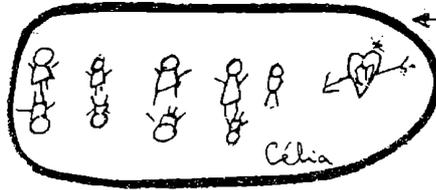
Comment Olivia et Laetitia devront-elles disposer les 9 dessins des filles de la classe sur la grande feuille à envoyer aux correspondants ?

Chaque enfant dessine sa proposition puis la présente au groupe.  
Sa proposition est alors commentée, critiquée, discutée.

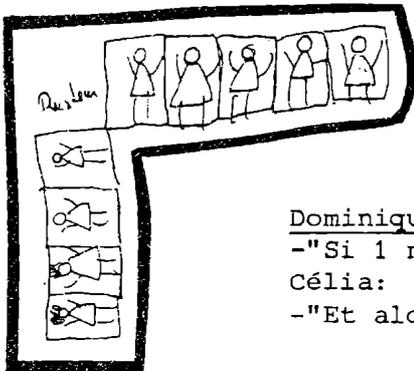
Voici ces propositions avec les commentaires de présentation:



Raphaël: -"J'ai mis 2 et 2 et 2 et 2 et après il ne restait que la dernière toute seule. Je l'ai mise au milieu."

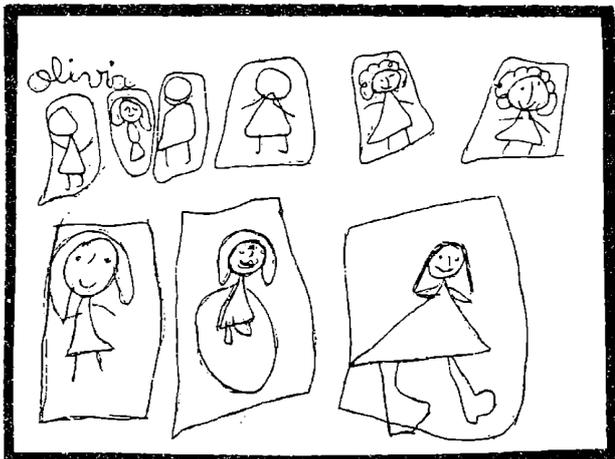
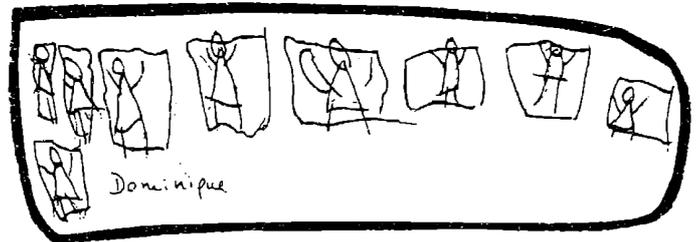


Célia: -"Moi j'ai fait pareil sauf que Raphaël les a mis(es) l'une à côté de l'autre et moi "face à face."



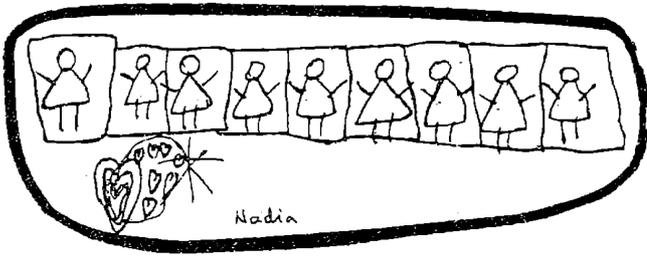
Dominique: -"Si 1 ne joue pas, il reste 8."

Célia: -"Et alors elles peuvent se mettre "en face".



Olivia: -"J'ai fait 2 lignes aussi, mais elles ne jouent pas. Elles sont 6 et 3."

Régis: -"Oui, c'est presque comme Célia. J'ai compris ce que tu as fait:"



← Nadia les a laissées à la queue-leu-leu.

Jean-Marc:

- "Stève a fait un escalier."

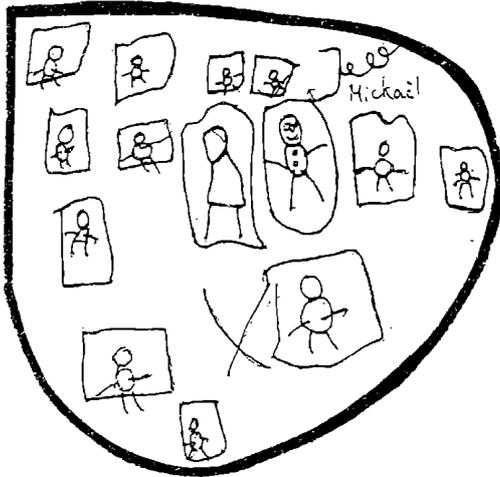
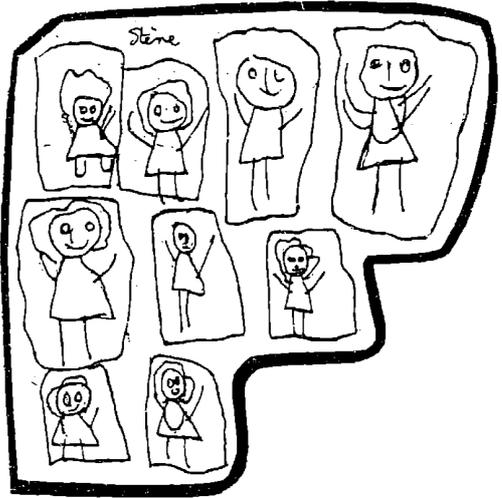
Dominique:

- "Il y en a toujours un en plus."

Stève:

- "non, un en moins!"

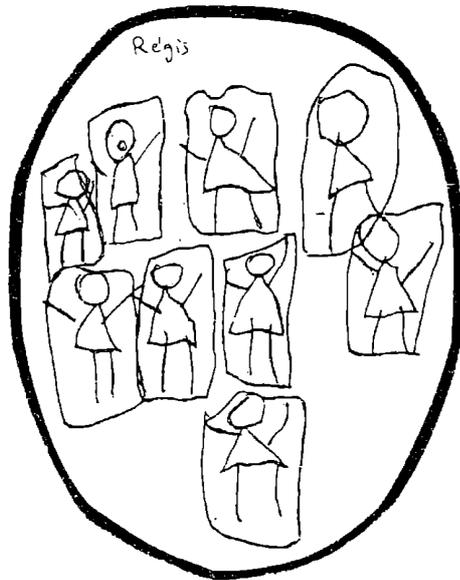
→



← - "Il y en a trop!"

Michaël:

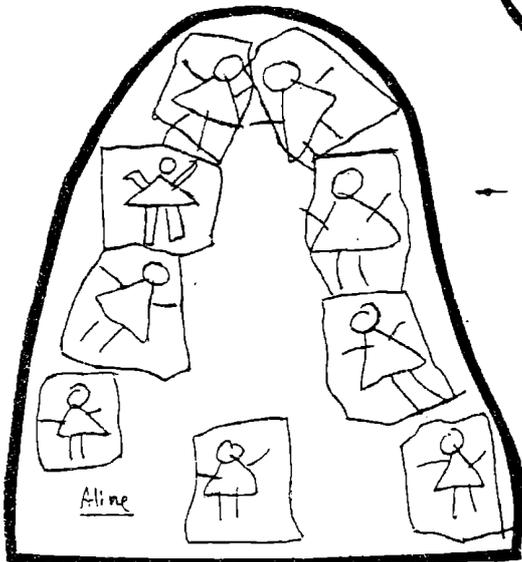
- "Oui, je sais... mais je ne sais pas compter."



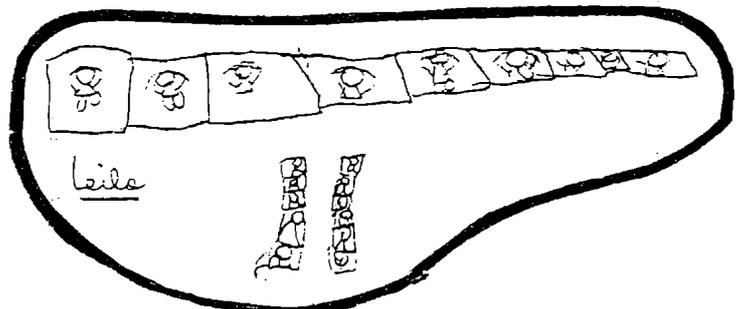
← - "Régis les a mises par 2; non par 4."

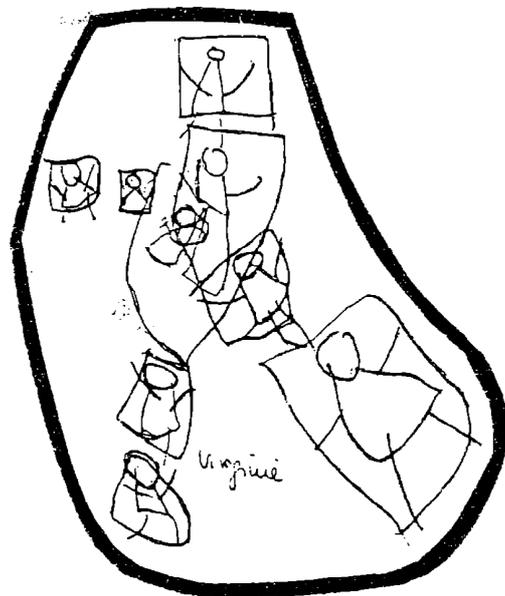
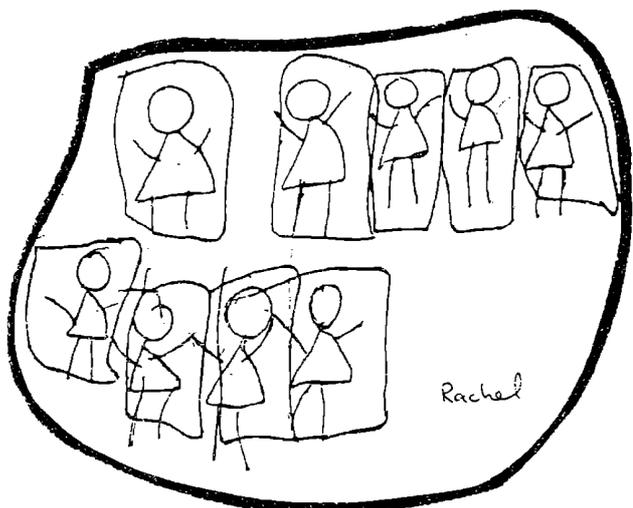
Régis:

- "On peut dire les 2 manières. Même si je les mets par 2 on voit quand même que c'est par 4."

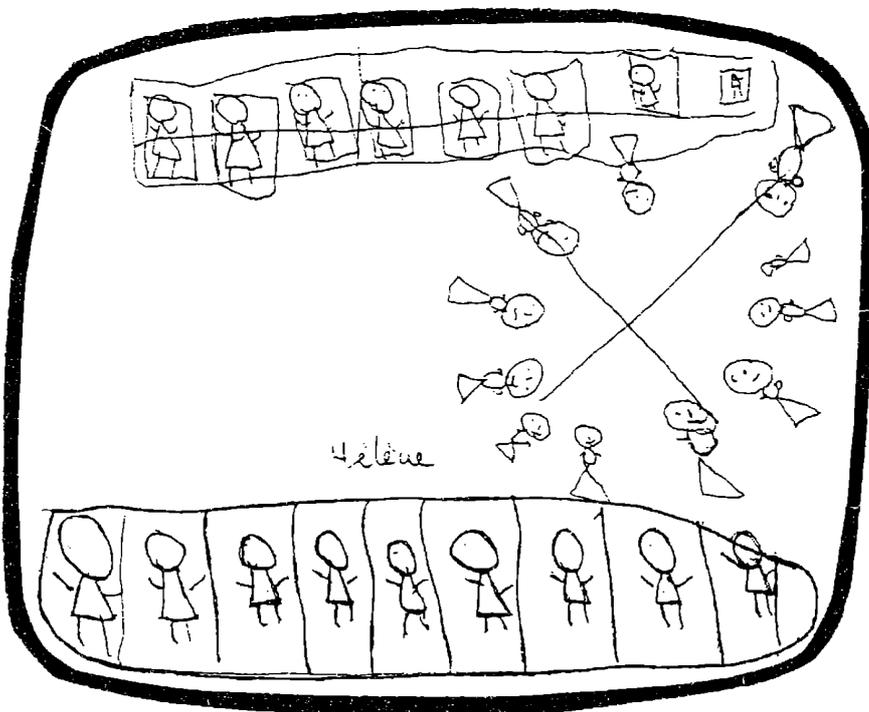
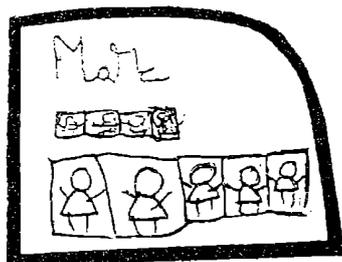
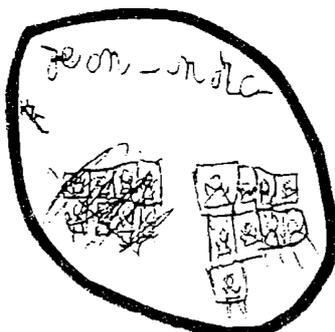
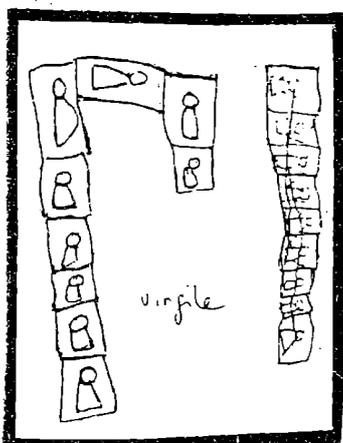


← - "C'est la même idée, presque, que Raphaël."





- "Elles font une danse:"



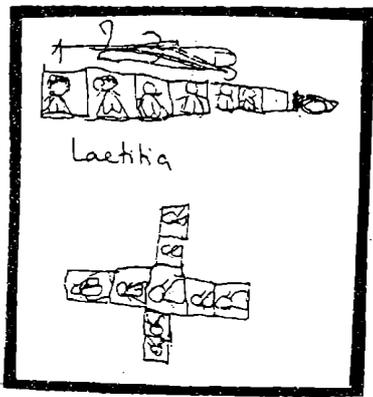
Hélène: →

- "Je voulais faire une ronde mais je n'arrivais pas. Alors je les ai mises en ligne."

Laetitia:

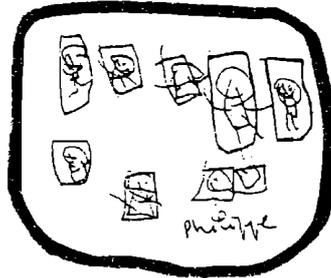
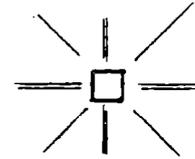
- "Moi, j'ai une idée: on peut faire 3 petites rondes, à 3

et ça fait 9."



Laetitia:

- "Moi, c'est pareil: en vrai j'aurais voulu faire un soleil, mais il en faudrait plus ... au moins ... 4 (puis elle réfléchit...) ... non, plus!"



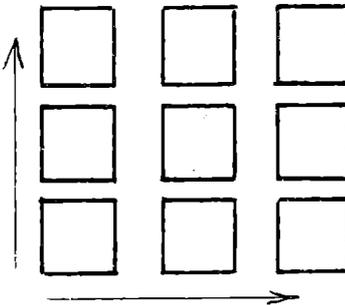
Philippe:

- "J'ai réussi. C'est 8."

Rachel reprend l'idée de Laetitia en la transformant: elles peuvent se mettre en ligne mais par 3.

Nadia:

- "C'est bien comme ça il y en a 3 dans ce sens et 3 dans ce sens."



- "Ca fait une forme de carré."

Régis:

- "Et même, regardez ça fait 3 en sens de croix."



Ce carré est bien séduisant.

Nous adoptons cette disposition pour l'envoi aux correspondants.

(voir page suivante)

Ces recherches ont permis aux enfants de

DECOUVRIR PAR EUX-MEMES

la décomposition du nombre 9

- 9 = 3 + 3 + 3
- 9 = 2 + 2 + 2 + 2 + 1
- 9 = 4 + 4 + 1
- 9 = 6 + 3
- 9 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1
- 9 = 5 + 4

"C'est drôle quand même en mettant 3 dans tous les sens on peut faire un carré. Ce carré fait 9 en tout. 9 est le carré de 3!"

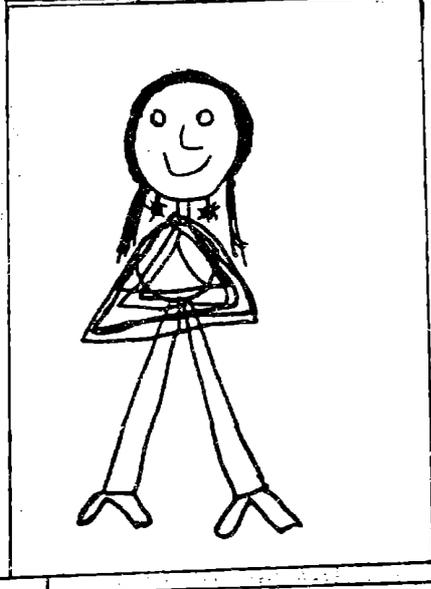
quelle intuition!...

"Comprendre c'est inventer ou reconstruire par réinvention." **PIAGET**

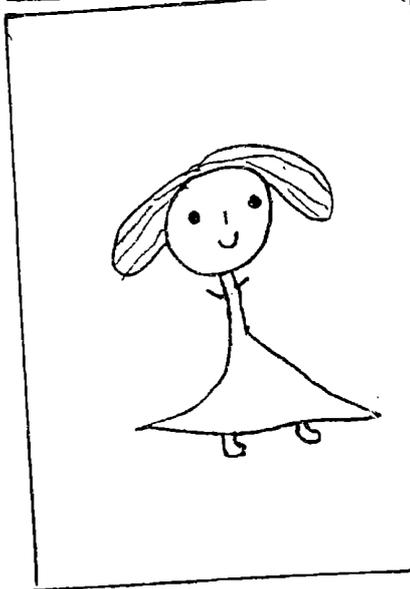
# voici la disposition adoptée



3

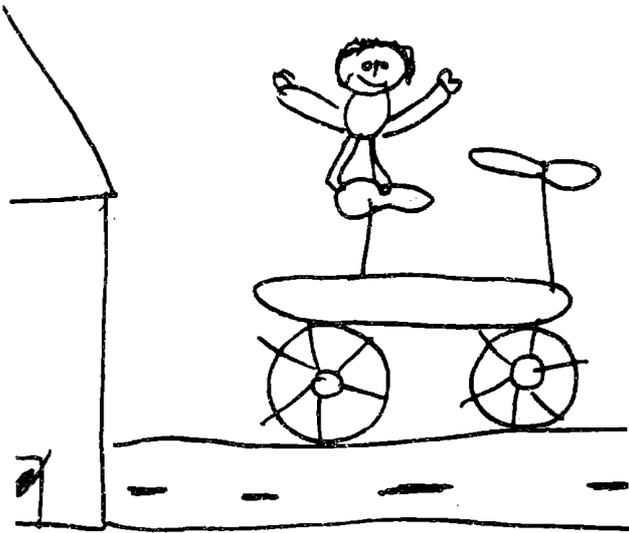
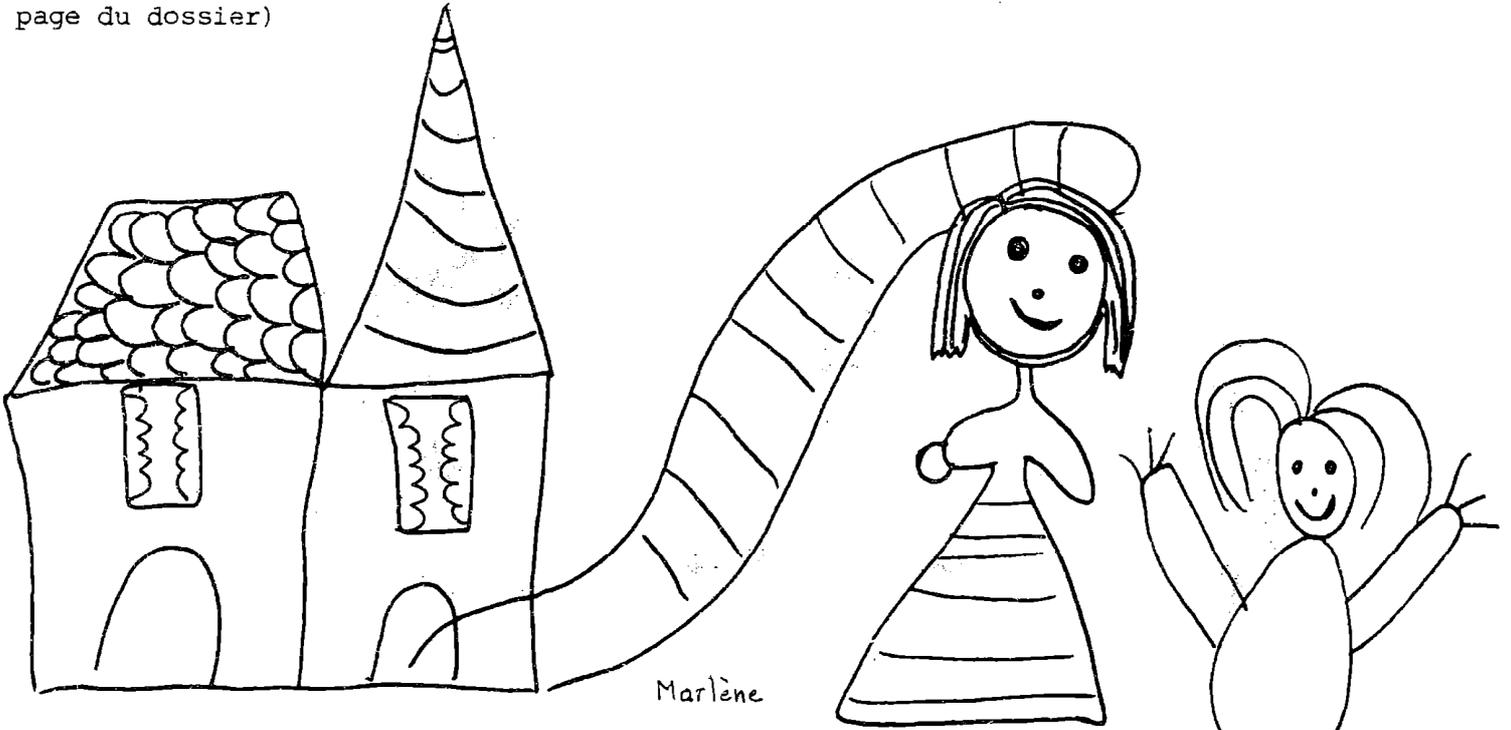


3

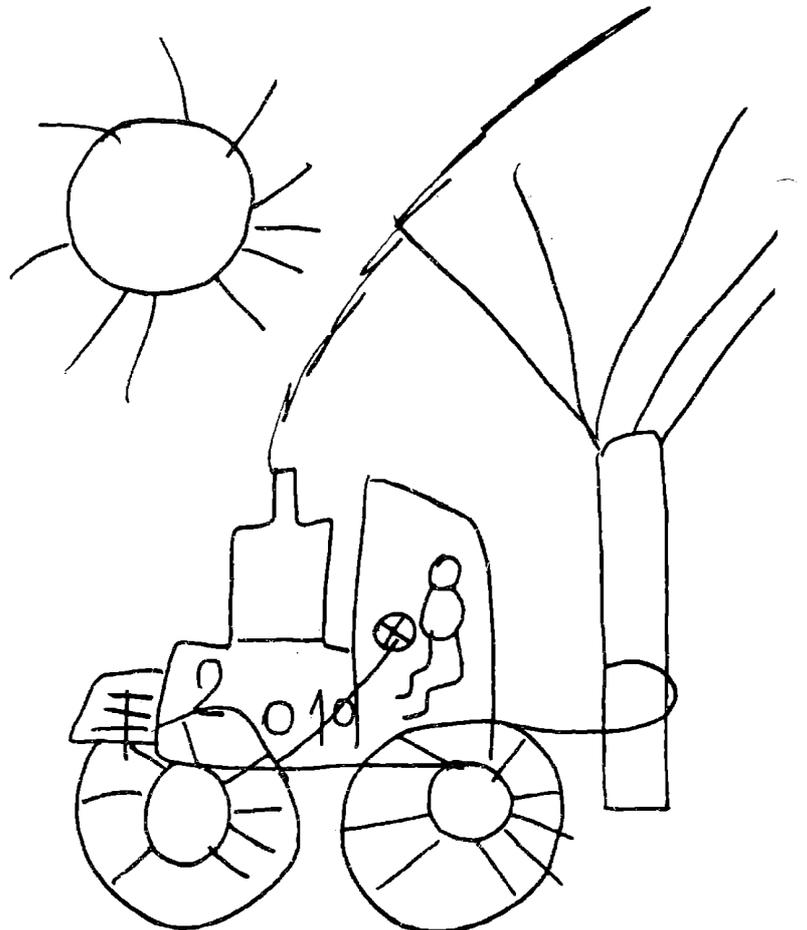


3

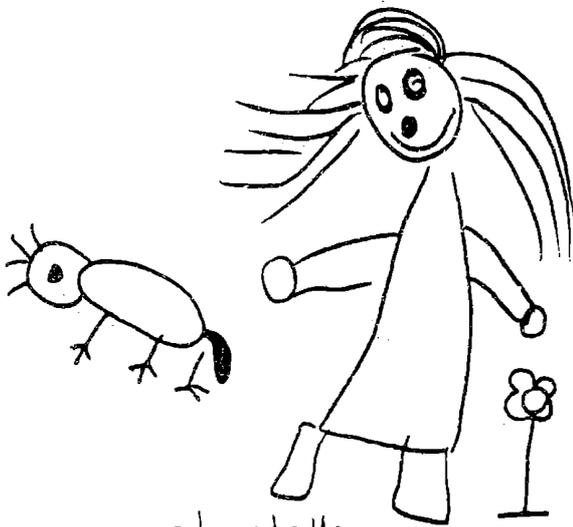
(cette page est "hors dossier": elle est là pour des raisons techniques de mise en page du dossier)



Virginie CP



Marc CP



Christelle

Mélanie

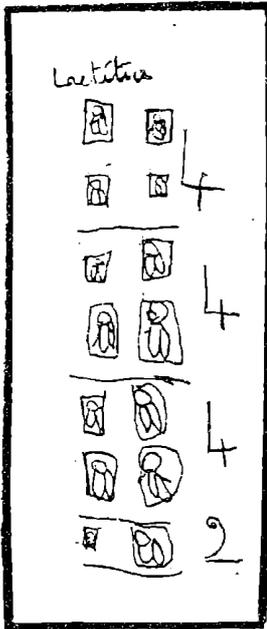
# Deuxième recherche

La présentation des filles étant réalisée, il s'agit maintenant d'en faire autant pour les garçons.

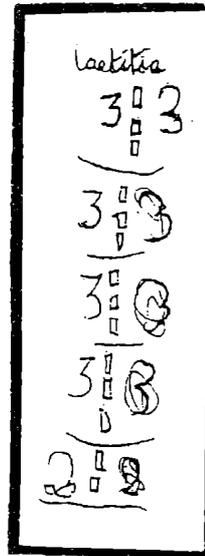
La recherche précédente a été dynamisante puisqu'elle a permis d'aboutir à une représentation non seulement satisfaisante mais, en plus, plaisante. On se remet donc au travail avec entrain et frénésie.

Nous adoptons la même démarche:

- recherche individuelle
- suivie de la mise en commun qui comporte
  - .la présentation de chaque recherche par son auteur
  - .les questions, remarques et critiques des camarades.



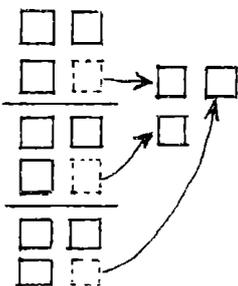
Laetitia:  
 -"J'ai mis 2 et 2 mais par 4."  
Dominique:  
 -"C'est des groupes de 4."  
Raphaël:  
 -"Comme des petits carrés mais à la fin il ne restait que 2."  
Laetitia:  
 -"Tous les garçons ça fait 4 et 4 et 4 et 2 = 14"  
Laetitia (intuition):  
 -"Je crois que j'aurais pu faire des groupes de 3."  
 moi:  
 -"Vas-y."  
 (voir ci-contre sa nouvelle présentation)



Dominique:  
 -"C'est presque pareil, sauf que là où c'est 3, avant c'était 4."  
Moi:  
 -"Qu'est-ce qui est différent?"  
Régis:  
 -"Ici c'est 4 paquets et avant 3 groupes."  
Philippe:  
 -"Le 2 reste pareil."  
Olivia:  
 -"Alors peut-être que ce n'est plus 14 en tout?"  
 Nous vérifions.  
 -"Si, c'est 14 tous les deux."

$$3 + 3 + 3 + 3 + 2 = 14$$

Régis:  
 -"Je sais comment ça s'est passé."  
 Il explique:

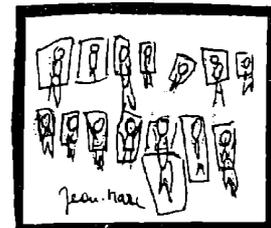
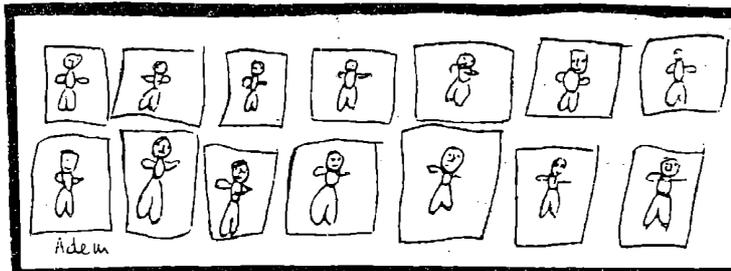


-"Si on 3 paquets de 4 et qu'on enlève chaque fois 1 à ces 3 paquets, il reste 3 dans chaque paquet et on fait un nouveau paquet. Alors au lieu d'avoir 3 paquets de 4 on a 4 paquets de 3."

Célia:  
 -"J'ai déjà vu ça, qu'on peut écrire des calculs comme ça

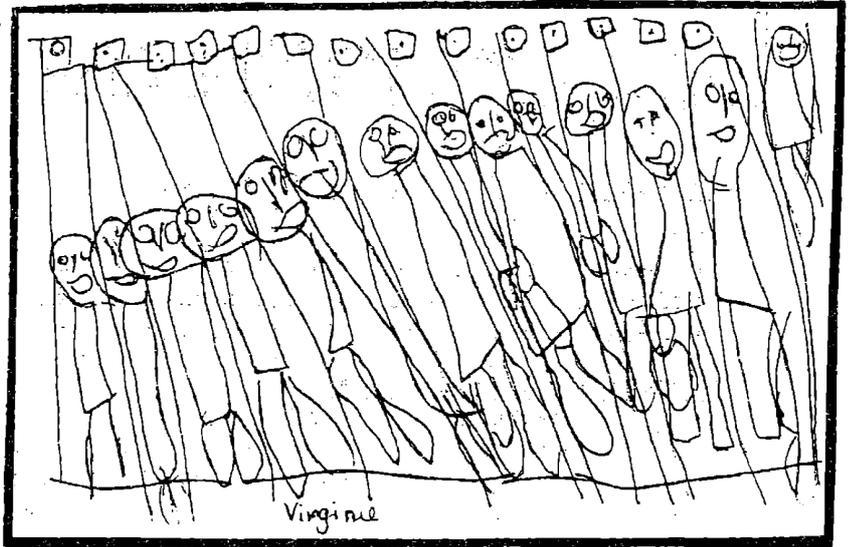
4	3
4	3
4	3
2	3
	2

au lieu de  $4 + 4 + 4 + 2$   
 $3 + 3 + 3 + 3 + 2$



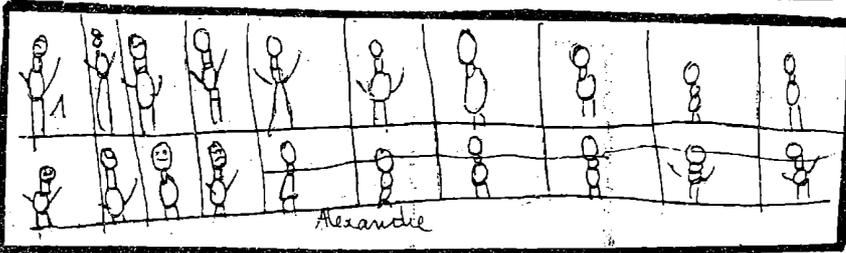
Aline:  
 -"Les deux idées sont pareilles: 2 lignes et 7 dans chaque ligne. Ca fait 7 et 7."

- "Elle les met par 1 dans une ligne." →



Alexandre:

- "J'ai fait 10 dans la ligne et aussi en dessous. Comme ça faisait trop j'ai barré pour avoir 14."



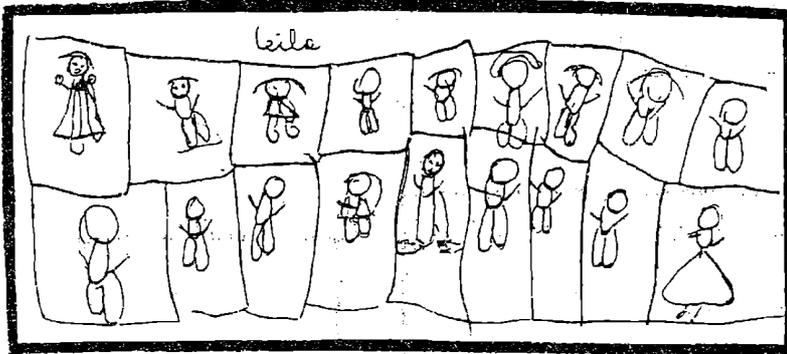
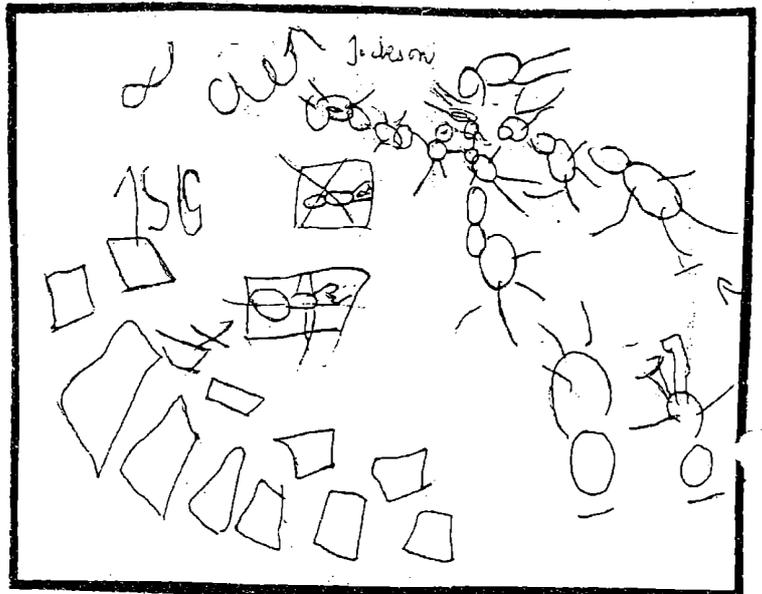
← - "On peut écrire 10 + 4."

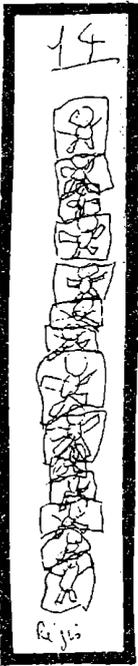
Virgile:

"Jackson, Mickaël et Leila ont raté."

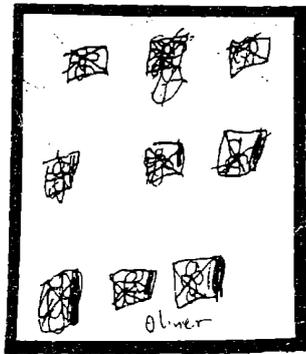
Rustem:

- "Si on compte bien, chez Jackson il y a 14. Il a raté que 1 fois."

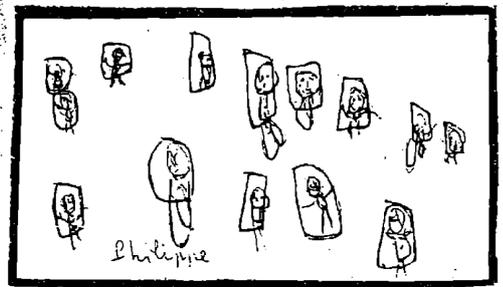




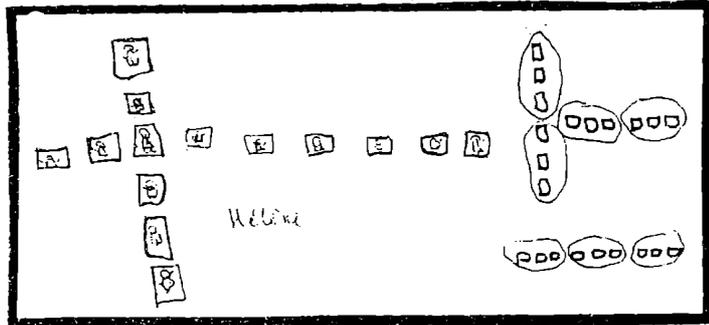
Régis:  
-"Ils sont en colonne, une colonne de 14."



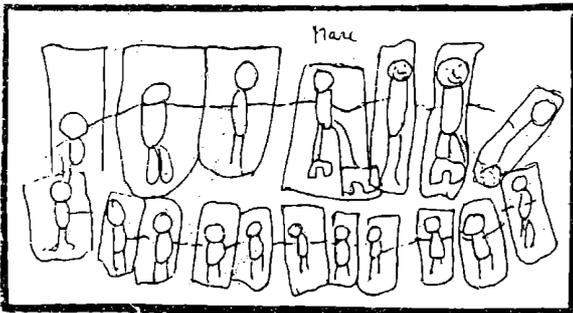
Olivier:  
-"Je voulais faire un carré, mais ça ne va pas."



-"Il a 14."

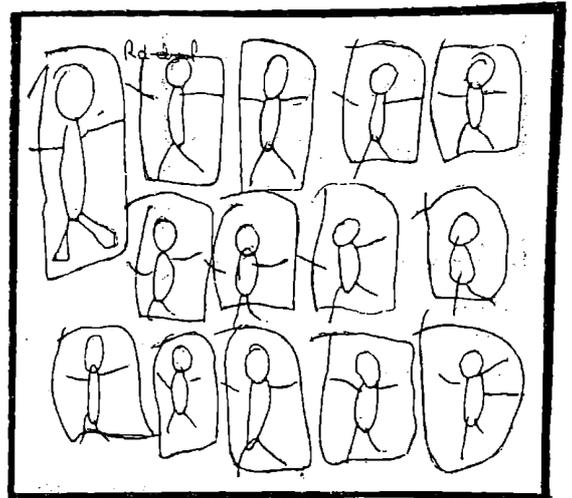
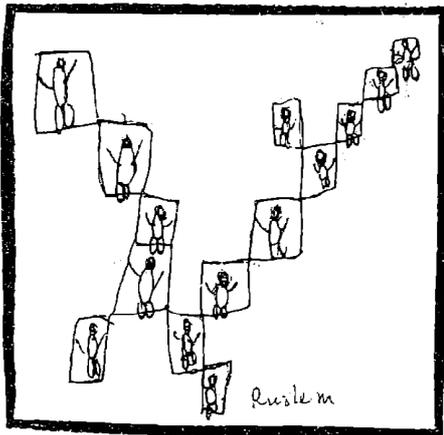


Nadia:  
-"A deux endroits elle a 3 et 3, et même un fois elle a 3 et 3 et 3."



-"C'est trop."

-"Son escalier est en desordre."  
-"On dirait plutôt une pyramide d'acrobates."



Raphaël:

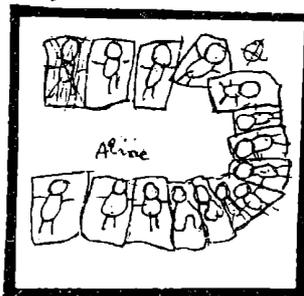
-"J'ai mis 5 en haut et 5 en bas, au milieu 4."

Aline:

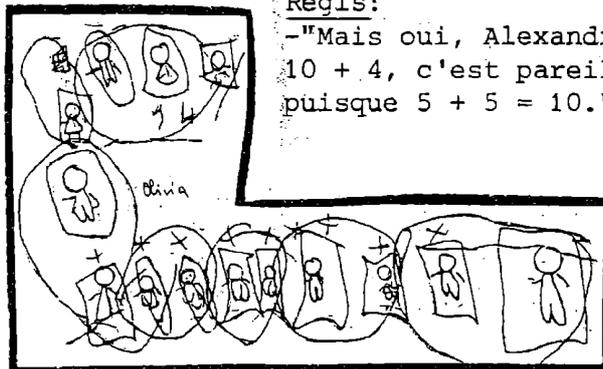
-"C'est presque 5 + 5 + 5 puisque c'est 5 + 5 + 4, il en manque que 1."

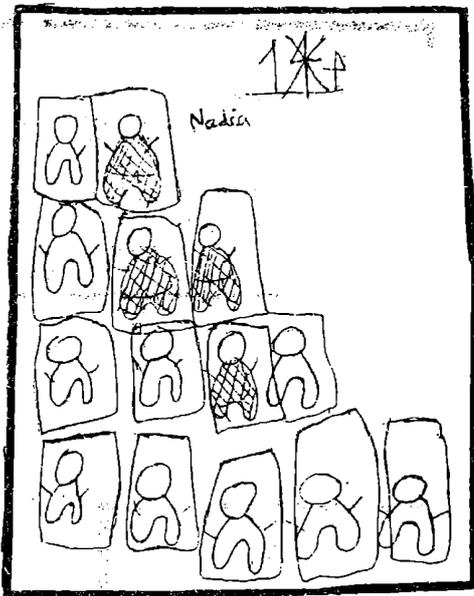
Régis:

-"Mais oui, Alexandre avait fait 10 + 4, c'est pareil que 5 + 5 + 4 puisque 5 + 5 = 10."



-"pour le jeu du château."



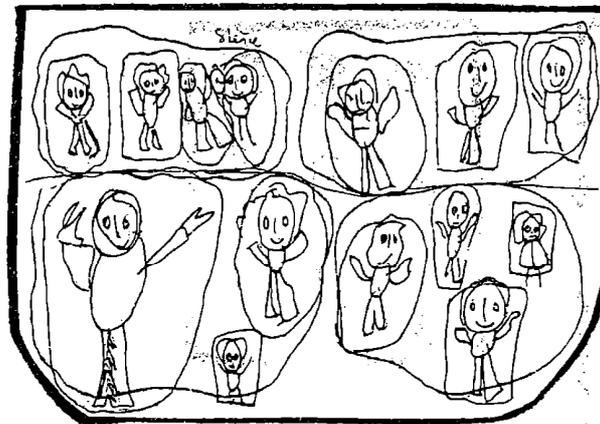


Olivier:

- "Cet escalier est plus grand que celui que Stève avait fait, j'ai fait 2 + 3 + 4 + 5."

Moi:

- "Et Stève avait fait?"



Stève:

- "J'ai mis les garçons en 2 rangées."

Dominique:

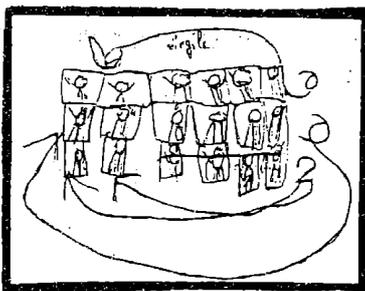
- "On dirait qu'il a fait 4 et 3 en haut puis 3 et 4 en bas."

Régis:

- "Il a quand même 7 et 7."

Raphaël:

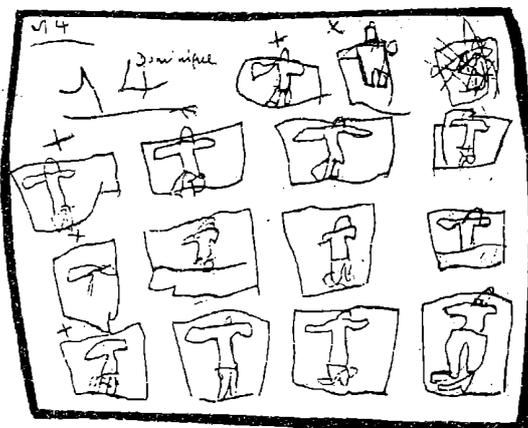
- "C'est obligé. On avait déjà compté 7 et 7 pour Adem et Jean-Marc."



Virgile:

- "Chez moi les garçons sont 6 et 6 et 2."

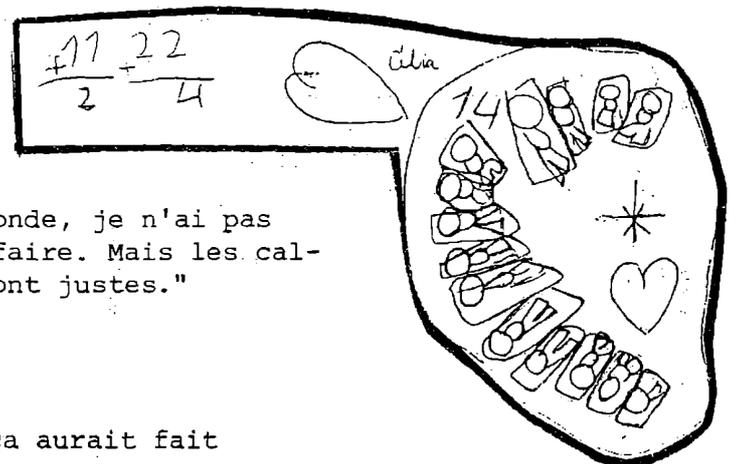
Avec 4 en plus (...ceux qu'il a barrés...) ça aurait fait 6 + 6."



- "Ca ressemble à l'idée de Laetitia: 2 et 4 et 4 et 4, sauf que elle avait mis 2 en dernier."

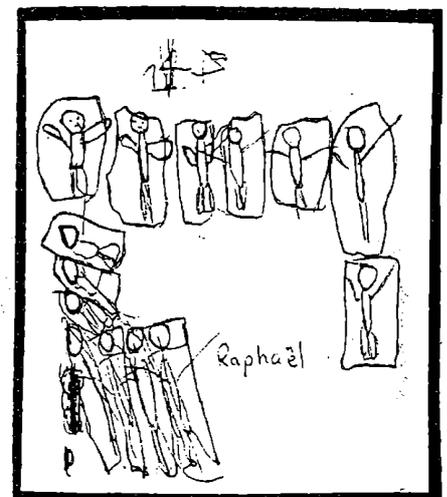
Nadia:

- "On peut les mettre où on veut ça n'change rien."



Célia:

- "La ronde, je n'ai pas pu la faire. Mais les calculs sont justes."



Raphaël:

- "J'ai voulu les mettre en carré. J'ai cherché, mais je n'y suis pas arrivé."

# Quelques mois plus tard ... une troisième recherche

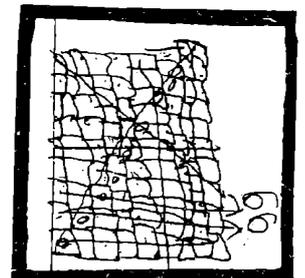
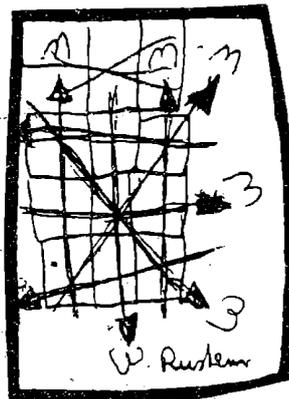
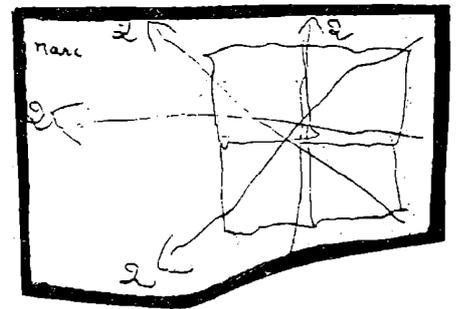
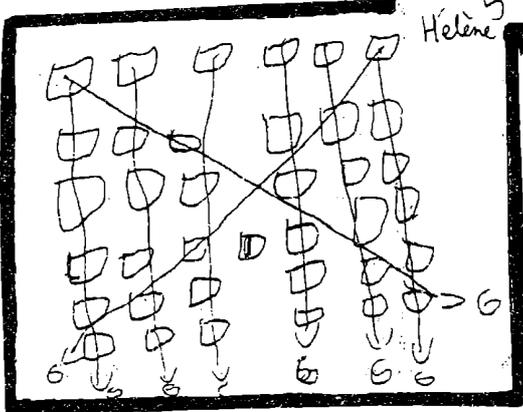
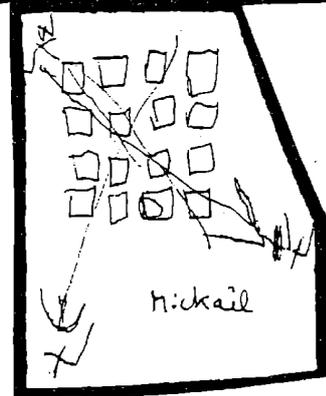
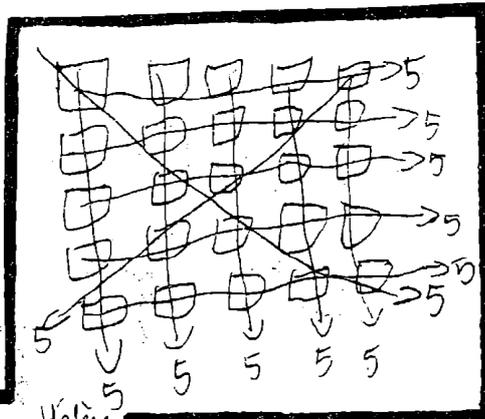
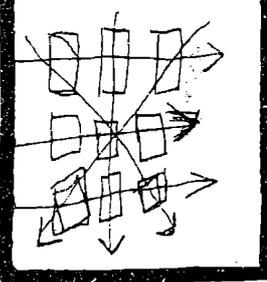
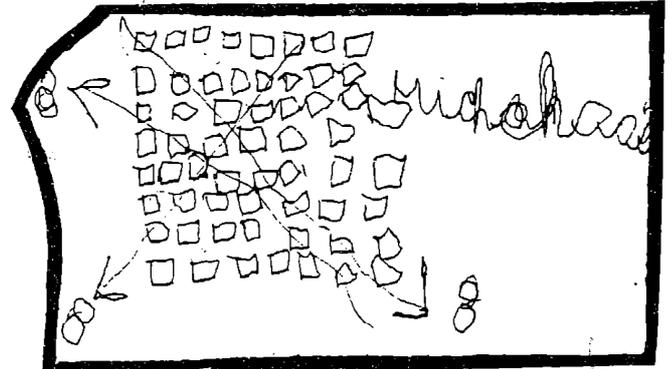
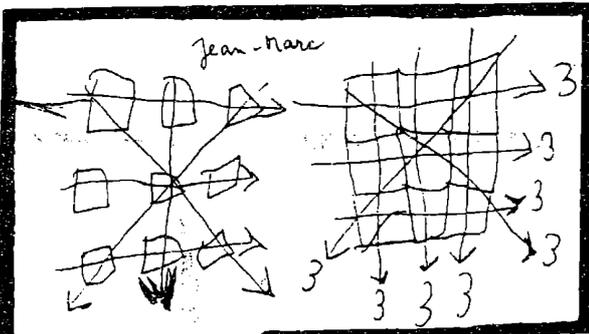
Dans la recherche précédente plusieurs enfants ont essayé de retrouver le carré d'un nombre.

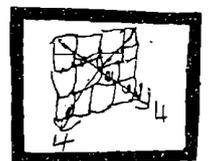
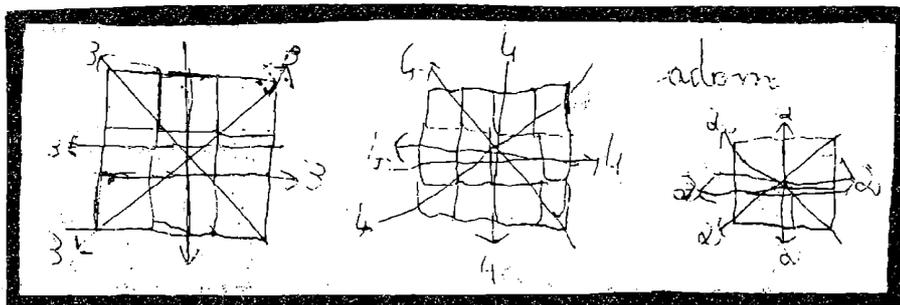
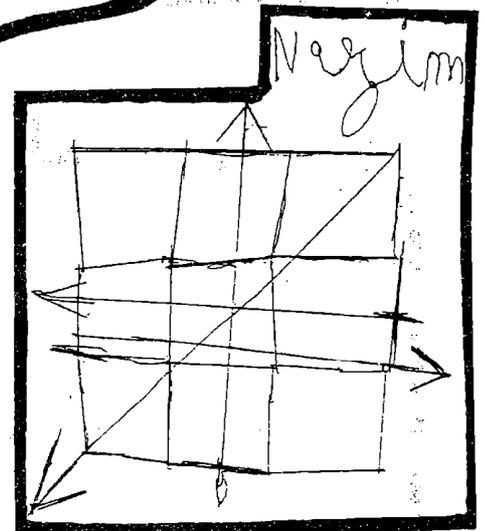
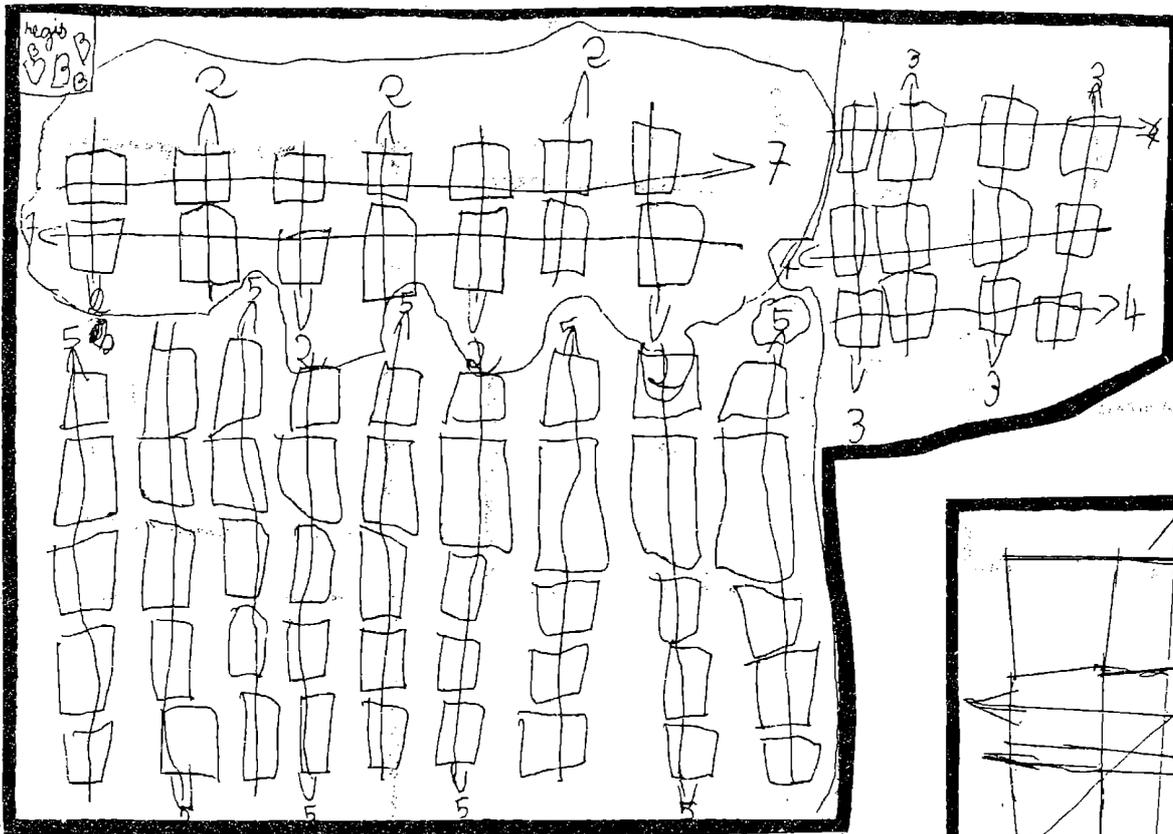
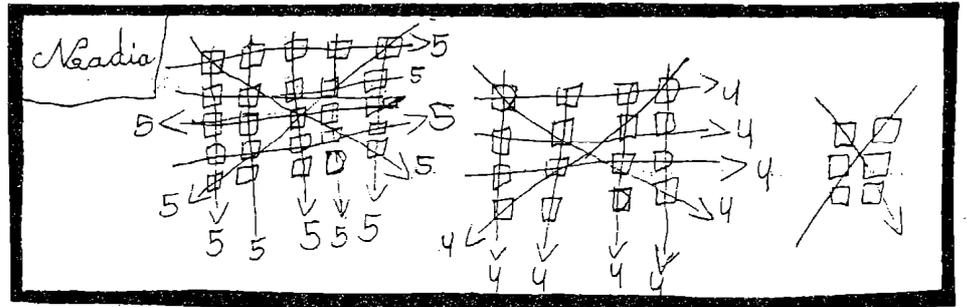
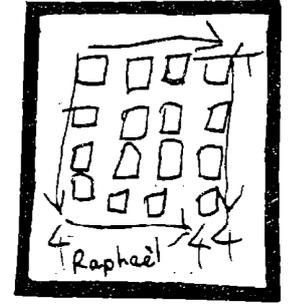
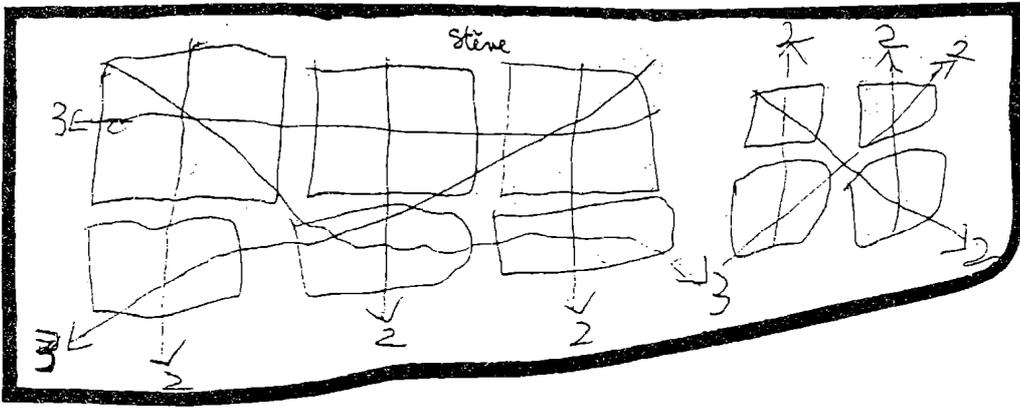
Quelques mois plus tard nous reprenons ce travail à nouveau sous forme de recherche.

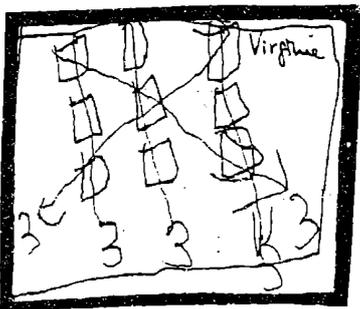
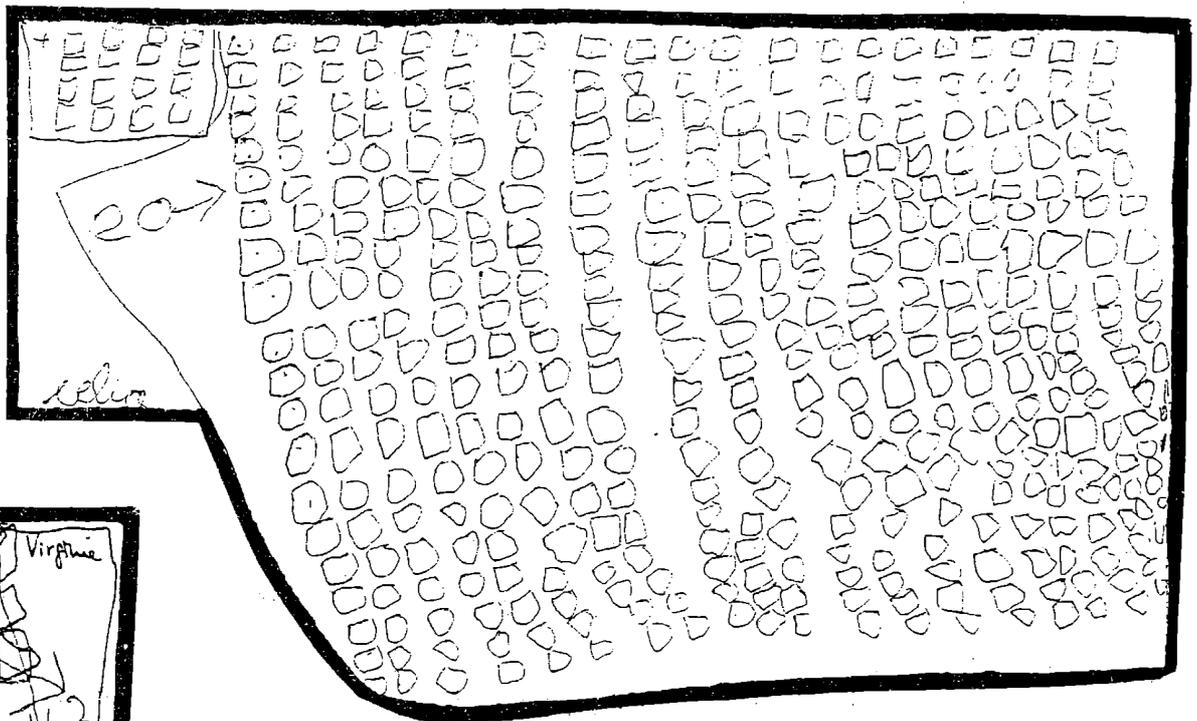
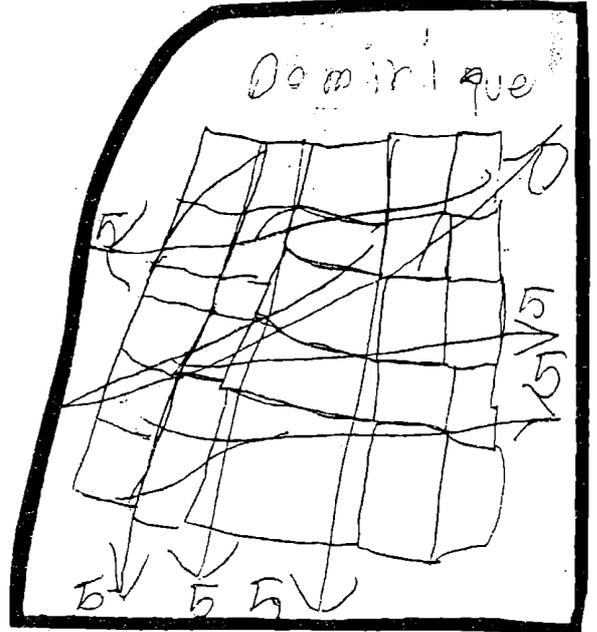
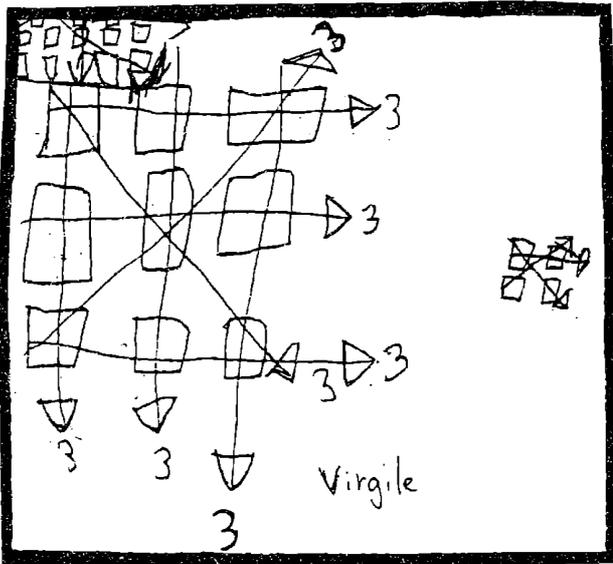
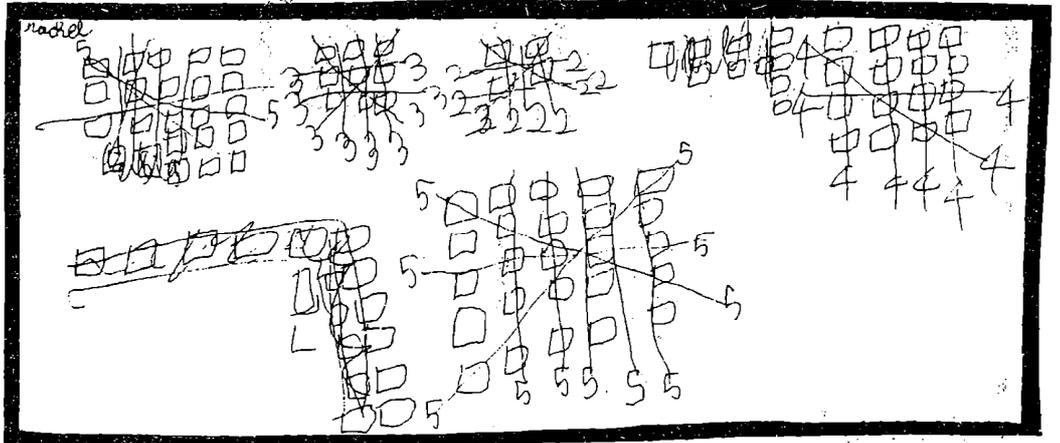
La question que nous nous posons au départ:

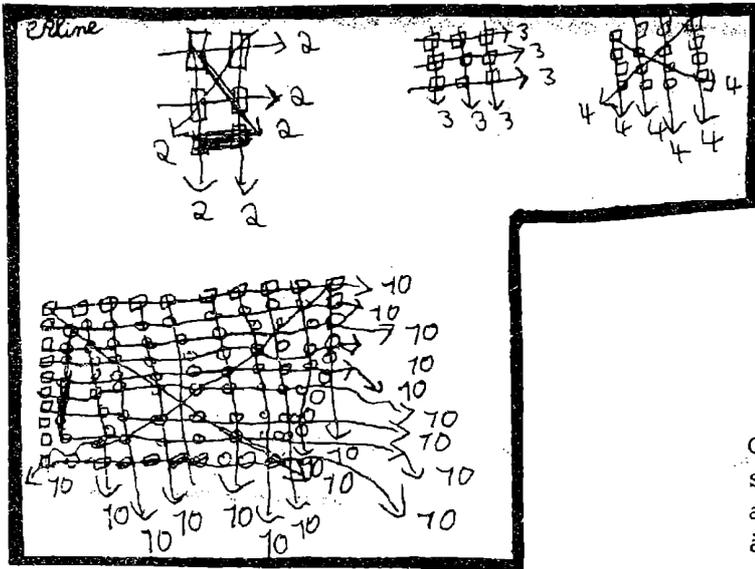
Peut-on faire un carré  
avec n'importe quel nombre ?

Essayons.









Chacun,  
selon ses possibilités du moment,  
apporte sa contribution  
à la construction de l'édifice.

Il paraît maintenant sûr que l'on peut faire un carré avec n'importe quel nombre.  
MAIS les réponses trouvées nous montrent que tous les nombres ne figurent pas dans la  
liste des réponses.

4	est le carré de	2
9	_____	3
16	_____	4
25	_____	5
36	_____	6

ici on loupe beaucoup de nombres

ici les nombres se suivent dans l'ordre

On constate:-  
14 n'est pas dans la liste des réponses,  
c'est pour ça qu'on ne pouvait pas faire un carré avec un total de 14.

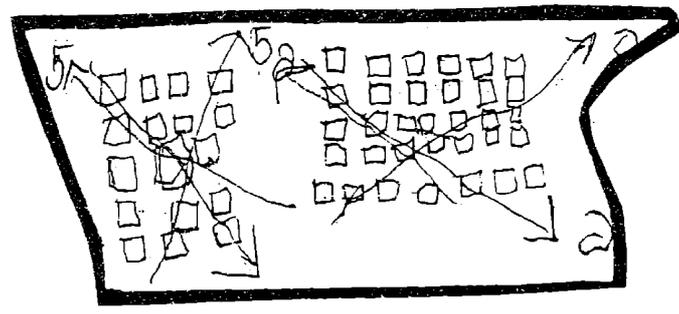
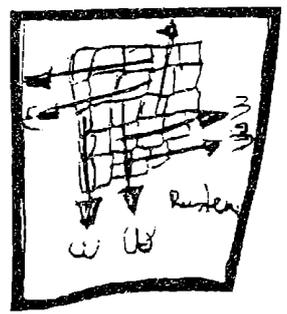
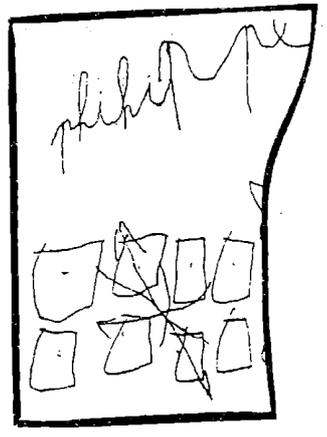
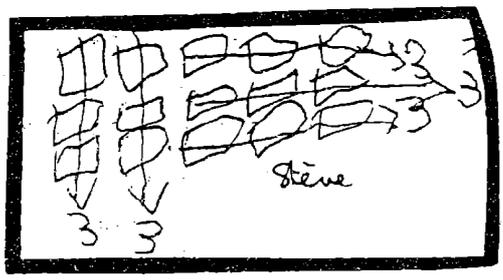
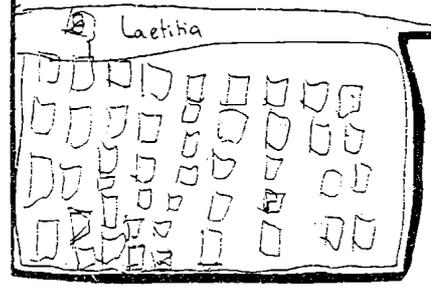
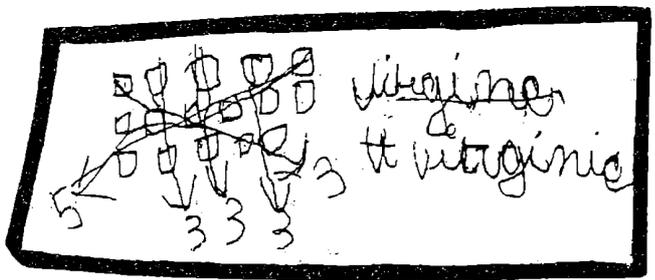
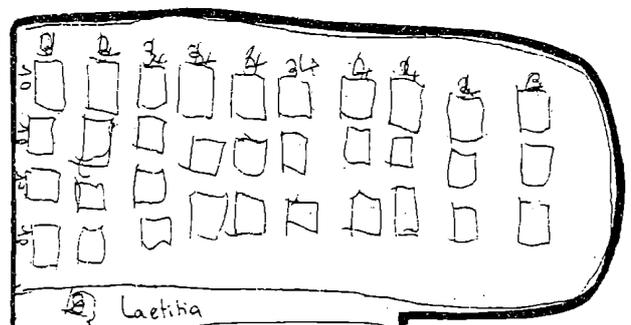
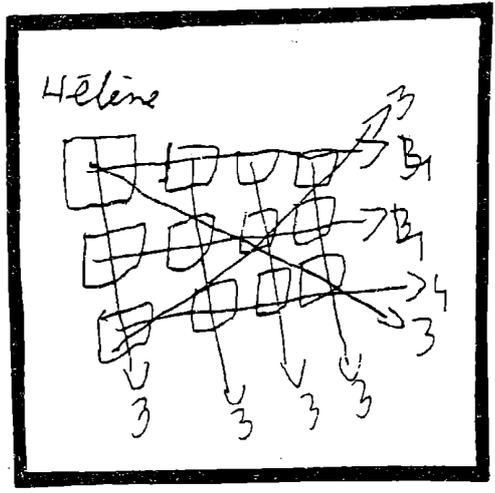
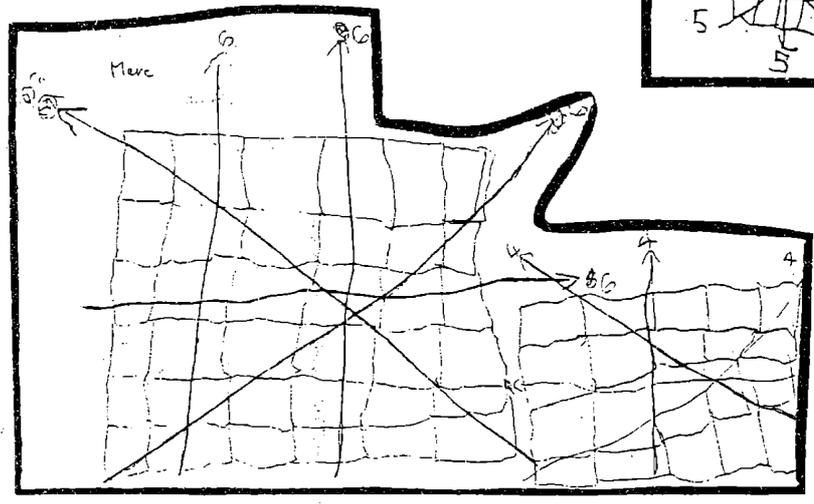
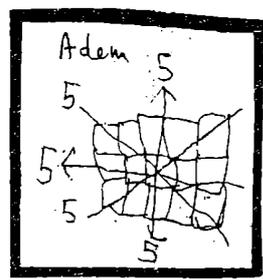
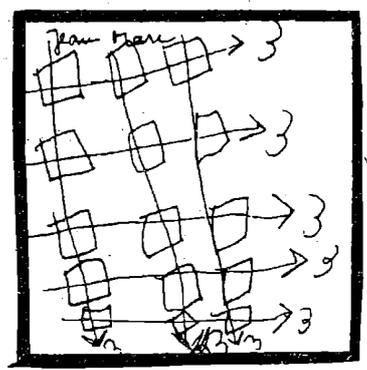
Conclusion de la recherche:

On peut faire un carré avec tous les nombres  
mais tous les nombres ne sont pas la réponse  
d'un carré.

Cette formulation, si elle est maladroite,  
a l'avantage d'être celle des enfants.

"Il faut mettre l'accent sur l'activité dynamique  
de la recherche  
plutôt que sur l'aspect statique de la réponse."  
DIENES

et les erreurs ?  
il y en a, bien sûr  
les voici



# les erreurs ... ... des points de départ pour de nouvelles recherches ...

Ceux-là même qui ont fait des erreurs remarquent qu'au lieu de faire des carrés ils ont fait des rectangles.

Et déjà une idée naît :

en se trompant  
Raphaël a fait 2 fois le carré de 2



Ces erreurs seront mises à profit  
en étant le point de départ d'une nouvelle recherche  
plus tard.

Ce travail, avant d'être une recherche mathématique, était une situation, un problème qui se posait à la classe: il s'agissait de se présenter réellement aux correspondants en respectant le contrat moral que nous avons passé (les travaux envoyés aux correspondants doivent être parfaitement présentés et soignés.) Comme il n'était pas possible de s'appuyer sur un manuel, il fallait compter sur nos propres ressources et inventer jusqu'à la démarche. C'est peut-être la raison pour laquelle ce travail nous passionnait, les enfants autant que la maîtresse. Cette forme de travail me semble intéressante car elle conjugue les individus et le groupe, le travail des uns se nourrissant du travail de l'autre.

Des exemples de travaux de ce genre il y en a beaucoup. Si vous avez pu lire le récit de cette tranche de vie de la classe -datant de 1984- c'est grâce à L.Buessler que ce travail a intéressé et qui a tenu à le mettre en page pour les lecteurs de C.P.E.

Anne-Marie MISLIN