

# Enseignement mathématique

# Les chanceux de l'inégalité

Nous nous indignons à juste titre de l'inégalité des chances.

Si nous parlions un peu de «l'élite» de l'enseignement français, de ceux qui, au sortir du primaire puis du C.E.S. se sont révélés les plus brillants en maths et sont entrés en section C. Parmi ceux qui décrocheront le bac, quelques-uns concourront pour les grandes écoles, les meilleurs de ceux qui restent entrent à l'université pour préparer le professorat de math. Oublions tous leurs camarades qui au cours des années ont été décimés par le système scolaire, et poussons un soupir de soulagement et d'admiration devant cette minorité qui a franchi avec succès tous les portillons.

Eh bien, le croiriez-vous, cette sublime quintessence de notre enseignement ne suscite pas l'enthousiasme admiratif des professeurs de faculté. L'un d'eux qui enseigne à des étudiants ayant trois ou quatre ans d'université, fait pour ses collègues, le bilan de ses observations.

Sans doute ne mesure-t-il pas le côté corrosif de ses constatations puisqu'il veut «laisser de côté ce qui ne dépend pas directement de notre fonction (par exemple : qualité de l'enseignement reçu dans le second degré, absence de formation psychopédagogique, forme du concours)».

Mais nous croyons que son rapport peut être source de réflexion pour ceux qui estiment que le problème fondamental est de donner à tous les élèves la chance d'égaliser les meilleurs élèves de la section C.

## Les constatations

«Il y a un peu plus d'un an, j'avais décidé, après plusieurs années d'enseignement en licence, de relever un certain nombre de lacunes qui me paraissaient particulièrement graves et étonnantes dans les connaissances de la majorité des étudiants sortant du premier cycle.

Cette année, dans la préparation au C.A.P.E.S., j'ai retrouvé des étudiants ayant obtenu leur licence dans les deux années précédentes, certains étant titulaires de la maîtrise ou en voie de l'obtenir. Le constat n'est pas plus encourageant, bien au contraire.

Etant donné les médiocres résultats des derniers concours, la préparation a été renforcée cette année, ce qui nous permet, puisque nous voyons beaucoup les étudiants, de mesurer l'étendue du désastre : en fait il leur reste à apprendre tout ce qu'il vont avoir à enseigner, et cela ne peut se faire en six mois. On pourrait se consoler en pensant que la meilleure façon d'apprendre c'est d'enseigner, mais cela ne résoudrait pas le problème du concours. Et surtout il est paradoxal qu'ils ignorent des résultats élémentaires, cas particulier des résultats généraux qu'on leur a enseignés. Ils connaissent des phrases mais ils ne se soucient pas de savoir ce qu'elles expriment pratiquement. Quand la question se pose, ils sont incapables d'y répondre. Il en résulte aussi que ces connaissances théoriques seront bien vite oubliées, quand ce n'est pas déjà fait.

Les bons étudiants ont réussi à les emmagasiner ; pour les autres elles n'auront fait que passer, en vrac, entre deux examens. Très rares sont ceux qui les ont réellement assimilées, c'est-à-dire qui savent les utiliser. Il leur restera à les mettre à la portée de leurs élèves, mais cela ne fait pas partie des épreuves du concours...»

Et l'auteur se livre à une énumération des lacunes trouvées le plus fréquemment chez les étudiants ayant terminé le premier cycle universitaire ; nous n'en citons que quelques extraits significatifs :

«Connaissances très incertaines et superficielles sur :

- les opérations ensemblistes élémentaires dès qu'il y a plus de deux ensembles en jeu ;
- la division euclidienne (tant des entiers que des polynômes) ;

- les développements des réels de (0,1) en base 10 ou 2 ;
- produit cartésien ; relation, son graphe.

Grosses difficultés à :

- reconnaître une relation d'équivalence ;
- identifier, caractériser, manipuler les classes d'équivalence ;
- «voir» l'application réciproque ;
- simplifier des calculs (numériques ou autres) : pas de mise en facteur, on préfère tout étaler ;
- évaluer un ordre de grandeur.

En général : refus de faire un dessin, recul devant le moindre calcul, mais incapacité de le simplifier ou de le court-circuiter : ils sont totalement désarmés ; très grande maladresse et lenteur quand on les force à l'effectuer.»

Et l'auteur analyse, de son point de vue, le comportement des étudiants :

«Naturellement, il y a quelques bons étudiants qui ont le temps et la capacité de réfléchir à ce qu'ils font, de voir comment les choses se relient et d'acquiescer de l'expérience. Il y a un bon nombre de moyens qui en ont la capacité si on leur en donne l'occasion et le temps. Et il y a ceux qui sont toujours débordés et ne retiennent jamais rien parce qu'ils n'ont jamais eu le loisir de s'arrêter sur quoi que ce soit ; ils ne voient que la ligne qu'ils sont en train d'écrire péniblement ; la majorité des redoublants est dans ce cas, il faudrait les recycler, et en partant de très bas.

Mais presque tous ont beaucoup de difficulté à généraliser une méthode qu'il s'agisse de raisonnement ou de calcul ; ils recommencent deux fois identiquement (sous une autre écriture) la même démonstration sans voir qu'on pouvait l'éviter. Ils apprennent pas cœur sans chercher à retenir l'idée plutôt que la lettre, de peur de perdre de vue le théorème ou le calcul qu'on leur demandera à l'examen.

Les connaissances générales sont purement formelles, ils ne s'en sont jamais servis qu'en phrases, il ne les ont jamais appliquées à autre chose qu'à en déduire d'autres phrases, et finalement elles n'ont guère laissé de traces.

D'une conversation avec les étudiants de C.A.P.E.S., il y a quelques années, ressortait que, pour eux, les mathématiques étaient faites pour être enseignées, un point c'est tout. Ils n'avaient jamais envisagé qu'elles puissent avoir d'autres rôles.

Il faut ajouter que certainement très peu d'étudiants prennent des initiatives de travail personnel : boucher un trou en revoyant le cours de premier cycle, lire quelque chose en marge du cours. En ont-ils le temps ? Cela leur en ferait probablement gagner.

En fait, ce qui est grave, ils n'ont aucune curiosité. Ils pensent que le sacro-saint «cours» a épuisé toutes les questions.

Les observations qui précèdent sont abondamment confirmées au cours des séances de préparation au C.A.P.E.S. : on passe son temps à apprendre aux étudiants des choses excessivement élémentaires qu'ils prétendent n'avoir jamais vues. Ils sont d'ailleurs souvent heureux de les découvrir et de s'en servir. Par exemple aucun étudiant de C.A.P.E.S. n'avait soi-disant jamais partagé un carré pour montrer que :

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

(Ils ont été éblouis par les beaux dessins d'un document sur les nombres carrés, cubiques et pyramidaux.)

— Leur ignorance en arithmétique est totale ; elle serait sans doute moins grande s'ils avaient quelque familiarité avec les nombres entiers et rationnels mais ils leur paraissent plus inconnus que les inconnues.

Il est clair qu'aucun de ces étudiants n'a jamais écrit effectivement les permutations, ne serait-ce que de trois éléments, ni dressé lui-même la table d'un groupe. Cela ne les empêche pas de débiter des phrases qui coïncident quelquefois avec une vérité... mais on aurait aussi bien pu dresser des perroquets.

— On rappelle que l'usage de la table de logarithmes et de la

règle à calcul figure au programme du C.A.P.E.S. Réaction d'effroi et : « il faudra apprendre ça au dernier moment pour s'en souvenir » (sous-entendu : et se dépêcher de l'oublier à nouveau).

Cela rejoint les opinions précédemment recueillies sur l'enseignement des mathématiques, apparemment destinées à des gens qui les enseigneront à leur tour, sans se salir les mains.

Tous mes étudiants ont peur des nombres et horreur des figures, ce qui est tout de même un comble pour des mathématiciens, et bien inquiétant pour de futurs professeurs.

## Les causes

Au lieu du «profil» de l'étudiant moyen, on pourrait dire plutôt la «face cachée», puisque apparemment ces étudiants ont satisfaits à ce qu'on leur demandait : ils ont été reçus à leurs examens, quelquefois brillamment. On ne peut donc pas les accuser de ne pas travailler. Et effectivement ceux que nous voyons travaillent : ils apprennent le cours, ils suivent les séances de travaux dirigés, où ils sont bien encadrés (au maximum 25 par groupe). Et pourtant les résultats sont là, donc quelque chose ne va pas. Où et pourquoi ?

### LES COURS

Ils sont bien faits mais est-ce suffisant ?

Citons Choquet (bulletin A.P.M. n° 292) : « Nous pensons, surtout à l'Université, qu'un cours bien structuré sur un programme modernisé est le but final de notre pédagogie. Le professeur prépare avec conscience un beau cours rigoureux et limpide comme l'eau claire d'une source et s'étonne, lors de l'examen, que cette eau pure se soit muée en un liquide trouble et peu appétissant ; c'est donc que la beauté de la matière enseignée et la clarté de l'exposé ne sont pas suffisantes et peut-être même pas absolument nécessaires. »

### LES TRAVAUX DIRIGÉS

Ils ont du mal à suivre le cours ; une moyenne de quinze jours de retard sur le cours est courante, décalage nuisible.

On y résout des exercices pour résoudre des exercices. Mais les exercices jugés intéressants par les assistants sont-ils vraiment intéressants pour les débutants ?

Développe-t-on suffisamment pendant les T.D. la façon d'attaquer les exercices ? Montre-t-on suffisamment le pourquoi et le comment ? Montre-t-on assez comment on peut aider à la naissance d'idées ? Calculs, bricolages, figures, etc. ?

## Que peut-on changer et comment ?

Dans tout ce qui suit on a surtout en tête le premier cycle (DEUG A), mais rien n'empêche de penser aussi au second cycle.

On peut d'abord faire un programme moins ambitieux, en volume et en niveau. Mais le problème essentiel n'est pas le libellé du programme. C'est, nous semble-t-il, de former les étudiants à l'activité mathématique.

On leur reproche d'être désarmés devant des questions très simples, de ne pas savoir se débrouiller, retrouver une formule oubliée, trouver un contre-exemple, s'apercevoir qu'un résultat est absurde.

Pourquoi cette passivité ? Nous pensons qu'elle vient, au moins en partie, de ce que le cours leur apparaît comme un discours purement logique, or tous les esprits ne sont pas aptes à apprécier la mathématique comme un jeu qui a sa logique interne et à s'en contenter. Et d'ailleurs est-ce souhaitable ? Si on expose de belles constructions mathématiques sans souligner l'origine d'une théorie, sans en faire sentir le besoin pour les applications, sans montrer effectivement tous les domaines divers qu'elle recouvre, autrement dit si on présente aux étudiants des morceaux de mathématique toute faite, tels qu'ils peuvent les trouver dans les livres, à la limite le professeur ne sert à rien.

Ils sont hypnotisés par l'exigence de rigueur, soucieux uniquement de dévider un raisonnement sans faille et ils ne se demandent même plus à quoi ça sert, même pas ce que les mots veulent dire.

D'autre part, même pour les «bons étudiants» qui sont tout prêts à entrer dans le jeu, le cours trop parfait et trop rapide ne peut être assimilé instantanément. Les travaux dirigés devraient y faire irruption avant chaque moment crucial pour justifier l'importance qu'on attache à ce point du cours. S'ils

n'interviennent qu'après, sans liaison mûrement pensée, tout est perdu, le cours et les exercices.

Un principe d'enseignement bien connu veut que l'on n'introduise une notion que si l'on doit s'en servir. L'essentiel est donc de savoir s'en servir. Ne peut-on imaginer qu'on motive d'abord un théorème par ses applications, quitte à en différer la démonstration, car c'est après avoir fait du bricolage et rencontré des contre-exemples qu'on peut ressentir la nécessité de préciser les hypothèses et d'en déduire les conclusions utiles. A ce moment-là les étudiants peuvent être amenés à construire eux-mêmes, en travaux dirigés, l'outil rigoureux dont ils se serviront ensuite en connaissance de cause, et ils n'auront pas appris par cœur un énoncé.

J'ai parlé d'applications, il s'agit non seulement des conséquences formelles ou théoriques du théorème (ce que sont trop souvent les exercices proposés aux étudiants), mais surtout d'application au sens des mathématiques appliquées, chaque fois que c'est possible, et aussi terre à terre que possible, avec des figures, des constructions de courbes, des exemples numériques car la lettre cache le nombre.

J'ai eu la double chance d'enseigner le calcul des probabilités et de faire à la fois le cours et les travaux dirigés. C'est-à-dire que j'ai pu, par exemple, montrer aux étudiants comment (et dans quelles conditions précises) le fini discontinu qu'on rencontre dans la pratique peut être avantageusement remplacé par l'infini continu idéal du mathématicien.

Pratiquement comment faire ? Il n'y a pas de recette universelle pour rendre un enseignement efficace mais il nous apparaît indispensable que les enseignants tiennent compte du niveau réel des étudiants et du fait qu'ils ne sont peut-être plus capables d'autant de travail personnel que jadis, étant plus sollicités par toutes sortes d'activités extérieures. A la limite pourrait être tentée une expérience où cours et T.D. seraient mêlés, l'étudiant ne sachant pas s'il est en cours ou en T.D... Cela exigerait une bonne coordination et répartition du travail dans les équipes d'enseignement ce qui suppose de revoir le programme et la façon de le présenter. Nous pensons que cela vaut la peine d'essayer.

Ainsi tel est l'aboutissement de l'enseignement le plus sérieux, le plus intensif, dispensé aux élèves soigneusement sélectionnés tout au long de leurs études.

Voilà pourquoi, enfant de la maternelle ton jeu ne peut plus être innocent : tu ne joues plus, tu classes ; élève du primaire et du secondaire tu permutes des relations mais tu n'as pas le temps d'en établir avec ton professeur ou tes camarades ; étudiant, on t'infantilise avec les examens que tu subis et resubis aligné, isolé pour l'hécatombe.

Voilà pourquoi les maths exercent un pouvoir despotique (que seule partage l'orthographe), voilà pourquoi on abrutit des générations d'élèves, naguère avec des règles de trois et des problèmes de robinets, maintenant avec des blocs et des graphes, voilà en fonction de quoi on tranche souverainement lors des conseils d'orientation (puisque on les appelle ainsi !)

On espérait au moins jusque là que le résultat était à la hauteur des exigences et des contraintes, même pas !

Et pourtant tout ce qui remet en cause cette conception de l'enseignement est qualifié de «bricolage», d'«approche non scientifique».

Pas sérieux, voire dangereux :

- le tâtonnement expérimental,
- l'expression libre,
- la prise en charge coopérative et l'autogestion,
- la suppression des notes et des examens.

Pas sérieux :

- de laisser les enfants vivre des situations avant de plaquer un concept ;
- de les inciter à la libre recherche ;
- de leur laisser manier des matériels impurs, bricoler des machines et mêler les maths à leurs autres activités ;
- de refuser le déroulement linéaire des programmes ;
- d'interpréter encore le mot «relation» comme un lien affectif au sein du groupe avant de voir une flèche dans un graphe.

Mais de tout cela qui est sérieux ?

- Celui qui habille le roi de ses illusions ?
- Ou celui qui crie que le roi est nu ?

N.D.L.R. : Le texte du professeur d'université n'était pas destiné à la publication mais dans la mesure où les étudiants qui en avaient eu connaissance l'ont largement diffusé, nous croyons pouvoir le considérer comme entré dans le domaine public.