VERS LA MATHEMATIQUE VIVANTE ....

Nous publierons dans chaque numéro, sous ce titre, le compte-rendu d'un travail fait avec les élèves dans une de nos classes.
Adressez vos articles à paraitre sous cette rubrique à Robert DANIEL, école Freinet 68 WITTENHEIM.

Pourquoi ces compte-rendus?

-Sûrement pas pour vous dire: voilà, c'est cela la mathématique vivante, le "travail-modèle", ...
Mais pour montrer à ceux qui ont peur de se lancer qu'il est possible de faire des travaux interessants si on sait se libérer du manuel,
et aussi pour que vous fassiez part à l'auteur de vos réflexions, pour que vous lui signaliez les maladresses, les erreurs, les dangers, ...

le jeu d'échecs

Ce travail a été fait dans une classe rurale avec les dix élèves du cours moyen 2.

Christine nous a raconté quelques jours après la rentrée de septembre qu'elle avait appris à jouer aux echecs pendant les vacances et que son frère lui avait raconté une légende :

"Un roi avait demandé à un de ses sujets de lui inventer un jeu.
C'est ainsi qu'est né le jeu d'échecs.
L'inventeur demanda qu'on le récompense en lui remettant des grains de blé.
-Combien de grains?
-Posez un grain sur la première case, deux sur la deuxième, quatre sur la troisième, huit sur....., etc."

Il y en tout 64 cases sur le "damier".

Nous décidâmes de chercher le poids du blé sur le damier.

Tous les élèves, par groupes de deux, ont cherché à remplir les différentes cases.
Au bout de trois jours, le travail était terminé et on s'est mis d'accord sur le nombre de grains se trouvant sur la 64° case:

9 223 372 036 854 775 808 grains

Samez-vous lire ce nombre ?

Nous avons essayé et avons trouvé ... des millions de trillions (peut-on dire "quintillions"?)

Après, on s'est aussi "amusé" à lire d'autres grands nombres du damier et d'autres

Pour nous permettre de traduire cela en kilogrammes ou en tonnes Marius nous a apporté pour la séance suivante plusieurs boites avec des grains de blé.

Chaque groupe a compté et pesé ses grains:
nous avons trouvé une moyenne de 2300 grains pour I00 grammes ou 23 grains pour I gramme ou .... grains pour ...grammes et on a à l'aide de grands tableaux trouvé que le poids des grains de la 64° case était de :

4OI OI6 I75 5I5 425 kg

ou

4OI OI6 I75 5I5,425 tonnes

toujours de très grands nombres qui ne deviennent pas vite petits même si on essaie de traduire en camions, wagons ou même trains...

C'est là le poids de grains sur la 64° case.
Et le poids des grains de tout l'échiquier?

Pour le trouver, il fallait faire le total des 63 premières cases. Quelle addition!

Heureusement que Danièle allait faire une découverte importante: elle avait commencé par additionner les grains des huit premières cases et avait trouvé que le total (255) correspondait à une unité près au nombre inscrit dans la 9° case (256).

Philippe émit alors l'hypothèse que le total de chaque rangée était égal au nombre écrit dans la première case de la rangée suivante moins un.

On chercha à vérifier. Déception! ce n'était pas tout à fait cela, mais nous allions trouver très vite une "bonne machine" qui est ceci:
"si l'on considère n'importe quelle case du damier, le nombre inscrit dessus est égal au total des nombre des cases précédentes plus un"

Exemples :	(I)	+ I	= 2
	(I+2)	+II	= 4
	(I+2+4)	+ I	= 8
	(I+2+4+8)	+ I	=I6

Il n'était plus nécéssaire de faire notre longue addition. le total des 63 premières cases était:

9223372036854775808 - I = 9223372036854775807 grains

et en tout, il y avait : I8 446 744 073 709 55I 6I5 grains
ou .... kg ou .... tonnes, etc...

La découverte de cette loi ou "machine", nous décida à faire d'autres rechrches:

Que se passe-t-il, si au lieu de multiplier par 2, on multipliait par 3,4,5,6,...?

On "construisit de nouveaux"damiers" que nous appelions les damiers du 3, du 4, du 5 et du 6.
On se contenta bien entendu de carrés de I6 ou 25 cases... et non de 64.
On retrouva, entre autres constatations, des ressemblances avec ce que nous avions vu sur le"damier du 2" en ce qui concerne l'addition.
On peut résumer cela, pour nous, en une formule comme ceci:

$$a^n = \left(a^0 + a^1 + a^2 + a^3 + \cdots a^{(n-1)}\right)(a-1) + 1$$

En comparant les damiers, Brigitte a noté :

la 2° case du damier 4 = 3° case du damier 2
3° case du damier 4 = 5° case du damier 2
.....

Ce langage " ...° case du damier ... " était très difficile à manier.
Nous avons remplacé par :

2x2 = 4
2x2x2x2 = 4x4
2x2x2x2x2x2 = 4x4x4

que bientot, pour simplifier quelqu'un remplaça par:

8 fois 2 = 4 fois 4

ce qui est juste, mais ne signifie plus du tout ce qu'on voulait exprimer.
C'est alors que je leur ai"donné" l'écriture des puissances et nous avons fait une série de calculs de puissances .

Ce travail nous a occupé trois bonnes semaines .

Et le programme ?

J'ai décidé de ne pas m'en occuper pour le moment, les dernières instructions devraient le permettre à tous,... et j'ai l'impression que nous ne perdons pas notre temps:
-Nous avons fait beaucoup de "mécanismes" puisqu'on en avait besoin
-Nous avons appris à lire des grands nombres parce que nous voulions lire ce que nous avions écrit,
-Nous avons pesé et repesé avec attention (poids brut, tare,...)
-Nous avons calculé des moyennes parce que la notion de nombre moyen de grains ou grammes a été bien ressentie
-Nous, élèves et maitre, avons été passionnés par nos recherches, fascinés presque par les nombres et leurs lois.

N'est-ce pas là un des buts essentiels de l'initiation à la mathématique que nous nous proposons.
Je me pose la question et vous la pose.

Daniel Dippert
école de schweighouse
68 LAUTENBACH