LES MOMENTS DE LA RECHERCHE LIBRE

Jean-Claude POMÈS

Lorsque, à la rentrée 68, pour moi (1re année d'Ecole Moderne), je rentrai dans ma classe unique, je demandai aux enfants :

« *Qui sait inventer des problèmes ?* »

Bien sûr, on savait en résoudre, mais en fabriquer?
J'eus, de leur part, quelques problèmes de type classique, et aussi, celui de Marc :

« *Maman achète* 6 *canards et* 1 *douzaine d'œufs.*
Combien a-t-elle d'œufs ?
Combien a-t-elle de canards ? »

A titre de curiosité, je mis ce texte au tableau. Résultat : tous les enfants eurent le problème faux, sauf Marc qui, après 1 quart d'heure de réflexion, apporta les 2 réponses justes, et les 2 élèves du CM2 qui, après concertation, finirent par dire que ce n'était pas là un problème.

Cet épisode marquant m'amena à réfléchir et à observer la façon dont les enfants réalisaient effectivement les relations, entre autres celles d'équivalence et d'ordre. C'est pourquoi je les suivis assidûment dans leurs travaux de mesures, de pesées, avec tous leurs tâtonnements et leurs palabres. C'est ainsi que petit à petit s'est instauré un climat de recherche mathématique, né de toutes les occasions que l'on avait de réfléchir collectivement.

Maintenant, rétrospectivement, je considère qu'il y a en gros 2 *styles de recherche mathématique :*

— d'une part, celle que j'instaure à partir de telle ou telle amorce donnée par les enfants, tel éclair apparu pour un instant dans la réflexion ;

— d'autre part, celle que l'enfant apporte lui-même :

« Je voudrais savoir si... », en général moins simple, pour le moins qu'on puisse dire, mais tellement éclairante sur l'impact produit sur chacun par la réflexion collective.

Ce sont ces 2 styles que je vais essayer de développer, en les décrivant au long de leurs phases les plus marquantes.

Pour ce qui est donc de *la recherche collective,* nous avons exploré le domaine si riche des déplacements. (Il

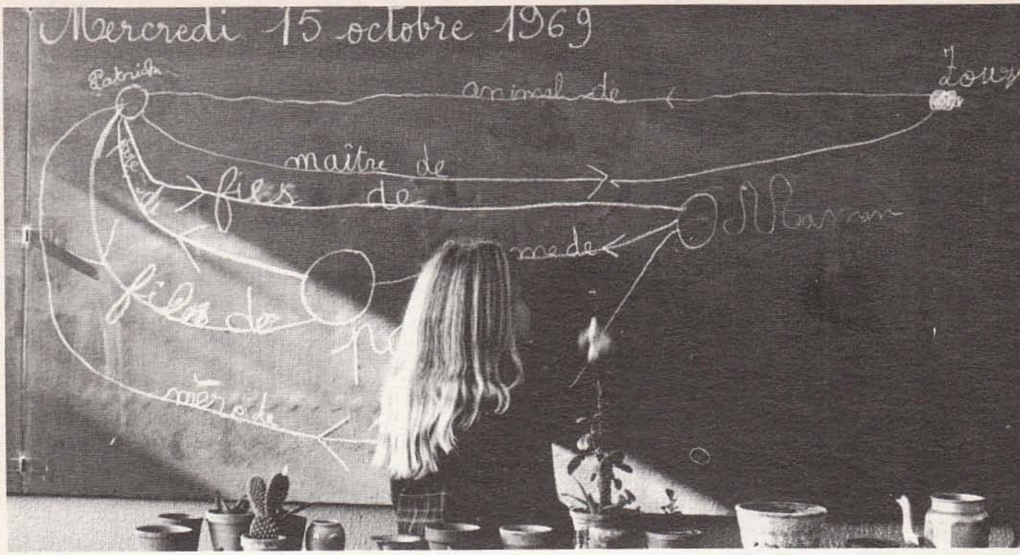

Photo Henri Elwing

y a longtemps que Delbasty par exemple, pour ne citer que lui, a mis l'accent sur l'aspect privilégié du mouvement dans les préoccupations enfantines).

Le thème est donc relevé par moi et proposé à la réflexion collective qui a vite fait de *trouver des pistes de recherche.* Ce moment reste pour moi privilégié, car c'est un moment de haute voltige mentale de la part des chercheurs : les suggestions sont souvent vagues et ténues mais cependant exploitables par les enfants qui, sans doute, ont une meilleure réceptivité à ces produits opaques de leur réflexion, qui souvent me déroutent complètement. J'ai même vu des enfants se mettre en demeure de m'expliquer ce que je n'entrevoyais pas. Privilégié aussi, car il est révélateur des forces vives et de la démarche très particulière des opérations collectives : tel enfant, dans son coin, semble ne pas s'intéresser à ce que l'on fait. Tout à coup, le voici qui s'avance vers le tableau, qui a quelque chose d'urgent à dire. Et bientôt, la plupart sont agglutinés autour du tableau et en effervescence.

En général, j'invite les enfants à *approfondir seuls à leur place les propositions qu'ils ont faites.* On étudie ensuite les résultats, en commençant par les thèmes qui ont obtenu le plus d'adhésions.

A ce moment se place un travail spécial : *la confrontation des écritures utilisées* afin de réaliser un langage cohérent et fonctionnel et à la fois suffisamment bref et compréhensible par tous. C'est la phase de la *mise en place du symbolisme,* phase fondamentale pour le travail futur, que l'on pourra alors proprement qualifier de « mathématique ».

A cet égard, il n'est que de rappeler la célèbre citation de Hilbert :

« *Le point de vue philosophique solide que je considère comme indispensable* *pour le fondement des mathématiques pures... se résume comme suit : au commencement est le signe.* »

Il convient donc de distinguer, dans le déroulement de la recherche, la *phase logique,* où chacun exerce ses réflexions sur la situation analysée, de la *phase mathématique* qui débute lorsqu'on a transcrit cette situation à l'aide de signes, de symboles.

Les difficultés que l'on rencontre alors sont loin d'être négligeables : j'ai vu des recherches échouer faute d'un symbolisme fonctionnel. L'affectivité a une grande part dans l'écriture. Souvent on écrit tout le raisonnement, sans avoir recours à des signes connus tels que flèches... etc., qui simplifieraient, d'autres fois on les utilise trop hâtivement, anéantissant d'un coup des optiques intéressantes.

Le travail optimum est certes réalisé lorsqu'on prend le temps d'écrire tout le raisonnement puis de le simplifier par la suite. La motivation à une telle simplification s'impose par le fait que : « *tout écrire, c'est très long* ».

C'est sur cette base que l'on va opérer.

En général, ce que l'on découvre assez rapidement, c'est qu'il est possible, sur les signes que l'on vient de se donner, d'opérer. On peut *opérer des simplifications,* on peut *composer,* on peut aussi, plus simplement, se préoccuper d'*organiser* dans la surface impartie, du tableau ou de la feuille, les signes (classes d'équivalences donnant naissance à des « partitions », à des tables).

Je ne prétends pas épuiser ainsi le champ des différentes préoccupations. Seulement, le fait d'avoir décelé une technique opératoire, provoque un travail collectif riche. Chacun s'essaie à trouver de nombreux résultats, ou même tous les résultats possibles. Nouvelle effervescence, donc, capable de se prolonger longtemps. Les enfants sont installés dans la forme qu'ils se sont donnée, et je sais qu'à ce moment il ne sert à rien de précipiter le mouvement. On n'ira pas plus loin, on est heureux de s'appesantir, d'épuiser les possibilités offertes par le sujet. Attitude intéressante, qui, si elle paraît apporter un frein aux investigations, n'en est pas moins porteuse des prolongements immédiats. Demain, mais demain seulement, elle nous permettra de continuer notre marche en avant.

Travaille-t-on par exemple sur l'addition modulo 4 (c'est-à-dire sur l'addition avec un système de numération fini — ici avec les chiffres 0 1 2 3), je sais qu'on passera la matinée à faire $3 + 0$, $2 + 1 + 3$... etc., mais je sais aussi qu'avant la fin de la séance, quelqu'un proposera l'addition modulo 5, que l'on travaillera le lendemain.

Je trouve cette démarche caractéristique des aptitudes mathématiques des enfants. On a opéré avec 4 éléments, que se passerait-il donc si l'on avait 5 éléments? et 6?

On amorce toujours le départ vers une généralisation des processus pour pouvoir prévoir : avec 500 éléments, ça se passe encore comme ça.

Ce travail, que je décris succinctement et sans donner d'exemple précis, nous mène déjà fort loin, et les enfants ont besoin de reprendre leur souffle. Rédigeons donc pour envoyer aux correspondants, ce sera une excellente occasion de reparcourir le chemin tracé. Cela réussit bien à ceux qui ont dominé et qui ont été capables pendant un moment d'être des leaders, d'avoir endossé le poids de la direction des opérations. Mais tâche ardue pour ceux qui ne se sont mis en marche que tard. Je sais bien que, tôt ou tard, les brouillons, refuges du travail intime de l'enfant, porteront la trace de tous les enrichissements du travail collectif.

Il s'agit encore d'*examiner les directions plus personnelles* prises par certains, de les examiner d'abord en petit groupe, puis, si l'optique est vraiment intéressante, ou l'apport collectif susceptible d'enrichir, on propose à nouveau, au tableau. Mais, en général, les *prolongements lointains* sont l'apanage de petits groupes d'amateurs spécialement happés par le sujet. (Je ne veux pas dire par là que ce sont forcément les meilleurs qui prolongent, mais tous ceux capables, à des degrés divers et avec des motivations diverses, de poursuivre l'itinéraire, la lassitude étant le plus souvent moteur de désertion — mais il faut ajouter que certains thèmes, comme, récemment, la composition des substitutions, durent jusqu'à 2 mois).

Pour finir, j'indique que la tâche la plus ardue est certainement réservée aux correspondants, et, souvent, l'exploitation s'avère impossible.

Deuxième volet de la recherche : le travail individuel et pénétrant fait par un enfant lorsqu'il sent que les résultats acquis peuvent l'aider à résoudre des inquiétudes personnelles. Ici, ce qui diffère profondément, pour moi au moins, c'est la nature des données. Histoires opaques, chargées d'éléments affectifs, problèmes rencontrés dans la vie enfin, c'est là des thèmes inextricables pour des adultes habitués à cloisonner la connaissance en compartiments étanches. Ma pauvre Thérèse ! Je ne vois vraiment pas quelle recherche tu veux faire lorsque tu me dis qu'une feuille de papier est plus recroquevillée lorsqu'on l'imbibe de lait que lorsqu'on l'imbibe d'eau, sinon une recherche appartenant au domaine de la physique, à l'aide de mesures. Et pourtant, tu me dis que tu as repéré la place des coins de la feuille, et que : « ce coin vient à cet endroit, celui-là à cet autre endroit ». Je vois bien que pour toi, l'important, c'est que ça bouge, aussi je t'aiderai à rechercher les symétries, car c'est cela qui te préoccupe. On a bien fait des symétries, mais par rapport à 2 droites perpendiculaires. Quelle nouveauté, des symétries par rapport à des droites penchées, comme tu le dis si bien !

Le thème un peu déblayé est travaillé ensuite de la même façon que précédemment, la plupart du temps en petite équipe, et son auteur a une part prépondérante dans le déroulement.

Inutile de dire pour terminer que toutes les voies suivies sont des voies ouvertes, que la plupart du temps elles ne sont pas exploitées jusqu'au bout. Ce qui est cependant remarquable, c'est qu'on reviendra vers elles, longtemps après, qu'on essaiera de leur appliquer des considérations nouvelles et d'étendre le champ d'investigations qu'elles ont ouvert. C'est ainsi qu'à ma grande surprise, trois enfants travaillant chacun à des recherches différentes, ont pu constater la parfaite concordance de leurs trouvailles, montrant ainsi à nos yeux que le domaine des recherches est aussi le domaine des rencontres et de la communication.

J.-C. POMES