UNE PÉDAGOGIE MATÉRIALISTE, L'OUTIL A SA JUSTE PLACE DANS UN PROCESSUS NATUREL

POUR OUVRIR DES PISTES

La fiche-guide La calculatrice programmable

DES CARRÉS QUI NE TOURNENT PAS ROND

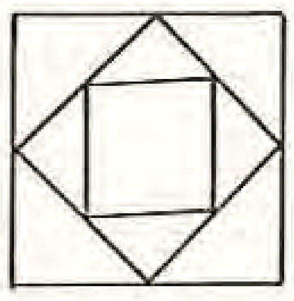
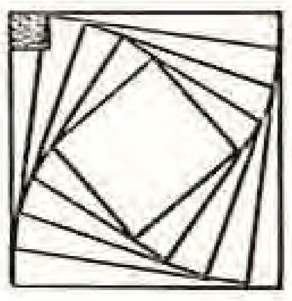


Fig. 1

Remarque aux lecteurs :

Voilà longtemps que l'idée me trotte de proposer des recherches pour rencontrer l'infini !
Premiers essais infructueux... recherches guidées s'avérant téléguidées... Aux journées de l'A.P.M.E.P., une association belge proposait une petite brochure : **Rencontres avec l'infini** (14 pistes). J'ai pris ces dessins dans la brochure et j'ai construit à partir d'eux, deux fiches de recherche guidée.
Dans une de mes classes de 4e se trouve un jeune féru d'informatique qui possède une calculatrice programmable et qui en connaît un rayon en math ; Pythagore, la trigo, les problèmes du second degré n'ont plus de secrets pour lui (il s'agit de Pierre, celui qui avait réalisé une passionnante recherche sur les coniques en 6e ; certains camarades de la commission m'en ont entendu parler). Je pense que cette recherche sera accessible à davantage de jeunes, l'an prochain en 3e, et bien sûr en 2e.
Dites-moi ce que vous en pensez : sur le contenu, sur la rédaction de la fiche (est-ce une bonne incitation), sur ce que vous faites de semblable, etc.

Fig. 2



A connaître :

- ***Rencontres avec l'infini***
Groupe d'enseignement de mathématiques. Chemin du Cyclotron 2, 1348 Louvain-la-Neuve - Belgique. Prix : 100 FB.

- ***Jeux avec l'infini*** RÓZSA Péter.
Éditions du Seuil. Collection Points. Environ 25 F. Un livre intelligent à mettre entre toutes les mains (y compris du collège) qui fait appel à peu d'outillage technique, mais sollicite l'imagination, le sens poétique, dans un parcours très libre où l'infini est à la fête.

Daniel LOUIS-ETXETO, Route de Pomarez - 40250 Mugron.

DES CARRÉS QUI NE TOURNENT PAS ROND LES CARRÉS EMBOÎTÉS (Fig. 1)

I - ÉTUDE GÉOMÉTRIQUE

On construit un carré C_1 et les milieux de ses côtés qui sont les sommets d'un carré C_2 ; les milieux des côtés de C_2 sont les sommets d'un carré C_3, et ainsi de suite... (on pourra prendre $1_1 = 1$ dm pour longueur des côtés de C_1).
Construis cette figure à la règle et au compas, en essayant de réfléchir à une méthode économique (c'est-à-dire faisant intervenir un minimum de constructions auxiliaires). Trace plusieurs carrés emboîtés (une dizaine) avec précision.
Observe la figure réalisée et fais un catalogue de ses propriétés.
Est-ce qu'en continuant de la sorte, on « épuise » le carré de départ ? Existe-t-il une limite au nombre de carrés qu'il est possible d'emboîter dans C_1 ?

II - SUITE DES AIRES (l'unité d'aire choisie est l'aire de C_1, soit $a_1 = 1$).

Soit 1_1 la longueur du côté de C_1, quelle est l'aire de C_1 (c'est-à-dire la mesure de sa surface) ?
Exprime les aires a_1 ; a_2 ; a_3 ; etc, des carrés C_1, etc.

POUR ÉLARGIR LES CHAMPS

Observe la surface découpée par C_2 dans C_1 et qui est extérieure à C_2. Peux-tu calculer son aire ? Effectue les calculs analogues pour les surfaces découpées par C_3 à l'intérieur de C_2, puis par C_4 à l'intérieur de C_3, et ainsi de suite...
Et si tu calcules la somme de ces surfaces : $a_1 + a_2 + a_3 + ...$? Tu peux utiliser la calculatrice (programmable) pour calculer plusieurs de ces sommes. Que devient cette somme lorsque son nombre de termes devient aussi grand qu'on le veut (lorsqu'il tend vers l'infini) ?

III - SUITE DES LONGUEURS DES CÔTÉS

En prenant comme unité de longueur la longueur du côté du carré C_1, soit $1_1 = 1$, peux-tu exprimer les longueurs, 1_2, 1_3, 1_4, etc. des côtés des carrés C_2, C_3, C_4, etc. (tu pourras utiliser le théorème de Pythagore) ?
A l'aide de la calculatrice, calcule un grand nombre d'éléments de la suite des longueurs des carrés emboîtés, cela te permet de te faire une idée du comportement de cette suite.
La calculatrice (programmable) permet de calculer la somme de ces longueurs ; $1_1 + 1_2$; $1_1 + 1_2 + 1_3$; $1_1 + 1_2 + 1_3 + 1_4$; etc. Que devient ce nombre quand on calcule la somme d'un nombre de termes aussi grand qu'on le veut ?
Y a-t-il un moyen de calculer ces sommes sans avoir recours à la calculatrice ? Et peut-on prévoir leur comportement lorsque le nombre de termes tend vers l'infini ?

Au cours de cette recherche, consulte régulièrement le professeur pour discuter avec lui de tes découvertes, de tes résultats, de tes idées.

DES CARRÉS QUI NE TOURNENT PAS ROND... LES CARRÉS TOURNANTS (Fig. 2)

I - ÉTUDE GÉOMÉTRIQUE

On construit un carré C_1 (on pourra prendre pour la longueur de ses côtés $1_1 = 1$ dm $= 10$ cm). On trace un second carré C_2, en prenant ses sommets sur les côtés de C_1 à une distance de 1 cm des sommets de C_1. On construit selon le même procédé un carré C_3 à partir de C_2, et ainsi de suite...
Construis la figure à la règle et au compas, avec la meilleure précision et trace une dizaine de carrés tournants.
Observe la figure et fais un catalogue de ses propriétés.
Combien peux-tu obtenir de carrés, en utilisant ce procédé ? En continuant de la sorte, « épuises »-tu le carré de départ ? Existe-t-il une limite au nombre de carrés qu'il est possible d'emboîter ainsi dans C_1 ?

II - SUITE DES LONGUEURS DES CÔTÉS

En prenant comme unité de longueur la longueur du côté de C_1, soit $1_1 = 1$, peux-tu calculer à la calculatrice (programmable) les longueurs 1_2, 1_3, 1_4, etc. (tu pourras utiliser le théorème de Pythagore) ? Cela donne une idée du comportement de la suite 1_i lorsque i tend vers l'infini.
La calculatrice (programmable) permet de calculer la somme de ces longueurs : $1_1 + 1_2$; $1_1 + 1_2 + 1_3$; $1_1 + 1_2 + 1_3 + 1_4$; etc. Que devient ce nombre quand le nombre des termes de la somme tend vers l'infini ?

III - SUITE DES AIRES

On prendra comme unité d'aire, l'aire d'un carré de longueur de côté 1/10 (hachuré sur le dessin), exprime les aires a_1, a_2, a_3, etc. des carrés C_2, etc.
Observe la surface découpée par C_2 dans C_1 et qui est extérieure à C_2. Peux-tu calculer son aire ? Effectue des calculs analogues pour les surfaces découpées par C_3 à l'intérieur de C_2, et ainsi de suite...
Tu peux étudier à la calculatrice programmable les suites de ces aires, puis les suites de leurs sommes...