CRÉATIVITÉ et MATHÉMATIQUE
AU PREMIER CYCLE

Interview d'Edmond LÈMERY
par Janou LÈMERY

— *Ce qui nous ennuie, dans la libre recherche mathématique*, dit Sylvie, élève de 5e, *c'est qu'on n'a pas d'idée au départ, qu'on manque d'imagination dans ce domaine.* D'autres élèves acquiescent.

— Le maître : *Je m'interroge. Vais-je attendre ? Un mois ? plusieurs ? Ai-je le droit d'attendre et de les laisser perdre leurs heures ? plusieurs heures bien sûr ! On en a quatre par semaine ! On aura un peu plus de trente semaines de vie commune.*

Marielle n'apporte pas d'idées originales ou rarement. Et pourtant, dès qu'elle s'empare d'une situation fournie par les autres (correspondance - débat...), elle est capable de l'explorer logiquement et de mener assez loin une recherche avec beaucoup de plaisir et de réussite. Elle raisonne bien. Ses connaissances sont intégrées.
Ne dois-je pas favoriser son épanouissement et lui permettre d'aller toujours au-delà d'elle-même en l'incitant, en introduisant des situations qui lui offriront des expériences fondamentales ?
Si certaines expériences n'ont pas été faites au moment voulu, ne sera-t-il pas trop tard, après ?

— *Qu'est-ce que tu mets sous le mot « expérience fondamentale » ?*

C'est donner à l'adolescent l'occasion ou les occasions de manipuler *à sa manière* (c'est un mot très important !) des situations pour exercer toutes ses aptitudes, ses connaissances (c'est là d'ailleurs un sérieux moyen de contrôle de l'intégration des connaissances).

— *Je ne vois pas bien. C'est trop abstrait ! Donne un exemple d'expérience vécue.*

Si je pense, par exemple, que la structure de groupe est une structure fondamentale en mathématique, alors je dois permettre, ou provoquer en cas de besoin, toutes les expériences physiques ou purement symboliques et intellectuelles qui faciliteront l'approche et la construction de cette structure.
Quand je dis expériences physiques, je pense aux jeux avec le corps (ex. : déplacements : « saut en avant - saut en arrière » : un élément et son symétrique ; « je ne bouge pas » : élément neutre...)

— Est-ce qu'il n'y a pas une mode actuelle à vouloir faire apprendre la mathématique par le jeu ?

Il faut distinguer entre imposer un jeu mathématique (une situation) et ses règles (axiomes) et laisser l'enfant libre de modifier, de créer d'autres règles à propos de ce jeu, ou même de créer un autre jeu. Combien de variantes en effet construit un enfant à partir d'un jeu introduit par un camarade ! Il n'y a qu'à les regarder ensemble !

Je me rappelle de Gilles qui avait choisi dans notre « boîte à idées » *le jeu des quatre coins* (PRM) (1). Il s'est accordé une grande liberté de recherche comme en témoignent les documents joints (voir à la fin de l'article).
Gilles (2), impulsé par une « situation provocatrice » a limité sa lecture de la fiche choisie à la face nº 1 au départ ; il a pu essayer, après abandon immédiat de celle-ci, toutes sortes de stratégies, de schémas, de dénombrements. C'est ainsi qu'il a découvert une voie originale l'amenant à composer des « déplacements ».
Aller d'un point à un autre par *un* déplacement, puis par *deux* déplacements, puis par *trois* déplacements.
Dans l'écriture, organisée ensuite en tableaux, de ces déplacements composés, Gilles manipule *naturellement* certaines propriétés : l'associativité, la commutativité, l'élément neutre, les éléments symétriques... bref les axiomes de la structure de groupe, non formalisés bien sûr.
Le débat qui a suivi la présentation des premières découvertes (dénombrement des déplacements) a conduit une équipe de 2 garçons au dénombrement des droites passant par un nombre donné de points manipulant ainsi la somme des (n - 1) premiers naturels ainsi que l'axiome d'incidence (prévu en 4e).
Toute paire de point est incluse dans une droite et une seule : par 2 points il passe *une seule* droite, disent-ils !...

N'y a-t-il pas création dans l'élaboration naturelle de variantes ? Est-ce que Gilles n'aurait pas perdu une chance d'approche de la structure s'il n'y avait pas eu l'introduction de cette situation qu'il avait choisie ?

— Je me rappelle des formidables parties de quatre coins de mon enfance et n'ai pas souvenir d'avoir été révélée à cette prise de conscience d'une activité mathématique.
Quelle richesse de pistes à explorer dans la vie quotidienne d'un enfant ! Si les maîtres pouvaient... ne pas laisser perdre ces chances !
Est-ce que tu penses que l'introduction de machines diverses n'est pas aussi une forme d'incitation à la recherche, à la découverte ?

Quand j'introduis un matériel, que ce soit un pantographe, un boulier, ou encore une machine à calculer commerciale, ou bien encore des recherches parues dans les pages magazines de la BT, des livrets de libre-recherche, des albums réalisés par d'autres classes, je poursuis le même but : favoriser la multiplicité des expériences fondamentales, sachant très bien que ces outils vont conduire, au travers des divers tâtonnements individuels ou de groupes, à la construction de concepts mathématiques connus :

---

(1) *PRM : pistes de recherche mathématique : fiche de la boîte à idées provocatrice.*
(2) *Gilles a fait ces recherches à l'entrée en* 5e (*il avait* 11 *ans*).

- transformations, groupes de transformations
- les bases, les probabilités
- les opérations dans N, dans Z et leurs propriétés (distributivité, associativité... etc.)

— *En somme, tu penses qu'on doit être un incitateur, un introducteur qui sache s'effacer dès que l'adolescent ou le groupe éveillés agissent, pressentent une stratégie possible... et qu'il faut alors offrir toutes les libertés de cheminements.*

Oui, dans les structures où nous travaillons, nous avons besoin d'outils de déblocage pour les moments creux de stagnation, pour les élèves peu imaginatifs ; ils apporteront l'insolite, l'information par des situations qui vont s'intégrer dans la chaîne des tâtonnements d'un adolescent ou d'un groupe. On en revient toujours aux couples « connaissance - créativité » et « créativité - connaissance » que Freinet a toujours cherchés à mettre en œuvre dans la création d'outils et de techniques complémentaires : expression libre et fichiers.

— *Si l'on pense au futur proche, nous pouvons mettre en parallèle la nécessité de cette information motivée, fournie à l'élève par un outil adapté, et l'information qui sera donnée à l'enfant, à l'homme par un ordinateur qui ne devrait avoir d'autre vocation que d'alimenter, de soutenir par ses apports, la créativité des individus. C'est la seule possibilité de sauvegarde de l'homme dans un monde futur saturé de technologie.*

Il faudra que nous en reparlions. Cela me rappelle l'intervention du professeur Kuntzmann au Congrès de Grenoble déplorant la nécessité de stimuler l'imagination des étudiants en recherche, en particulier par des problèmes de combinatoire : l'ordinateur étant l'outil de provocation.
Mais revenons à nos problèmes quotidiens.
Je pense aussi que le débat mathématique à propos d'une recherche présentée au groupe — véritable brain-storming de celui-ci — est un moyen fécond de favoriser la créativité.

— *Tu envisages un débat à la suite de l'exposé d'une recherche ; quelle allure prend-il?*

La plupart du temps, c'est une discussion féconde qui dépasse largement la critique du contenu et de l'habileté de présentation de ce qui vient d'être exposé.
Les imaginatifs émettent de nouvelles hypothèses, les apports divers des uns et des autres interfèrent ; et se dégagent naturellement parfois autant de nouvelles pistes d'exploration que de questions. Il m'arrive d'aider à dégager les plus fécondes, soit comme ferments de départ pour les moins créatifs, soit comme motivations à une information de ma part.

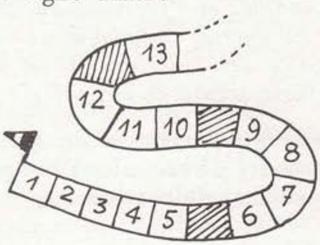
— *En fait, là, tu récupères, un peu en terme de rentabilité, les motivations fécondes...*

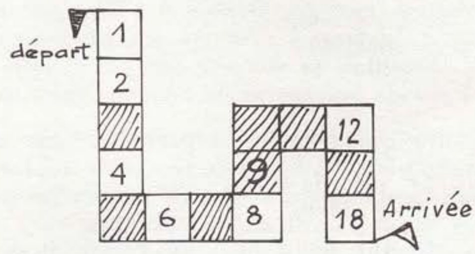
Bien sûr ; si je sens que cette piste nécessite d'une part une information enrichissante, une documentation d'imprégnation, j'estime que c'est mon rôle de fournir les aliments qui nourriront la créativité : information et création étant indissociables. De plus, je me dois aussi, dans l'état actuel de nos conditions de travail, d'assumer des notions du programme.

— *Si l'on revient à ces pistes proposées dans la discussion qui suit l'exposé, j'ai l'impression que c'est aussi une valorisation très importante des hypothèses ponctuelles émises*

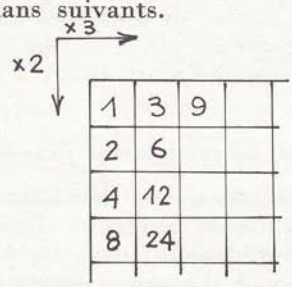
par les uns et les autres et que c'est peut-être un biais pour amener un adolescent à en émettre de plus en plus fécondes car l'exploitation faite sur le tas est sécurisante, tonique. Et l'on sait bien qu'une réussite entamée, entrevue, est source de dépassement.
Il me semble aussi que c'est un moyen de féconder la créativité par l'expérience vécue, de féconder donc le tâtonnement expérimental d'un élève ou d'un groupe par la critique des faits, des personnes et l'émission de nouvelles hypothèses qui rendent possible une réalisation, une production complètement différente de ce qui était envisagé, pressenti au départ.

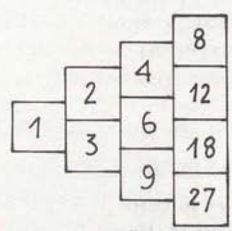
J'ai le souvenir en effet d'un débat informel qui s'est instauré ainsi à partir d'une fiche extraite de notre « boîte à idées » :
Un jeu de dé : sur les faces d'un dé construit en carton sont inscrits des opérateurs $\times$ 2 ...... $\times$ 3 ......
Il était question d'organiser un plan sur lequel les joueurs déplaceraient leur pion (en pensant au jeu de l'oie ou au jeu de dames).
Une équipe proposa une organisation où les cases successives étaient situées sur une même ligne ainsi :





d'autres idées sur la disposition des cases, dont certaines d'apparence « farfelues » jaillirent alors. Trois ou quatre élèves, plus créatifs, s'emparèrent du tableau afin de vérifier les hypothèses émanant du groupe : pendant un quart d'heure ce fut un brassage d'idées, dans ces combinaisons diverses, certains élèves plus logiques, plus rigoureux dégagèrent quelques éléments tels que
- la représentation par flèches des opérateurs ; $\xrightarrow{\times 3}$
- l'emploi de deux directions pour deux opérateurs différents ; $\times 2 \downarrow$ $\xrightarrow{\times 3}$
- l'organisation « en tableau », « en arbre » et l'on vit apparaître alors les deux plans suivants.





Je passe sur les tâtonnements qui conduisirent à sélectionner des « opérateurs premiers » : la suppression des opérateurs tels que $\times$ 4, $\times$ 6, $\times$ 8... fut adoptée sur proposition de Manuel qui fit remarquer que $\xrightarrow{\times 4}$ était inutile puisque c'est $\xrightarrow{\times 2}$ deux fois.

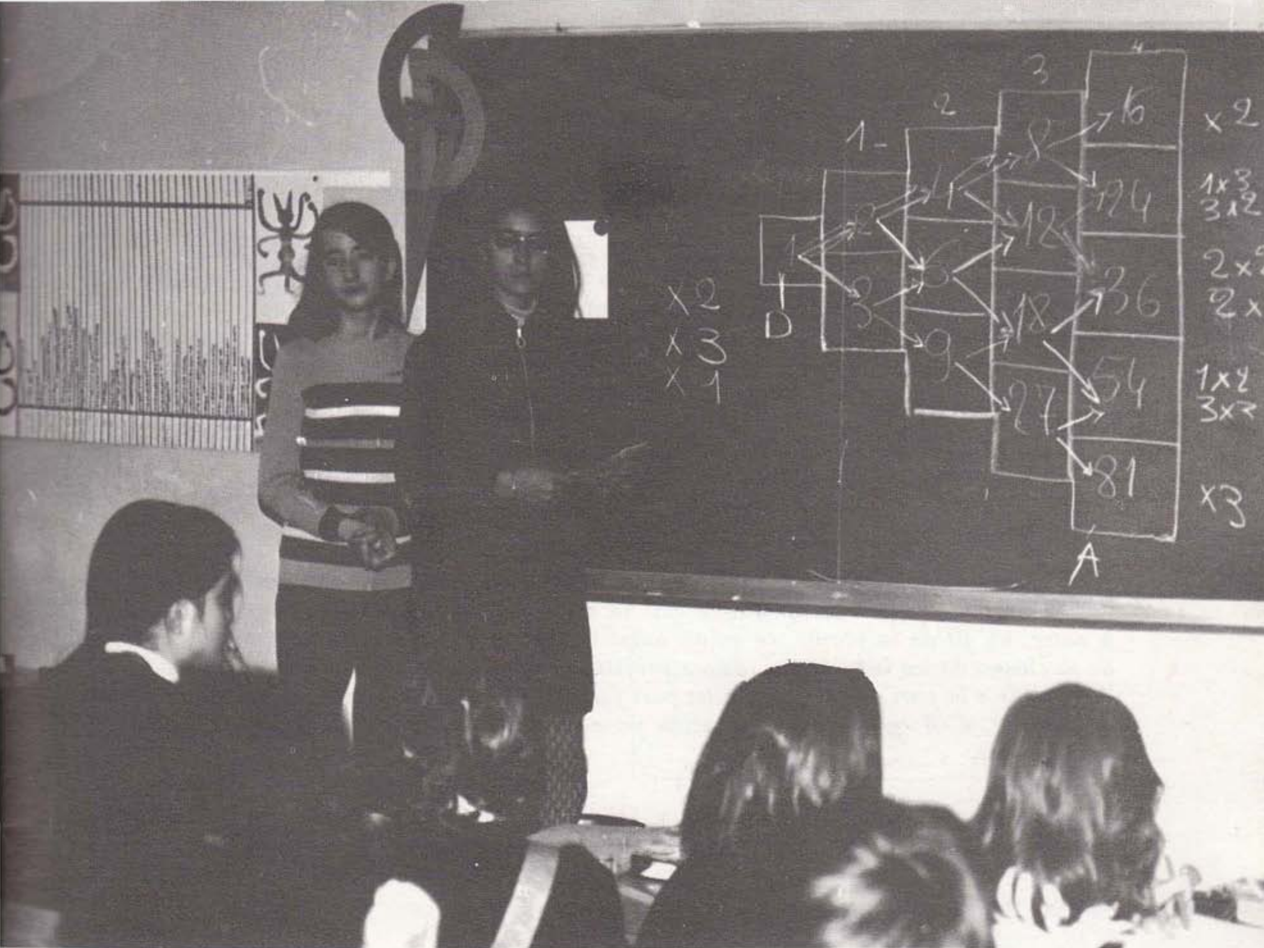


Photo J. Ueberschlag

A partir de cet instant trois équipes se constituèrent pour explorer, séparément ces pistes ouvertes...
Dans le second débat qui suivit leurs présentations mises au point, s'ouvrirent alors de nouvelles voies sur les questions ou suggestions de quelques-uns.
J'ai relevé ces dernières :
— Et avec 3 opérateurs ? avec 4 opérateurs ?...
— Pour aller à la case 18 on peut suivre des chemins différents...
Manuel proposa immédiatement une écriture de ces « chemins » :
— Avec le dé on peut faire $1 \times 3 \times 2 \times 3$
par exemple, ou encore $1 \times 2 \times 3 \times 3$
pour arriver à 18
— Combien existe-t-il de chemins possibles pour aller à 18 ?...
— On peut représenter chaque étape par une flèche

$$1 \xrightarrow{\times 2} 2 \xrightarrow{\times 3} 6 \xrightarrow{\times 2} 12$$

— Ça fait comme un arbre !...
— Ça fait comme un quadrillage !...
— On peut écrire aussi les chemins avec des puissances
3×3 c'est 3^2 alors $1 \times 2 \times 3^2$
— ...

Ainsi ces recherches nouvelles, imprévues au départ, particulièrement intéressantes permirent à chacun un choix selon ses intérêts et nous conduisirent
- au treillis des diviseurs d'un naturel, avec de belles représentations de cette structure dans le plan et dans l'espace, avec 2, 3, 4 opérations (facteurs premiers)
- à la factorisation première unique d'un entier naturel non premier (tous les chemins qui mènent à 18 s'écrivent avec les mêmes facteurs dans un ordre différent)
- à la prospection des chemins possibles et leur dénombrement sur divers quadrillages

par - la construction d'arbres
- la création du triangle de Pascal

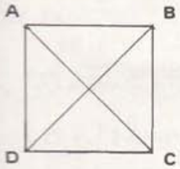
— Tu parles depuis un bon moment. J'ai réussi à te faire exprimer quelques-unes des réflexions nées du travail quotidien par le dialogue. Si d'autres copains se décidaient à noter, au fil de la plume, ce qu'un autre copain leur raconte un jour, en lui parlant de sa classe, de ses inquiétudes, de ses projets, on aurait une riche confrontation de points de vue sur « la part du maître », cette part faite d'appels, d'échos, de recours, de barrières, de silences, d'effacements, de tremplins pour les plus insolites expériences solitaires ou coopératives.

(Dialogue entre Edmond et Janou Lemery)
(dans le train... au retour d'un C.A. !!!)

DOCUMENT 1 **SITUATION RICHE, OUVERTE**

première face

LE JEU DES 4 COINS



peut se faire
sur le plancher
sur le tableau avec
pions aimantés
sur le dessin

Règle du jeu: on peut se déplacer
horizontalement dans les 2 sens → H
verticalement dans les 2 sens → V
en diagonale dans les 2 sens → D
ne pas se déplacer (rester dans son coin) → R

Déroulement: on peut écrire avec des symboles les diverses phases du jeu.

Verso (lecture facultative)

Exemple:
de A à C le déplacement est D
de C à B le déplacement est V
cela fait DV
on aurait pu faire aussi H

Recherches possibles:
on peut rechercher les déplacements "équivalents" à deux déplacements successifs (ils amènent au même coin.)

On peut écrire DV = H

En existe-t-il d'autres ?

Inspiré par la lecture d'une fiche P.R.M. (Piste de Recherche Mathématique), première face seulement, Gilles explore à sa manière la situation...

— Il fait varier le nombre de "coins" et cherche à dénombrer tous les déplacements possibles *1ère voie — documents 2 - 3*

— Il recherche ensuite les divers trajets d'un coin à un autre
en passant par 1 coin,
en passant par 2 coins... *3ème voie — documents 6-7-8*

Robert et Alain explorent une autre voie qui s'est ouverte lors du *débat* qui a suivi l'*exposé* de Gilles sur sa première recherche
2ème voie — documents 4-5

Le P.R.M. outil provocateur, incitateur, favorisant la créativité a permis des expériences fondamentales dans 2 directions:

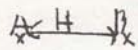
vers la Structure de GROUPE

vers la GEOMETRIE (axiomes d'incidence...)

DOCUMENT 2

ECRITURE ET DENOMBREMENT DES DEPLACEMENTS

	A	B
A	(A,A)	(A,B)
B	(B,A)	(B,B)

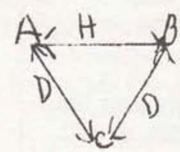


4 deplacements dont 2 nuls (A,A) (B,B)

avec 2 elements

10/

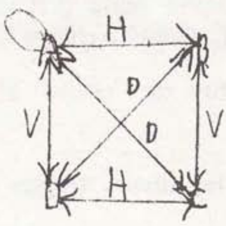
	A	B	C
A	(A,A)	(A,B)	(A,C)
B	(B,A)	(B,B)	(B,C)
C	(C,A)	(C,B)	(C,C)



9 deplacements dont 3 nuls : (A,A) (B,B) (C,C)

avec 3 elements

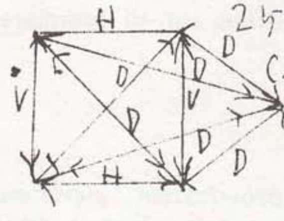
	A	B	C	D
A	(A,A)	(A,B)	(A,C)	(A,D)
B	(B,A)	(B,D)	(B,C)	(B,D)
C	(B,A)	(B,B)	(B,C)	(B,D)
D	(D,A)	(D,B)	(D,C)	(D,D)



16 deplacements dont 4 nuls : (A,A)(B,B)(C,C) (D,D)

avec 4 elements

	A	B	C	D	E
A	(A,A)	(A,B)	(A,C)	(A,D)	(A,E)
B	(B,A)	(B,B)	(B,C)	(B,D)	(B,E)
C	(C,A)	(B,B)	(C,C)	(C,D)	(C,E)
D	(D,A)	(D,B)	(B,C)	(D,D)	(D,E)
E	(E,A)	(E,B)	(E,C)	(B,D)	(E,E)



25 deplacements dont 5 nuls (A,A)(B,B)(C,C)(D,D) (E,E)

à présenter mercredi en conférence

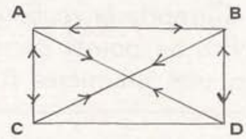
avec 5 elements

DOCUMENT 3

PREMIERE VOIE DE RECHERCHE "LES QUATRE COINS"

C'est un jeu qui consiste à se déplacer d'un coin à un autre par "une droite". Chaque déplacement est représenté par un couple de points écrit: (A, B).

par exemple: de A à B
on écrit (A,B)
Il y a des déplacements "nuls" lorsqu'on reste sur place:
(A,A) (B,B) (C,C) (D,D)

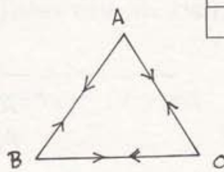


A LA RECHERCHE DE TOUS LES DEPLACEMENTS POSSIBLES...

* J'ai cherché tous les déplacements possibles entre quatre coins.
Pour trouver tous les couples possibles j'ai construit un tableau à 2 entrées:
16 déplacements possibles dont 4 nuls.

	A	B	C	D
A	(A,A)	(A,B)	(A,C)	(A,D)
B	(B,A)	(B,B)	(B,C)	(B,D)
C	(C,A)	(C,B)	(C,C)	(C,D)
D	(D,A)	(D,B)	(D,C)	(D,D)

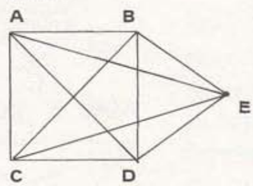
* J'ai cherché ensuite tous les déplacements possibles avec 3 coins de la même manière avec ce tableau:
9 déplacements dont 3 nuls



	A	B	C
A	(A,A)	(A,B)	(A,C)
B	(B,A)	(B,B)	(B,C)
C	(C,A)	(C,B)	(C,C)

* J'ai cherché encore tous les déplacements possibles avec 5 coins:

25 déplacements possibles dont 5 nuls



	A	B	C	D	E
A	(A,A)	(A,B)	(A,C)	(A,D)	(A,E)
B	(B,A)	(B,B)	(B,C)	(B,D)	(B,E)
C	(C,A)	(C,B)	(C,C)	(C,D)	(C,E)
D	(D,A)	(D,B)	(D,C)	(D,D)	(D,E)
E	(E,A)	(E,B)	(E.C)	(E.D)	(E,E)

LE DEBAT...

Pendant la présentation de cette recherche à mes camarades des questions ont été posées:

* rechercher des déplacements "équivalents" (ceux qui mènent au même coin)
* rechercher des déplacements d'une figure
* calcul du nombre de droite obtenues à partir d'un nombre de points choisi

Première conférence de Gilles Dechambre 5^{e} 3A
Extrait du journal: JOIE DE VIVRE

Dans cette recherche, Gilles réinvestit ses *connaissances* sur le produit cartésien, qui deviennent *"outil de recherche"*.
On essaie un "modèle mathématique" connu sur la situation

↗ s'il convient on l'adopte
→ s'il ne convient pas ↗ on l'affine / → on le modifie / ↘ on en crée un autre

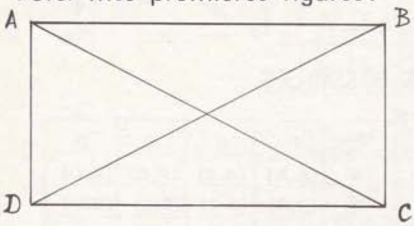
MATHEMATISATION PAR TATONNEMENT EXPERIMENTAL

DOCUMENT 4

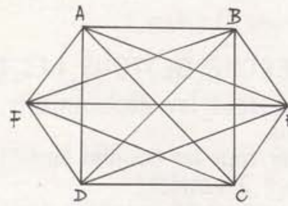
DEUXIEME VOIE DE RECHERCHE

Recherche du nombre de droites

J'ai entrepris la recherche sur une des questions posées au débat : à partir d'un nombre de points donné, combien de droites possibles ?
Voici mes premières figures :



4 points
6 droites



6 points
15 droites

qui veut continuer ? Faites part de vos résultats.

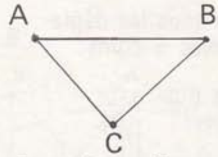
Robert Houron 5e 3A

Avec 2 points

2e moyen
1

1er moyen
$\frac{1 \times 2}{2}$

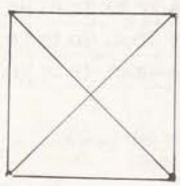
Avec 3 points



2e moyen
$1 + 2$

1er moyen
$\frac{2 \times 3}{2}$

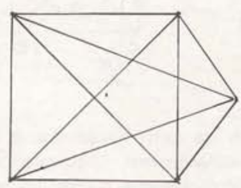
Avec 4 points



2e moyen
$1 + 2 + 3$

1er moyen
$\frac{3 \times 4}{2}$

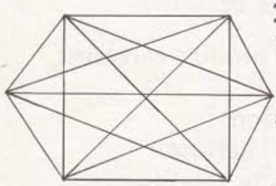
Avec 5 points



2e moyen
$1 + 2 + 3 + 4$

1er moyen
$\frac{4 \times 5}{2}$

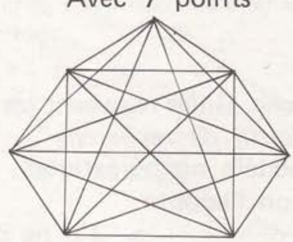
Avec 6 points



2e moyen
$1+2+3+4+5$

1er moyen
$\frac{5 \times 6}{2}$

Avec 7 points



2e moyen
$1+2+3+4+5+6$

1er moyen
$\frac{6 \times 7}{2}$.

DOCUMENT 5

Résultats par le deuxième moyen

3 : 1+2 = 3		8 : 1+2+3+4+5+6+7	= 28
4 : 1+2+3 = 6		9 : 1+2+3+4+5+6+7+8	= 36
5 : 1+2+3+4 = 10		10 : 1+2+3+4+5+6+7+8+9	= 45
6 : 1+2+3+4+5 = 15		11 : 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10	= 55
7 : 1+2+3+4+5+6 = 21		12 : 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11	= 66

Explication du deuxième moyen

"Quand on a 3 points, on a 3 droites et quand on ajoute un point, ce qui fait 4, ce point relié aux 3 autres donnent 3 nouvelles droites (3 + 3 = 6) qui ajoutées aux autres nous donnent le nombre de droites de 4.

Quand on a 4 points, on a 6 droites. On ajoute un point qui donne 4 nouvelles droites : 6+ 4 = 10 *droites."*

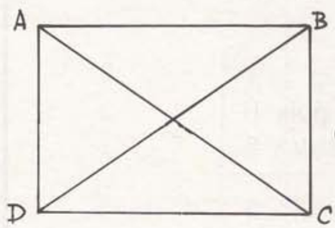
Premier moyen

Tableau des résultats

Nombre de points	Opérations	Nombre de droites	
2	$\frac{2\times 1}{2}$	1	
3	$\frac{3\times 2}{2}$	3	+2
4	$\frac{4\times 3}{2}$	6	+3
5	$\frac{5\times 4}{2}$	10	+4
6	$\frac{6\times 5}{2}$	15	+5
7	$\frac{7\times 6}{2}$	21	+6
8	$\frac{8\times 7}{2}$	28	+7
9	$\frac{9\times 8}{2}$	36	+8
10	$\frac{10\times 9}{2}$	45	+9
11	$\frac{11\times 10}{2}$	55	+10

Explication

"On prend un nombre quelconque de points, 4 par exemple.
De chaque point, il part 3 droites (4–1) puisqu'on ne tient pas compte des déplacements nuls, c'est-à-dire (A,A), (B,B) etc... ce qui donne avec quatre : 4 x 3 = 12
Mais on s'aperçoit grâce au schéma que la droite (A,C) est comptée et (C,A) aussi, alors qu'il y a une seule droite.
Chaque droite est ainsi utilisée 2 fois, donc il faut diviser 12 par 2"



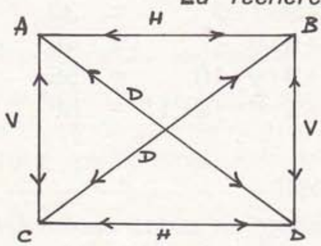
$$\frac{4\times 3}{2} = 6$$

(Robert Houron et Alain Roger 5e3A)

DOCUMENT 6

TROISIEME VOIE DE RECHERCHE

La recherche des trajets d'un coin à un autre



légende des déplacements
V veut dire *vertical*
H veut dire *horizontal*
D veut dire *diagonal*

On peut aller de A vers B ou B vers A
par H
ou D puis V
ou V puis H puis V
ou V puis D

On peut aller de A vers C ou C vers A
par V
ou H puis V puis H
ou D puis H
ou H puis D

On peut aller de A vers D ou D vers A
par H puis V
ou V puis H
ou D
ou H puis D puis H

On peut aller de B vers D ou D vers B
par V
ou H puis V puis H
ou H puis D
ou D puis H

On peut aller de B vers C ou C vers B
par D
ou V puis H
ou H puis V
ou H puis D puis H

On peut aller de C vers D ou D vers C
par H
ou V puis H puis V
ou D puis V
ou V puis D

DOCUMENT 7

PRESENTATION DES TRAJETS EN TABLEAUX

Comment peut-on aller d'un point à un autre par le chemin le plus court ?

Réapparition du déplacement nul N
pour Gilles: "le plus court" de A à A
de B à B

	A	B	C	D
A	N	H	V	D
B	H	N	D	V
C	V	D	N	H
D	D	V	H	N

Comment peut-on aller d'un point à un autre en passant par un point ?

	A	B	C	D
A	N	DV	DH	VH
B	VD	N	HV	HD
C	HD	VH	N	HD
D	HV	DH	DV	N

Remarque :
de A à A ou B à B, Gilles n'a pas encore découvert que chaque déplacement est son propre inverse.
Il aurait pu écrire alors HH ou DD ou VV sur la diagonale de son tableau.

Comment peut-on aller d'un point à un autre en passant par 2 points ?

	A	B	C	D
A	N	VHV	HVH	HDH
B	VHV	N	HDH	HVH
C	HVH	HDH	N	VHV
D	HDH	HVH	VHV	N

DOCUMENT 8

LES "TRAJETS EQUIVALENTS"

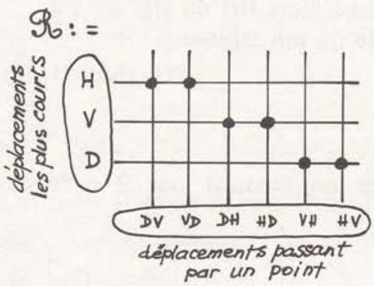
En comparant les 3 tableaux précédents, Gilles écrit les "trajets équivalents" trouvés dans la même case – ex : pour (A,C) HVH = DH = V

C'est en écrivant les "trajets équivalents" de A vers A : V.H.D = V.V = H.H = D.D que Gilles
* retrouve le déplacement nul N
* découvre que chaque déplacement est son propre inverse HH, DD, VV

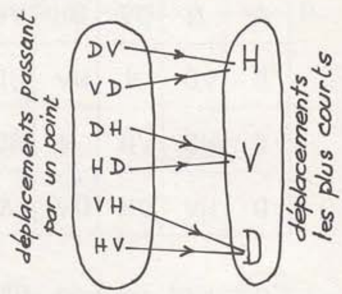
Gilles établit alors une relation " $\mathcal{R}$: = " entre
les trajets passant par un point (couples de déplacements) — les trajets les plus courts (déplacements)

$$DH \longrightarrow V$$

Cette relation est représentée de diverses manières (utilisation des connaissances acquises comme *outil* de recherche)



	H	V	D
DV	1	0	0
VD	1	0	0
DH	0	1	0
HD	0	1	0
VH	0	0	1
HV	0	0	1



Il y manque encore N
(d'où 6 couples seulement avec 3 déplacements)

Celui-ci réapparaît à nouveau sur la diagonale de la "table", il devient alors élément composable à son tour.

	D	V	H	N
D	N	H	V	D
V	H	N	D	V
H	V	D	N	H
N	D	V	H	N