On savait que 8 × 8 = 64... et pourtant !

POINT DE DÉPART

Nous recevons un petit crédit municipal «Animation restaurant scolaire». Plutôt que d'acheter jeux et ballons, nous décidons lors d'une «récré-conseil-des-maîtres» d'acquérir matériaux et petits outils de menuiserie. Les enfants, à l'idée de couper, scier, clouer, sont enthousiastes. Je leur demande donc de piocher dans leurs jeux, leurs souvenirs et d'apporter ce que l'on pourrait **construire.** Après discussion, nous nous dirigeons vers les jeux de math de construction simple (1).

PREMIÈRE SÉANCE

On regarde ce que l'on a regroupé, on observe les jeux, on écoute les explications, on lit les règles du jeu... Je note rapidement les jeux retenus.

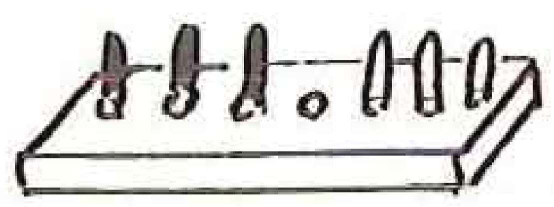
DEUXIÈME SÉANCE

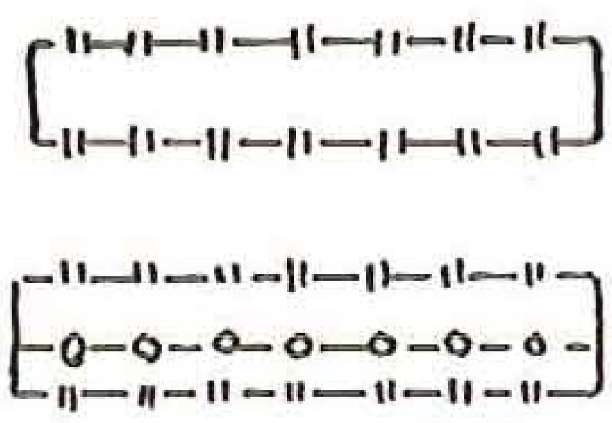
Je mets une condition préalable : on fera un patron sur papier avant de tracer sur le contreplaqué ou le carton. Et on démarre avec les cinq C.M.1 de la classe (les autres élèves se sont répartis dans d'autres ateliers... avec des yeux brûlants d'envie).

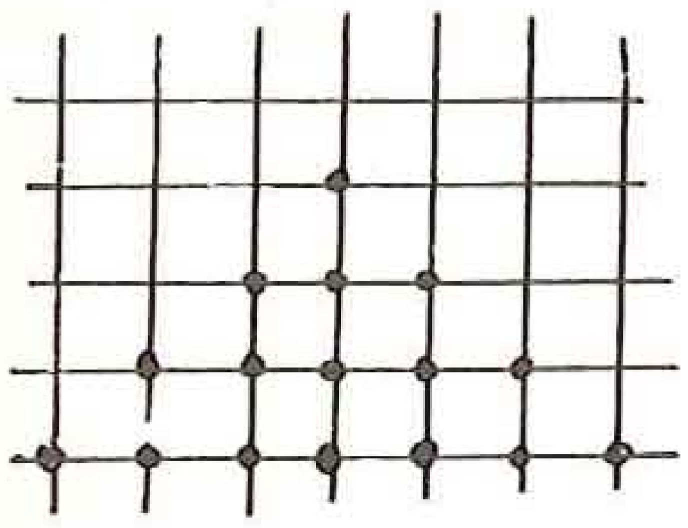
Croquis rapides, mesures, tracés plus précis, erreurs, schémas parlants pour eux... A la fin, on affiche nos patrons.

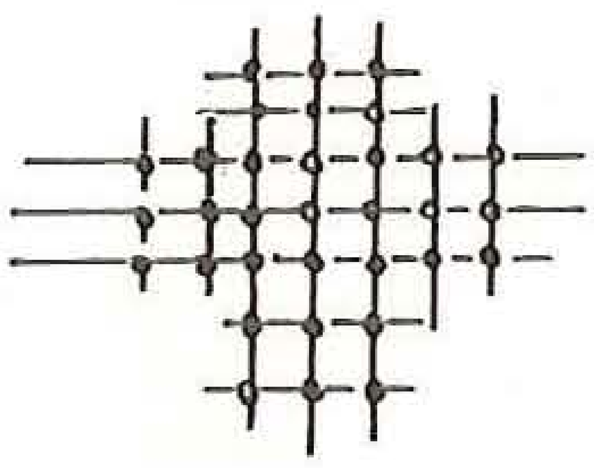
Michel et Isabelle :

A partir du jeu des grenouilles







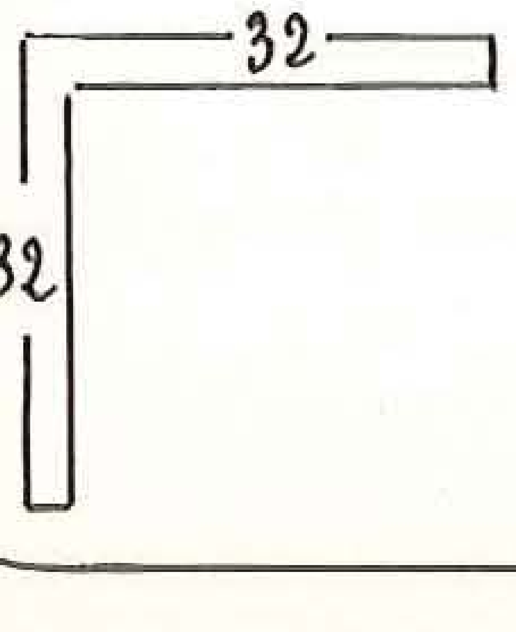


Delphine
(jeu de Marienbad)

Jean-Denis
(jeu de solitaire)

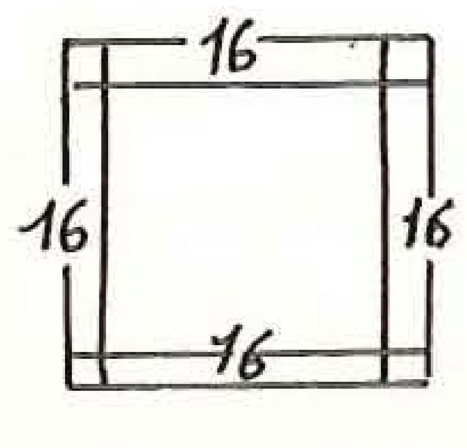
Ces jeux seront réalisés dans les jours suivants.

Armelle, elle, n'a pas fait de patron... Ah !...
— Ben, moi, j'ai pas fait de dessins, je devais faire un damier de 64 cases pour jouer au Reversi et j'y suis pas arrivé !... Alors, j'ai essayé avec des nombres mais j'ai pas fini...



J'ai bien vu que c'était trop alors j'ai fait avec 16.

Là, on a 64 cases mais rien au milieu.

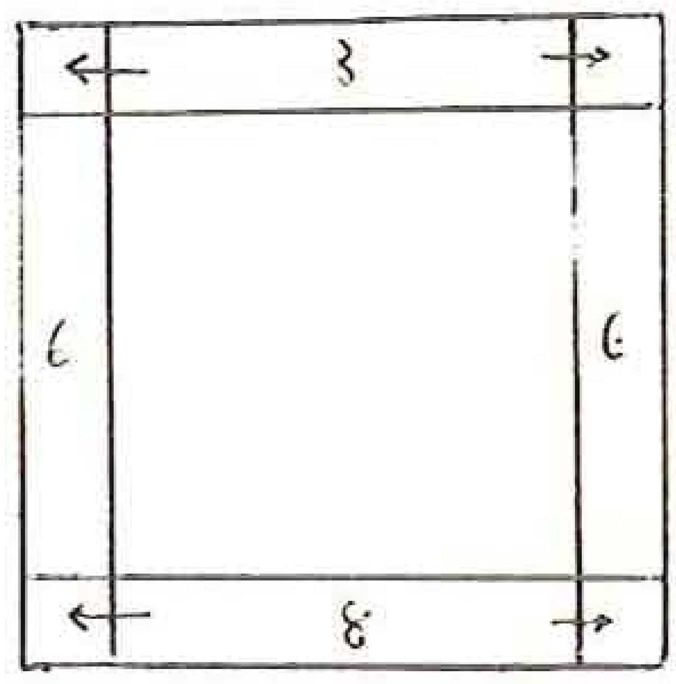


— Faux, dit Jean-Denis, t'as pas 64 cases, y en a moins à cause des coins, y en a 60 !
— D'accord, mais 16, ça fait trop,
Après, je voulais essayer 8, mais j'ai pas eu le temps !
Zut, c'est 5 h, il faut sortir... On reprendra ça demain...

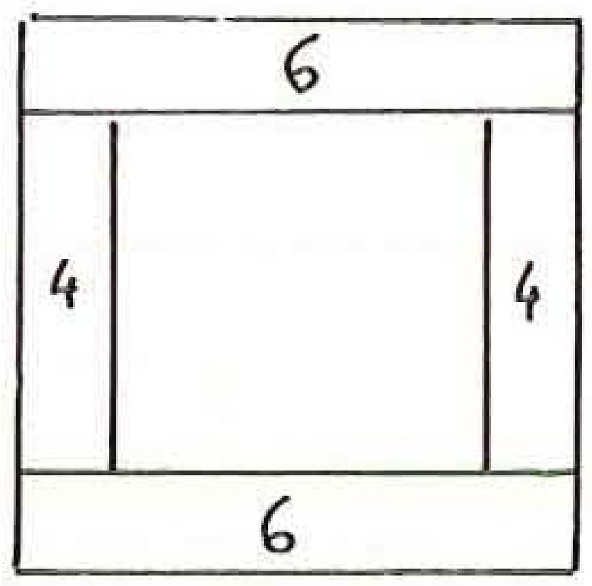
TROISIÈME SÉANCE

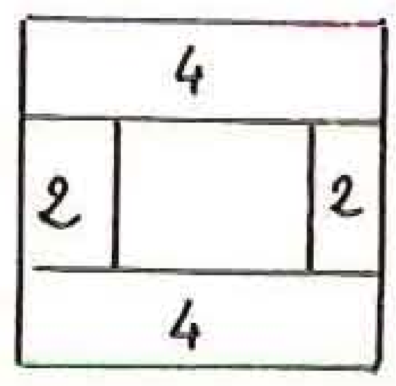
Le lendemain, on reprend les deux schémas d'Armelle et chacun des 5 C.M. trace sur une feuille le 8 sur 8 que voulait faire Armelle.

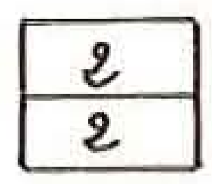
— On a déjà 32 cases !
— Non, y a les 4 coins !
— Ah oui ! Alors 28 cases !
Moi : Comment avez-vous trouvé ?
— Ben, 32 — 4.
— Moi, j'ai fait 8 + 8 + 6 + 6.



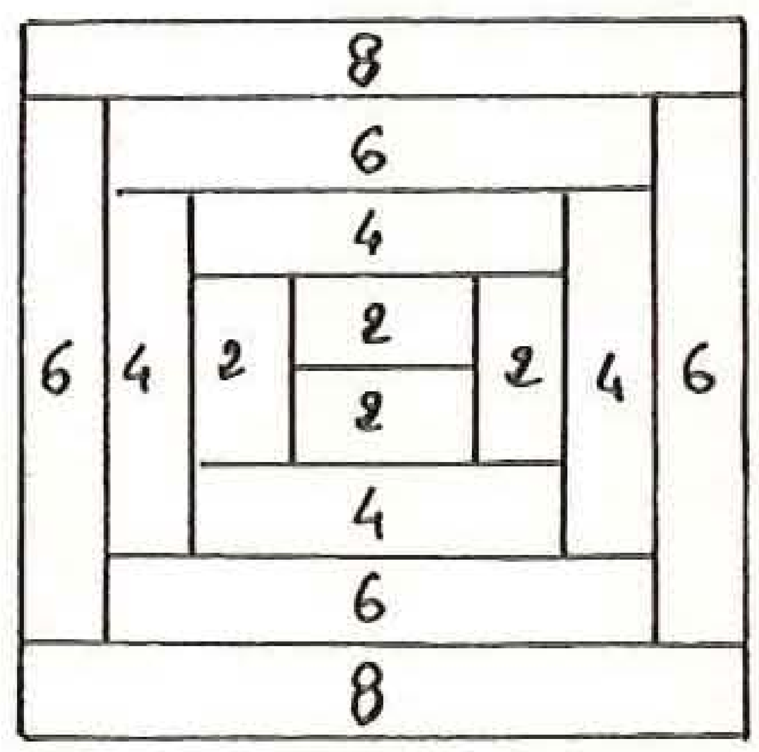
Moi : Et ce qui reste au milieu comment le comptez-vous ?
— Pareil, on trace le carré qui est dans celui-ci ! (Comprenez : immédiatement plus petit)
... et ainsi de suite... Jusqu'à la fin.







Après discussion, on arrive à ce schéma et à ces écritures



$$\left.\begin{array}{l} 8 + 8 + 6 + 6 : 28 : \\ 6 + 6 + 4 + 4 : 20 : \\ 4 + 4 + 2 + 2 : 16 : \\ 2 + 2 \quad\quad\;\; : \;\,4 : \end{array}\right\} 64$$

ou $(2 \times 8) + (4 \times 6) + (4 \times 4) + (4 \times 2) = 64$

- Une remarque d'un gamin à ce stade : il y a des barres prises 2 fois et d'autres 4 fois.

(1) *L'Educateur* a publié précédemment de tels jeux : n° 10 (mars 77), n° 12 (avril 77), n° 13 (mai 77), n° 7 (janvier 78), n° 3 (novembre 78). Voir également les articles de notre camarade Raymond JEGOU dans *L'Ecole libératrice :* n° 29 (mai 80) et n° 9, 11, 16 de 80-81.

QUATRIÈME SÉANCE

Un souvenir surgit subitement chez Isabelle.
— Oh, mais 8 × 8 = 64, on n'avait pas besoin de faire tout ça !
— Tiens, si on demandait à l'autre classe de C.M.1 de calculer 9 × 9 avec notre méthode !
Moi : D'accord, mais on calcule avant !

Premier jet :
9 + 9 + 8 + 8 + 7 + 7 + 6 + 6 + 5 + 5 + 4 + 4 + 3 + 3 + 2 + 2
+ 8 + 8 + 7 + 7 + 6 + 6 + 5 + 5 + 4 + 4 + 3 + 3 + 2 + 2
— Oh, c'est pas ça, ça fait beaucoup plus que 81 !
Moi : Pourquoi ?
— ???... Retour vers notre 8 × 8.
— Michel : on n'a pris que les pairs pour 8 × 8, là il fallait prendre que les impairs !
Et il écrit :

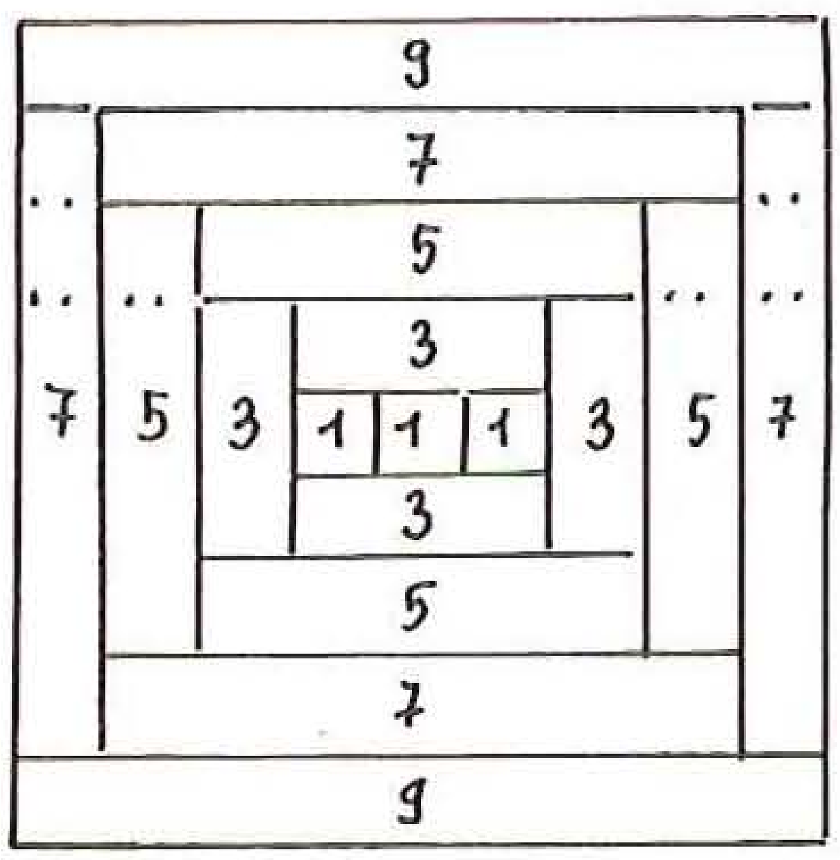
9 | 0 2 4 6 8
↳ | 1 3 5 7 9

Cette fois, on réécrit en se référant à la remarque •

9 + 9 + 7 + 7	32	Total
7 + 7 + 5 + 5	24	82... !
5 + 5 + 3 + 3	16	
3 + 3 + 1 + 1	8	
1 + 1	2	

— Pourtant 9 × 9 = 81. Y'a 1 de trop.

Ben, moi, je fais le dessin ! dit Isabelle.
— ... Bien sûr, au milieu, on ne peut pas avoir 4 × 1 puisque c'est contre une barre de 3 !



A la fin, on doit donc écrire le 1, 3 fois seulement.
• A ce moment, nouvelle remarque :
— On utilise les nombres impairs pour calculer les carrés des impairs.
— On prend les nombres 2 fois, puis 4 fois, et on termine avec 3 × 1.
Delphine. — Moi, pendant ce temps, j'ai compté **ligne par ligne** (2).

9
1 7 1
1 1 5 1 1
1 1 1 3 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 3 1 1 1
1 1 5 1 1
1 7 1
9

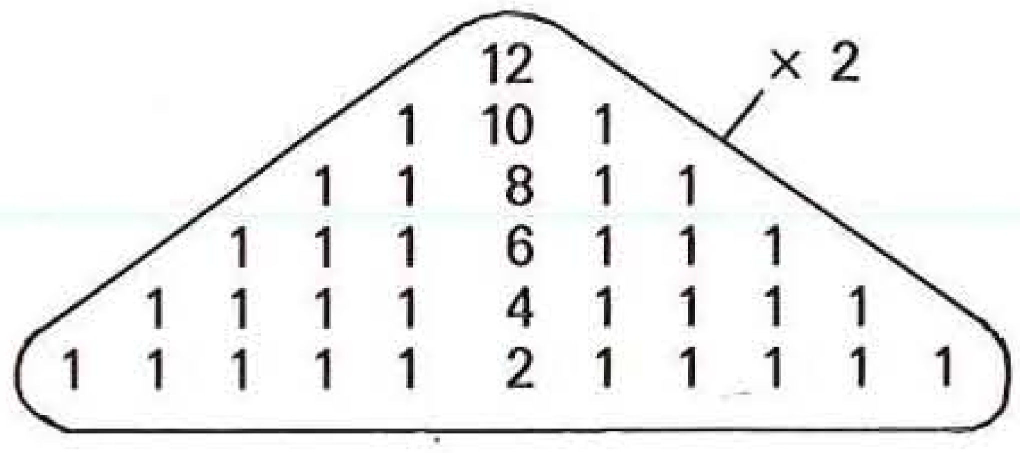
CINQUIÈME SÉANCE

Le matin suivant, à la mise en place du plan de travail collectif, les C.M. demandent à retravailler les carrés.

Je ne veux pas les en dissuader !... Je leur donne à chacun un produit différent à effectuer (3) :
11 × 11   12 × 12   13 × 13   14 × 14   15 × 15
selon les techniques découvertes les jours précédents.

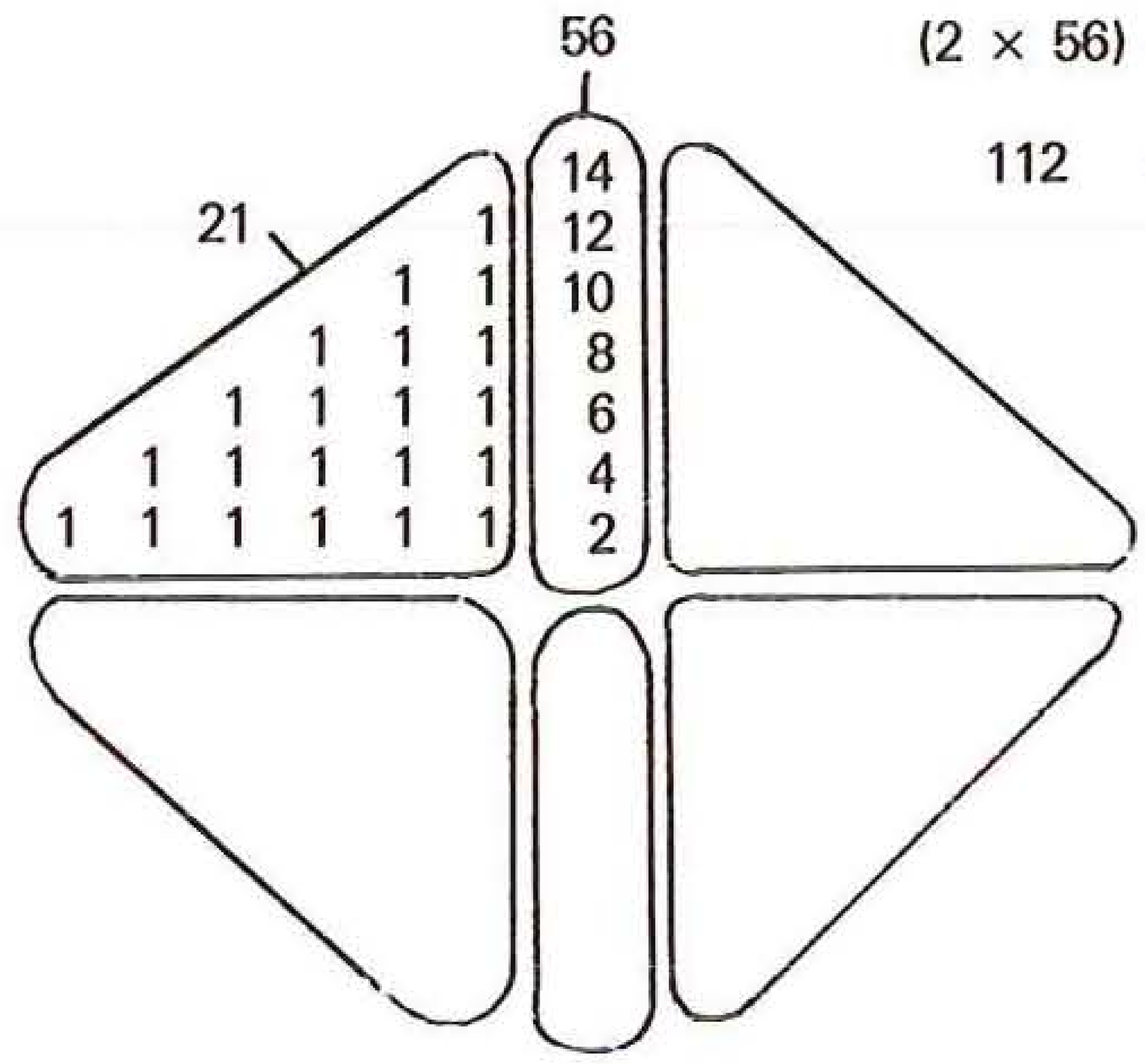
Dessins... écritures additives... écritures multiplicatives... pas trop de problèmes à part quelques erreurs de tables !...

Mais beaucoup plus de HIC dans les dénombrements ligne par ligne !



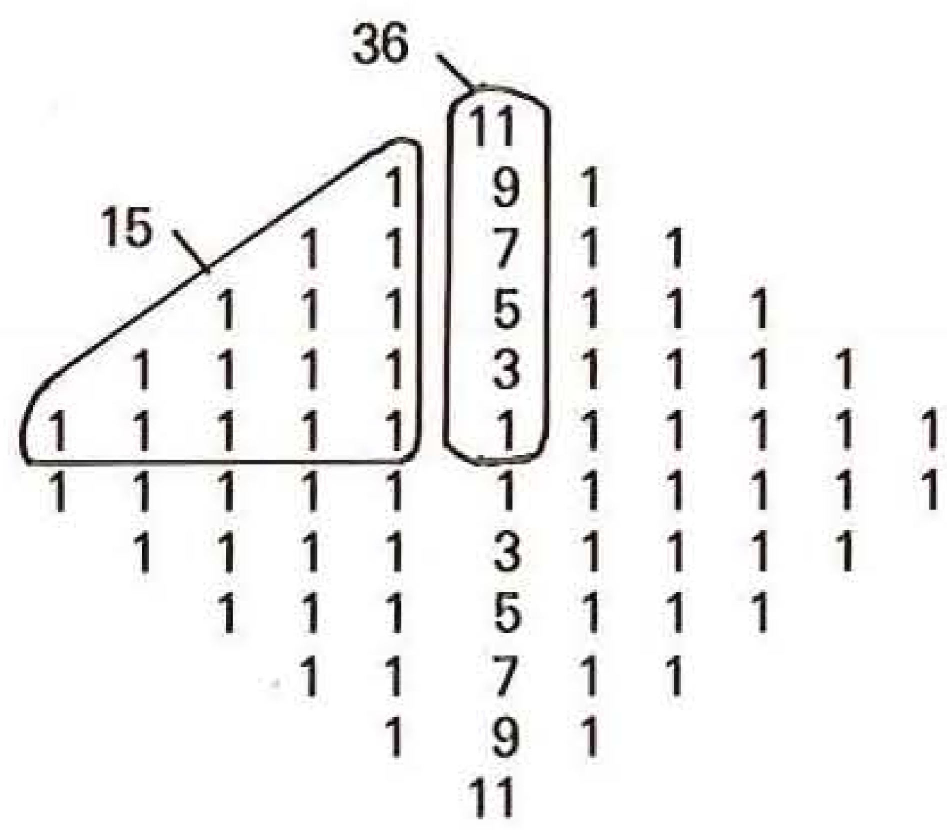
Delphine : 11 × 11 ligne par ligne... addition... parfait !
Armelle : 12 × 12 ligne par ligne jusqu'au milieu, par souci d'économie ; puis × 2 pour la partie symétrique. Ça marche !

Isabelle : 14 × 14. Pour le dénombrement ligne par ligne, économie maximum dans les calculs : voici ce qu'elle a écrit :



(2 × 56) + (4 × 21)
112 + 84 = 196

Jean-Denis : S'est attaqué à 11 × 11...



(4 × 15) + (2 × 36)
60 + 72 = 132

Avec calculs précédents, on trouve 121...

Pourtant, c'est juste, dit Jean-Denis.
(En effet, il a bien tenu compte des remarques formulées précédemment).

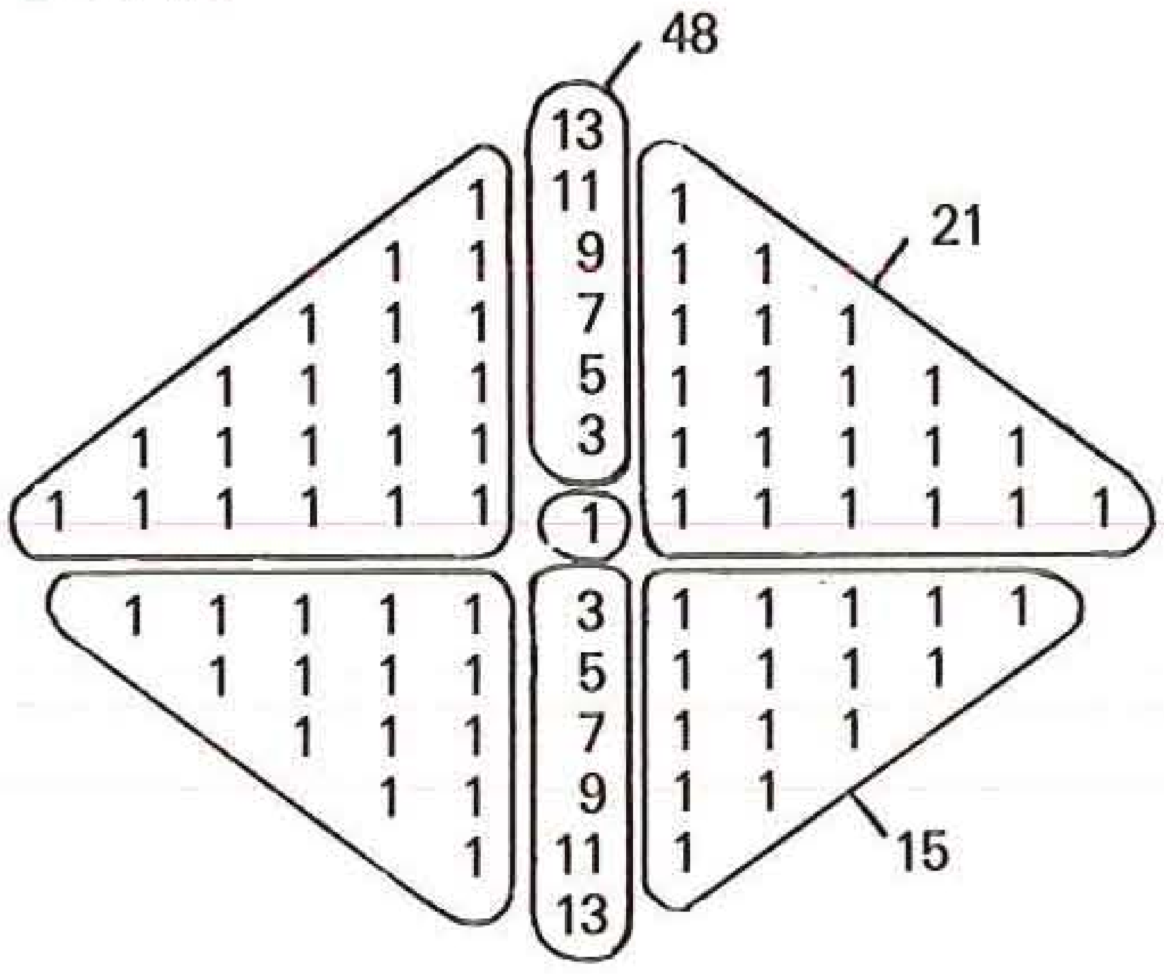
Il est coincé, il n'a pas vu qu'il avait travaillé symétriquement par rapport à un axe (entre les lignes de 1) alors que pour 11 × 11, l'axe de symétrie est cette ligne de 1...

(2) Le comptage de Delphine s'appuie sur la prolongation imaginaire des lignes horizontales de son tableau. Cette façon de compter ne semble pas au premier abord apporter un intérêt important. C'est pourtant à partir de là que la recherche va virer. D'où l'intérêt de la présentation de **toutes** les méthodes de travail des enfants, celles-ci pouvant entraîner sur des pistes fort riches que nous aurions été bien incapables d'imaginer par nous-mêmes, limités que nous sommes par notre bagage de connaissances qui ne nous incite pas à la recherche puisque nous avons déjà une réponse (note de B. Monthubert).

(3) Un travail bilan ; il me paraît nécessaire de savoir (pour les enfants) et de montrer (aux parents) que, même dans une recherche toute «bête», on fait un vrai travail mathématique.

Delphine, qui avait terminé, jetait un œil très intéressé sur les tripatouillages de Jean-Denis.
— C'est faux ! t'as écrit 12 lignes de nombres...
— Ah oui ! j'ai écrit deux fois la ligne de 1 !
Alors faut que je compte 11 de moins !
(4 × 15) + (2 × 36) — 11 = 121. Ouf... quel labeur !

Michel : 13 × 13.



Il écrit : (2 × 48) + (4 × 21) + 1, ce qui donne 181.

Là aussi, erreur...

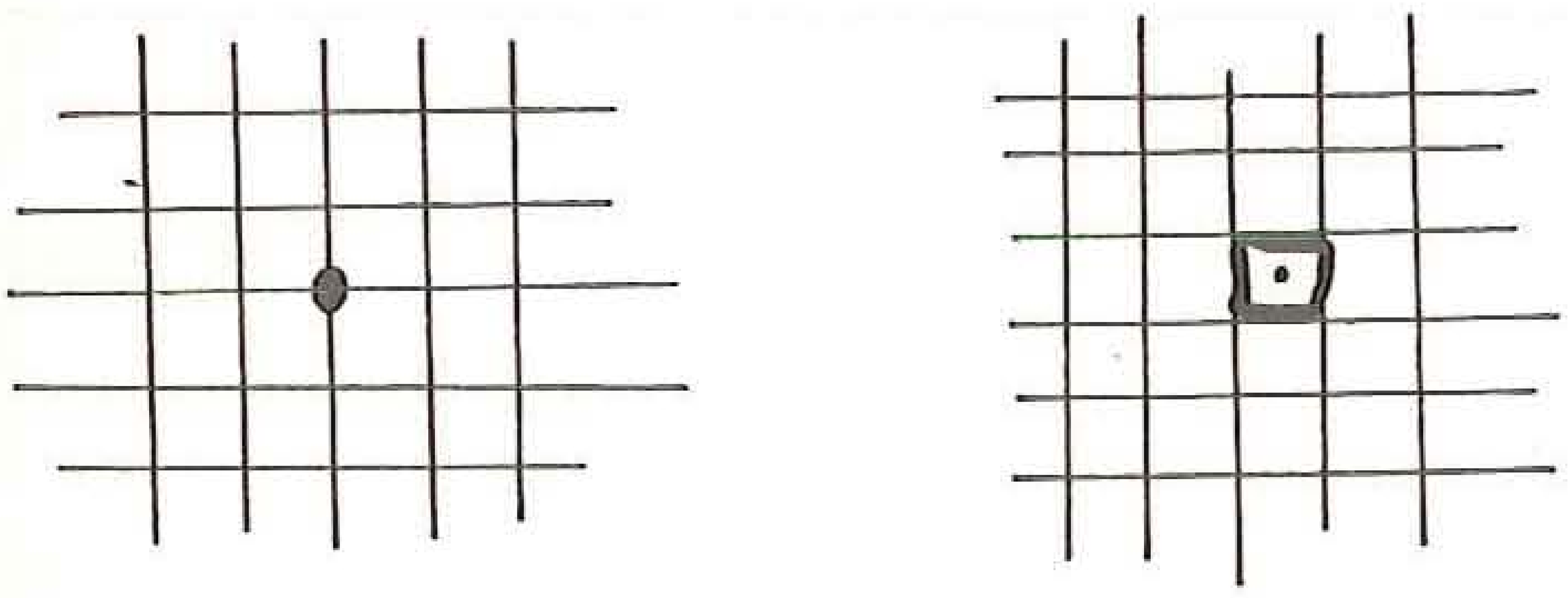
Similitude avec la situation dans laquelle se trouvait Jean-Denis...
Discussion.
On arrive facilement à corriger :
(2 × 48) + (2 × 21) + (2 × 15) + 1.

On affiche tous ces travaux de dénombrements et on regarde...

Armelle déclare : «Les carrés des nombres pairs ont leur «milieu» à un croisement et ceux des nombres impairs sont dans un carré de 1.»

Drôle de constatation. Personne ne pige ce que veut dire Armelle.

Elle s'explique avec petit dessin à l'appui : «Ben oui ! Là (nombres pairs) le «milieu est au croisement des lignes du quadrillage (réglures du papier) alors que là (impairs) il est dans un carré.



Des suites réelles :
— Communication au C.M. voisin.
— Communication au C.P. (pour le travailler avec les réglettes).
— Page du journal.

Des suites possibles :
— Exploitation géométrique : axe de symétrie, centre de symétrie, carrés, losanges...
— Exploitation arithmétique : calculs sur les puissances.

Des échos individuels : J'ai vu arriver pendant plusieurs jours des feuilles de calculs similaires montrant que les gosses avaient eu envie de réutiliser leur «savoir».

On a trituré la «chose numérique» sans souci d'efficacité immédiate. On a cherché, essayé, on a réutilisé des informations acquises précédemment ; certaines se sont confirmées (pairs, impairs), d'autres se sont révélées fausses (il y a **toujours** × 2 ou × 4).

Il me semble que des portes math se sont ouvertes même si ce n'est pas mesurable.

D'autre part, au niveau des traits caractéristiques de la pédagogie Freinet, cette activité math m'a paru intéressante sous plusieurs angles :

— **Tâtonnement expérimental :** On essaie, on se trompe, on réussit, on revient en arrière, on utilise l'acquis antérieur, on le «projette» pour continuer.

— **Communication :** classes voisines, journal, plus tard corres et surtout ENTRE EUX : quelle intensité dans les échanges tout au long du travail (aide, opposition, discussion...).

— **(Re)constitution d'un savoir :** 8 × 8, c'était trop loin d'eux pour construire ce damier...

— **Et plaisir :** Ces carrés que l'on traçait avec leurs découpes intérieures, ces losanges de nombres construits en quelques minutes, c'était drôlement captivant.

Un moment de classe très intense, un grand coup de soleil dans le gris du quotidien, un de ces moments qui nous aide à continuer, qui vient rééquilibrer tous les doutes qui nous assaillent à maintes reprises.

Jean-Pierre VALLOT
Les curtils, Meillonnas
01370 Saint-Etienne-du-Bois

J.-P. Vallot titre son article : «On savait que 8 × 8 = 64...» Le savait-on vraiment ? Non, sans doute ! ce que l'on savait c'était le langage, on l'avait appris par cœur, on pouvait le restituer dans une interrogation ou une opération écrite mais cela ne signifie pas que l'on avait compris la signification de 8 × 8. Ce qui est bien normal d'ailleurs car le concept d'application linéaire, donc de multiplication ne se construit qu'au niveau du C.M.

Savoir, c'est être capable de réinvestir. Donc ici les enfants ne savaient pas encore réellement. Par contre ce qu'ils ont su faire, c'est attraper à bras le corps la situation afin de s'en sortir et c'est cela, la véritable éducation mathématique.

Education qui d'ailleurs permettra aux enfants non seulement de se débrouiller dans d'autres situations (objectif que nous devons revendiquer) mais en plus de connaître réellement le 8 × 8 = 64. Le savoir se construit mais pas comme un mur de parpaings en empilant des éléments les uns sur les autres ! C'est cela que nous devons méditer chaque matin en entrant dans notre classe.

Bernard MONTHUBERT