

# Second degré

## LES LIVRETS DE LIBRES RECHERCHES ET CRÉATIONS MATHÉMATIQUES DES OUTILS INCITATEURS

Edmond LEMERY  
64, boulevard Berthelot  
63000 Clermont-Ferrand

Depuis que nous essayons d'adapter l'esprit et les principes de la pédagogie Freinet dans l'enseignement secondaire (particulièrement au premier cycle) et dans les conditions qui nous sont faites, nous avons cherché à élaborer des «outils». En effet il nous a toujours semblé que l'introduction d'«outils» nouveaux — outils totalement différents des seuls manuels commerciaux existants — était indispensable à la transformation de nos classes.

Après bien des tâtonnements individuels et des débats lors de nos rencontres est née une collection spécifique à notre discipline : *Libres recherches et créations mathématiques*.

Cette collection encore peu connue à l'intérieur comme à l'extérieur de notre mouvement, tend à devenir, en s'enrichissant de dix numéros chaque année «une panoplie d'outils» à usages multiples et il serait temps, nous semble-t-il, d'entreprendre une analyse qui doit concerner le mouvement

tout entier car nous avons besoin de mettre en commun toutes nos expériences, tous nos bilans afin de devenir objectifs donc scientifiques et de préparer d'autres «outils» plus adéquats...

C'est dans cet esprit-là que je voudrais faire part de quelques observations précises et de quelques réflexions nées de celles-ci sur un type de livret mathématique de cette collection, sur le rôle qu'il a joué dans mes classes. Cela me paraît d'autant plus intéressant que je viens de découvrir dans un compte rendu d'utilisation d'une B.T.J. (*Educateur* n° 2, page 10) de J.-C. Dutilh une démarche semblable.

Il apparaît donc, qu'indépendamment des disciplines et des contenus, nous pourrions peut-être découvrir des caractéristiques communes qui nous aideraient à mieux cerner les «conditions» de développement de cette pédagogie moderne et des moyens qu'elle se donne par les outils.

### La créativité est fluctuante...

La libre recherche mathématique — technique fondamentale — sur laquelle repose dans nos classes la construction des concepts, présente dans mes classes de sixième ou cinquième des fluctuations très importantes. Il y a ceux qui apportent des «situations», qui les relient entre elles, créant vraiment — selon le processus du tâtonnement expérimental — des éléments mathématiques qui constitueront leur univers ; mais il y a aussi les «autres» : ceux qui «n'ont pas d'idée» (c'est leur propre expression), ceux qui sont encore bloqués, ceux — il faut bien le dire car ils existent — dont l'imagination et le raisonnement sont défaillants vers qui vont toutes mes préoccupations. C'est un état de fait que vous devez bien constater aussi dans vos classes au premier degré, d'une manière moins aigüe peut-être étant données les conditions différentes que nous avons (pensez que la durée hebdomadaire de vie commune en recherche pour nous est inférieure à quatre heures !). Et puis il y a encore les variations dans le temps, la créativité faiblit à certains moments, reprend ou ne reprend pas... et la production des idées nouvelles diminue. Pour ces diverses raisons-là, j'ai besoin d'outils aidants, incitateurs, provocateurs, susceptibles de créer des motivations réelles, de déclencher le désir d'inventer, d'expérimenter, de modifier, de prolonger... et ce besoin est permanent dans mes classes.

Je n'évoquerai pas ici les fiches P.R.M. (pistes de recherche mathématique) conçues pour introduire des situations nouvelles (déjà vécues par des enfants du même âge) qui ont été rassemblées dans certains livrets ; leur rôle, leurs utilisations diverses ou leur non-utilisation feront peut-être l'objet d'une autre analyse, par d'autres camarades, mais seulement du rôle qu'ont joué, dans deux de mes classes, certains livrets témoignages.

### Des livrets-témoignages ont déclenché...

Conçus d'abord pour apporter des témoignages de manifestations de la puissance créatrice des enfants dans ce domaine aux adultes extérieurs à notre mouvement, pour apporter une information et une aide sécurisante à tous ceux qui instaurent ces techniques dans leurs classes, nous avons craint qu'ils soient «dangereux» pour l'enfant lui-même. J'ai le souvenir de réticences du genre : «*Ces livrets donnent la recherche toute faite sur une situation donnée, il n'y a donc plus rien à faire, cela coupe l'herbe sous les pieds du lecteur...*»

Or, il s'avère à l'usage, que cette crainte, légitime, n'était pas tout à fait fondée. En effet, en quelques cas concrets, je voudrais rapidement décrire ce que certains livrets de ce type ont provoqué dans une classe de 6e où règnent justement de nombreux blocages et où l'imagination a particulièrement régressé au point d'avoir totalement disparu chez certains.



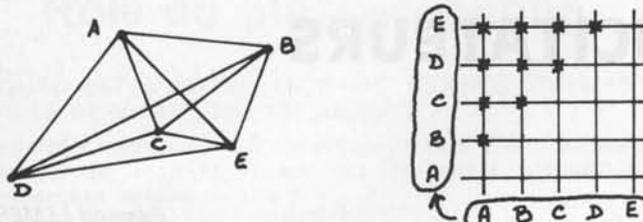
Le livret n° 20 contenant diverses recherches d'élèves de 6e et de seconde vers la combinatoire a été parcouru par deux filles Catherine et Pascale. «**Compter les points et les droites**» (page 10) déclenche chez elles un vif intérêt mais au lieu de refaire la même recherche, le même dénombrement, elles entreprennent une recherche systématique différente (avec 1 point, puis 2 points, puis 3 points, etc.) : **dénombrer tous les segments de droite**. Elles investissent alors tout leur acquis sur la recherche des couples, sur la notion de segment fermé, sur les diverses représentations...

Document n° 1 : un extrait de leurs travaux. Leur recherche paraît banale, elle est même une simplification du problème présenté par le livret (il leur suffit de travailler sur les couples de points et d'en éliminer : en effet  $(A B) = (B A)$  c'est le même

segment disent-elles et  $(A A)$  n'est pas un segment). Cependant elles découvrent une loi de dénombrement : « On ajoute un point cela ajoute autant de segments qu'il y a de points moins un. »

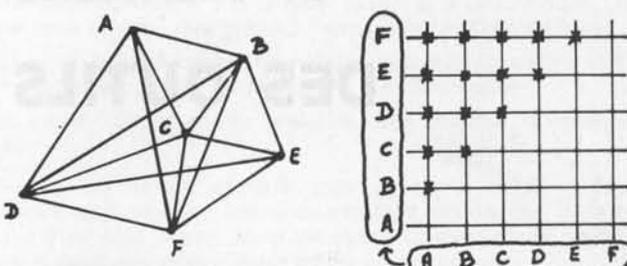
Catherine SOUSTRE  
Pascale DEROCHE

Combien de segments de droites...  
avec 5 points...



Nombre de points :  $4 + \textcircled{1} = 5$   
Nombre de segments :  $6 + \textcircled{4} = 10$   
On ajoute 1 point, cela ajoute 4 segments.

avec 6 points...



Nombre de points :  $5 + \textcircled{1} = 6$   
Nombre de segments :  $10 + \textcircled{5} = 15$   
On ajoute 1 point, cela ajoute 5 segments.

Le livret n° 14 présente diverses recherches à partir des carrés magiques. Un garçon et trois filles vivement attirés par cette « magie » se sont groupés, non pour prolonger cette recherche, mais pour découvrir ce qu'est un carré magique : aussi se contentent-ils de lire la première page et de la vérifier. Alors naît chez eux une idée nouvelle : « On veut chercher comment obtenir d'autres carrés magiques à 9 cases à partir de celui-ci. »

Leurs recherches dureront plusieurs heures ; ils mettront au point huit méthodes (en réalité certaines sont des combinaisons d'autres) et surtout ils découvriront au passage plusieurs notions arithmétiques telles que :

- La condition pour qu'existe la différence de deux naturels ;
- Les propriétés de l'addition des naturels (commutativité, associativité, élément neutre 0) ;
- La division euclidienne et la notion de classes modulo (avec les restes) ;

- Des calculs sur des décimaux ;
  - La notion d'opérateur et d'opérateur inverse.
- Tout en construisant les premiers éléments de la « célèbre » structure mathématique d'espace vectoriel :
- Les divers carrés magiques étant des éléments de l'espace ;
  - L'addition de carrés, case à case, étant une première loi interne ;
  - La multiplication par un opérateur étant une seconde loi externe (opérateur naturel car ils sont en 6e).
- Quels calculs et quel enthousiasme ! Oubliant le point de départ, ces enfants sont persuadés d'avoir créé du nouveau...

Document n° 2 : un extrait de leurs découvertes.

(Eric BRUN, Martine MORGE, Marie JOSE)

Comment obtenir d'autres carrés magiques à 9 cases.

2e méthode : en multipliant tous les nombres d'un carré magique par le même nombre.

2	7	6
9	5	1
4	3	8

→ × 3

6	21	18
27	15	3
12	9	24

45 ←  
45 ←  
45 ←  
45 ↓  
45 ↓  
45 ↓  
45 ↓

Départ : carré magique trouvé dans le livret n° 14.

8e méthode : en additionnant les nombres des mêmes cases.

2	7	6
9	5	1
4	3	8

+

6	21	18
27	15	3
12	9	24

=

8	28	24
36	20	4
16	12	32

→ 60  
→ 60  
→ 60  
60 ↓  
60 ↓  
60 ↓  
60 ↓

Récemment, dans une autre classe de 6e, ce livret n° 14 apporte à Eliane qui a découvert un carré magique à 25 cases dans une revue chez elle, une information : l'existence de carrés à 9 cases à partir desquels elle obtient de nouveaux carrés par rotation...

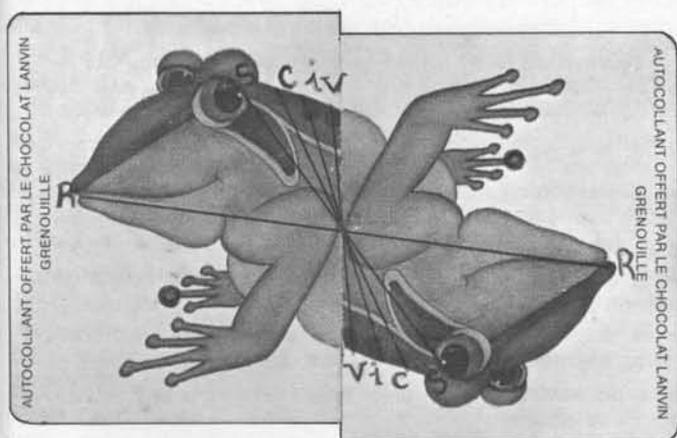
Le livret n° 4 contenant des exemples de transformations dans le plan obtenues avec des « machines » attire particulièrement. Sa lecture déclenche deux recherches différentes simultanées dans la classe :

- Deux garçons entreprennent de fabriquer une des machines photographiées, ce qui créera l'étonnement des parents, professeurs techniques, découvrant leurs fils dans l'atelier familial occupé pour la première fois à une construction manuelle !

Indépendamment de l'expérimentation manuelle fondamentale pour ce garçon, le livret incite Vincent et Philippe à faire des homothéties dans le plan et à découvrir des « relations » : rien de nouveau pour nous, mais pour eux ?

- Cécile, elle, en parcourant ce même livret découvre un dessin qui déclenche immédiatement chez elle une analogie : elles pense à un « autocollant publicitaire » qu'elle possède.

Deux autocollants semblables qu'elle assemble alors révèlent aussi une « symétrie centrale ». A partir de là elle réussit à construire par le tracé d'autres symétries qu'elle étudie avec une camarade : une voie nouvelle qui se révélera extrêmement féconde par la suite...



## Une auto-information originale et incitatrice...

Ces exemples précédents — retenus du fait des quelques notes prises au moment où ils ont été vécus — ne sont pas les seuls. Il s'est probablement produit de la même manière d'autres incitations, d'autres provocations, d'autres confrontations qui sont passées inaperçues, inconscientes aussi mais qui ont enrichi, élargi le milieu aidant que nous cherchons à créer autour de l'enfant ou l'adolescent, et sans doute favorisé d'autres expériences : ce sont des portes qui sont restées ouvertes. Je souhaiterais aussi que d'autres camarades apportent de semblables témoignages ou bien des contre-exemples.

J'ignore donc bien sûr, les conséquences de cette **auto-information** dans la classe puisque les cheminements inconnus et mystérieux de la pensée varient d'un individu à l'autre et dans le temps, puisque « *il n'existe pas deux individus qui expérimentent la même situation de la même manière, pas plus qu'il n'existe d'individu qui expérimente la même situation de la même manière à différents moments de sa vie* » écrit Gesell, psychologue américain.

Ces livres-témoignages, constamment à la disposition des élèves qui peuvent les feuilleter, les lire, les emporter librement, n'ont donc pas gêné des recherches sur le même thème mais créé, au contraire, parfois, des intérêts profonds et durables. Ils ont constitué souvent un réservoir de situations enrichissantes parce que « ouvertes » où chacun peut s'approvisionner s'il en a envie.

C'est certainement une des originalités de notre mouvement que d'éditer des **productions d'enfants** ou d'adolescents **s'adressant à l'enfant** : apport d'une information sous une autre forme et à un autre niveau totalement opposée à celle des manuels scolaires même modernisés en fichier programmés : information établie et formalisée une fois pour toute et fermée que l'on demande de restituer toujours selon le même processus.

## Quel peut être le rôle de cette auto-information dans le processus du tâtonnement expérimental ?...

Malgré la diversité des livres-témoignages mis à la disposition des enfants et la diversité des utilisations qui en sont faites, quelques faits « invariants » semblent bien se répéter. C'est à partir d'eux que sont nées ces quelques réflexions :

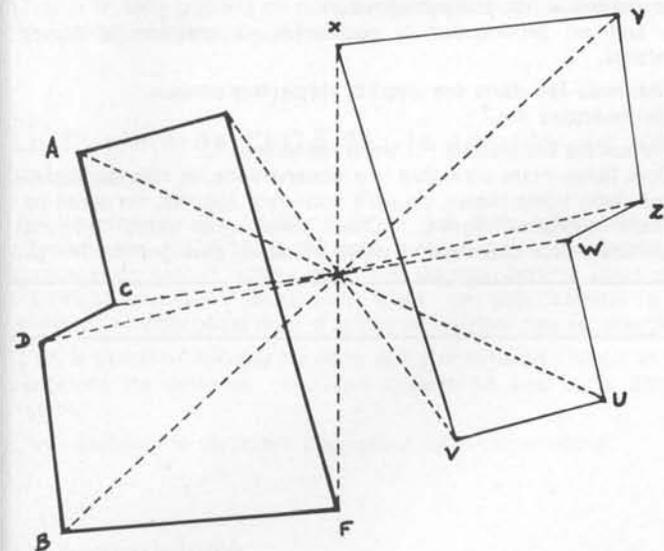
- La découverte d'une information déclenche parfois une autre idée qui ne serait pas née sans celle-ci. C'est peut-être là un aspect important de la pensée créatrice : associations ou combinaisons fortuites, ou résultant d'analogies...

- Cette rencontre d'une information peut créer une motivation naturelle : la découverte d'une situation apportée par d'autres enfants et qui est une réussite puisqu'elle est imprimée, **donc reconnue**, ne déclenche-t-elle pas l'envie d'en faire autant ; l'exemple est contagieux dit-on souvent ! N'est-ce pas ce désir d'imitation qui peut-être à l'origine du processus de tâtonnement expérimental ?

Ici les recherches présentées par d'autres donnent l'envie de tenter cette aventure, même si celle-ci est inconsciente ou bien parce que l'on est naturellement très motivé. N'est-ce pas ce qui s'est passé pour Laurent à partir de la B.T.J. (*Educateur* n° 2, page 10).

- Il existe dans doute encore un autre aspect aussi profitable pour l'individu dans cette rencontre avec les apports des autres, dans cette auto-information très naturelle, un élément important dans le processus du tâtonnement expérimental dont parlait C. Freinet : c'est la sensibilité à l'expérience d'autrui.

J'ai le souvenir de Caroline, en 6e, qui désirait profondément construire une machine à calculer, une machine qui donnerait des résultats. Elle a découvert dans le livret n° 13 le plan d'une telle machine en base cinq réalisée par un garçon et elle a tout intégré très vite à sa propre construction. Dans ce cas-là, l'outil



Enfin je citerai pour terminer le cas actuel de Michel, en 6e encore : Michel a vu seulement la couverture du livret n° 15 : *Jeux de dés*, il entreprend alors une recherche sur les probabilités qu'il pose sous cette forme à ses camarades : « *En jetant deux dés, combien de fois le total 4, ou le total de 5 points peut-il sortir ?* »

Cette recherche conduite à deux est en cours au moment où je frappe ces lignes mais elle aussi se révèle fructueuse et ne serait pas née sans cette rencontre entre Michel et ce livret.

Document n° 4 : premières recherches de Michel et Serge.

### JEU DE DES

En jetant deux dés, combien de fois peut-on obtenir au total 4, ou 5, ou 6 ?...

Recherche de toutes les possibilités : il y en a 21.

Le 0 a 0 chance.	Le 5 a 2 chances.	Le 9 a 2 chances.
Le 2 a 1 chance.	Le 6 a 3 chances.	Le 10 a 2 chances.
Le 3 a 1 chance.	Le 7 a 3 chances.	Le 11 a 1 chance.
Le 4 a 2 chances.	Le 8 a 3 chances.	Le 12 a 1 chance.

	2	3	4	5	6	7	4	5	6	7	8	6	7	8	9	8	9	10	10	11	12
	==	==	==	==	==	==	==	==	==	==	==	==	==	==	==	==	==	==	==	==	==
	1	2	3	4	5	6	2	3	4	5	6	3	4	5	6	4	5	6	5	6	6
	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	5	5	6
1er dé	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)	(4,4)	(4,5)	(4,6)	(5,5)	(5,6)	(6,6)
2e dé	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)	(4,4)	(4,5)	(4,6)	(5,5)	(5,6)	(6,6)