Les documents que nous vous soumettons ici le sont pour être donnés en appât à votre jugement et à votre expérience. Nous pouvons d'ailleurs reprendre ici les termes mêmes des dernières lignes de cet article : « Le matériel peut être employé de plusieurs façons. Certains d'entre vous laisseront tâtonner librement, d'autres préféreront rédiger des bandes dans l'esprit Atelier de Calcul *pour aider les élèves qui n'ont guère d'initiative ; d'autres encore feront peut-être appel aux triangles pour résoudre une difficulté apparue au cours de la séance de calcul vivant ; au CEG ou CES on aura sans doute plus d'exigences en cherchant à démontrer les propriétés découvertes ».*

Ce qui compte dans cet article, c'est la réponse que vous y apporterez et que vous nous ferez connaître.

ICEM

Pour l'atelier de calcul

par M. Leboutet

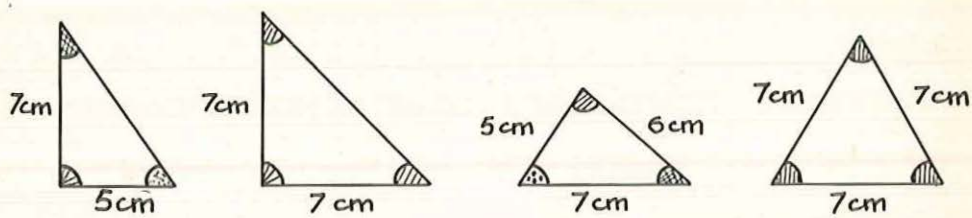
L'atelier de calcul s'est imposé dans nos classes car il permet de multiples expériences, base de toute acquisition. Les bandes de l'*atelier de calcul* ont apporté aux maîtres un outil extrêmement riche : loin de limiter la recherche mathématique, les bandes la provoquent, elles sont un catalyseur et non un frein.

La série des 30 premières bandes de cet atelier va être prochainement complétée par une autre série sur les partages (fractions, pourcentages...)

Mais, à côté de l'arithmétique et du système métrique, l'atelier de calcul ne peut ignorer le vaste chapitre de la géométrie trop souvent négligé à l'école primaire.

J'ai présenté aux camarades réunis à Vence au mois d'août un petit matériel permettant une foule d'expériences et de découvertes dans le domaine de la géométrie plane. Ce matériel — que j'ai expérimenté dans mon atelier de calcul — a été imaginé par Monsieur Rogerie, professeur de l'enseignement technique, à qui nous devons les idées développées dans les bandes sur les partages.

Il s'agit d'utiliser comme élément de base la figure la plus simple, le triangle ; selon que ces triangles seront rectangles, isocèles, équilatéraux ou quelconques, les assemblages formeront des figures aux propriétés nouvelles. Pour faciliter la découverte de ces propriétés, on a colorié les angles en adoptant une même couleur pour les angles égaux. (Il faut au moins une dizaine de triangles de chaque sorte).



Quelques remarques

* Pour faciliter les manipulations, il y a intérêt à découper ces triangles dans un carton assez rigide ; le carton ondulé double face convient parfaitement.

* Pour que les assemblages des triangles permettent des observations et des découvertes intéressantes, il faut qu'ils soient réalisés avec précision (angles de 90°, 60°, 45°, égalités des côtés, etc) ; c'est pourquoi le maître jugera s'il doit faire réaliser ces triangles par les élèves — expériences qui ne manquent point d'intérêt — ou s'il doit les réaliser lui-même pour les placer dans l'atelier de calcul.

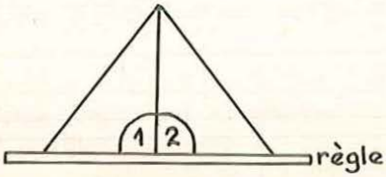
•

Ces remarques étant faites voilà, à titre indicatif, quelques-unes des découvertes que les enfants ont pu faire en expérimentant avec ces triangles :

I. Assemblage de triangles rectangles

Manipulations

Superposition



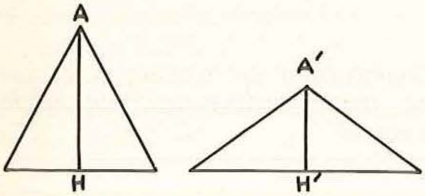
Observations

* Découverte des éléments égaux : angles, côtés

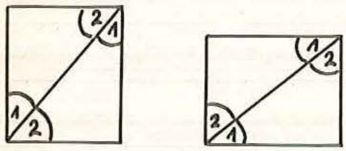
* $\hat{1} + \hat{2} = 180^\circ$

$$\hat{1} = \hat{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

définition du triangle rectangle.

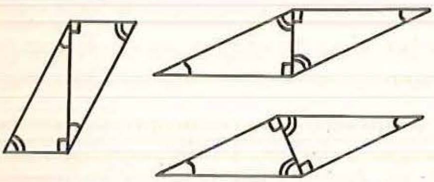


* Construction du triangle isocèle : propriétés des angles, des côtés et de l'axe de symétrie AH.

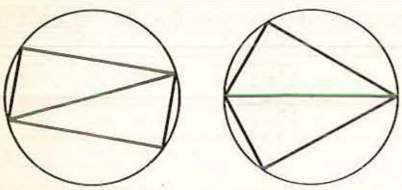


* Construction d'un rectangle :
$1 + 2 = 90^0$
égalité des angles alternes-internes.
Pour la surface :

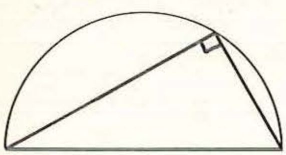
$$\text{triangle rectangle} = \frac{\text{rectangle}}{2}$$



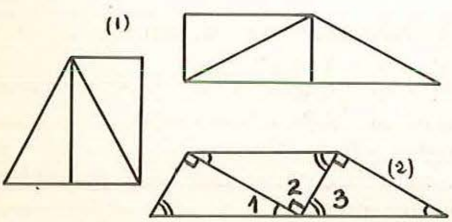
* Construction de parallélogrammes ; découverte de nombreuses propriétés angulaires.



* Constructions dans un cercle dont le diamètre est égal à l'hypoténuse.

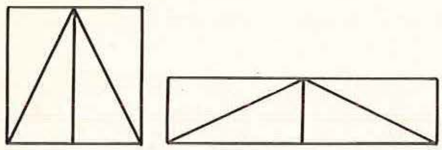


* Le triangle rectangle loge dans un demi-cercle : application à la construction d'un angle droit à la règle et au compas.

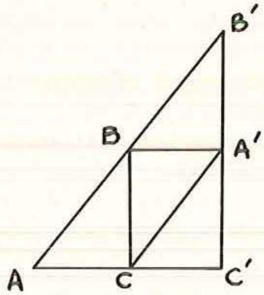


* Constructions de trapèzes rectangles ou quelconques. (1)

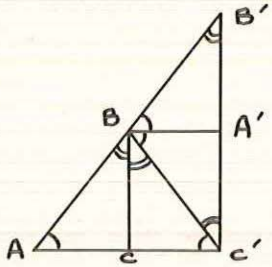
* $1 + 2 + 3 = 180^o$, c'est la somme des trois angles du triangle rectangle. (2)



* Construction de rectangles équivalents : même surface mais dimensions différentes.



* Comparaison des triangles ABC et AB'C' : angles, côtés, surfaces, propriétés des segments reliant les milieux des côtés du triangle AB'C' ; peut-être comparaison des rapports $\frac{BC}{AB}$ et $\frac{B'C'}{AB'}$ etc... et découverte de leur constance parallèlement à la constance des angles (et c'est le départ de la trigonométrie).

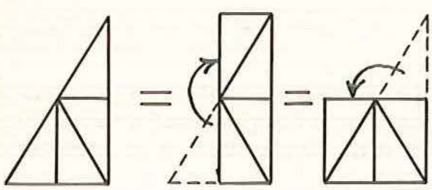


* Découverte de la propriété de la médiane relative à l'hypoténuse : BC' = BA = BB' ; B est le centre du cercle circonscrit.

Comparaison des angles au centre et des angles inscrits :

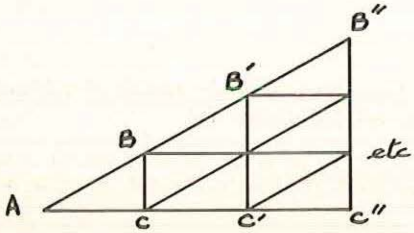
$\widehat{ABC'} = 2\ \widehat{AB'C'}$

$\widehat{B'BC'} = 2\ \widehat{B'AC'}$

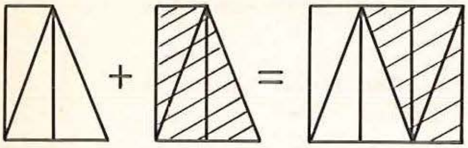


* Découverte des rectangles équivalents du triangle rectangle par rotation d'un élément et calcul de la surface du triangle :

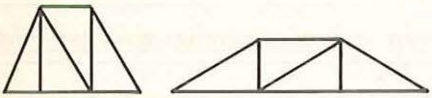
$\frac{b}{2} \times h$ ou $B \times \frac{h}{2}$



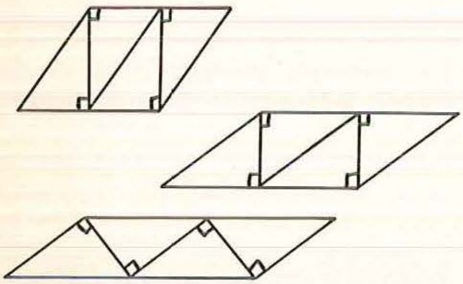
* Comparaison des triangles
ABC et AB' C'
ABC et AB'' C''
AB'C' et AB'' C''
(angles, côtés, surfaces)
et, peut-être, propriétés des parallèles équidistantes...



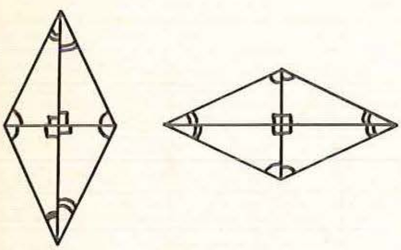
* deux trapèzes rectangles = un rectangle (calcul de la surface)



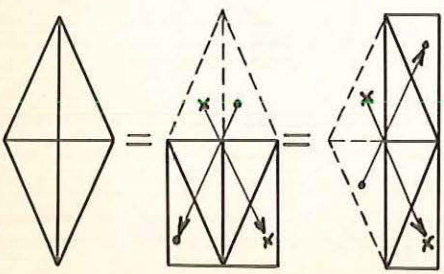
* des trapèzes isocèles.



* Construction d'autres parallélogrammes sur lesquels on peut découvrir d'intéressantes propriétés angulaires.



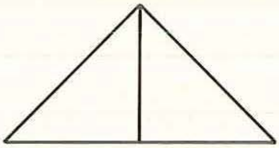
* Construction d'un parallélogramme particulier : le losange ; propriétés des cotés et des diagonales de cette figure, égalités angulaires ; application à la construction de droites perpendiculaires et de bissectrices.



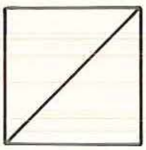
* Construction des rectangles équivalents du losange par translation de deux éléments et calcul de la surface du losange : $d \times \frac{D}{2}$ ou $\frac{d}{2} \times D$

II. Assemblages de triangles rectangles isocèles

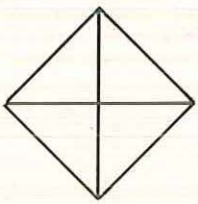
On aura les mêmes constructions mais avec quelques cas particuliers intéressants.



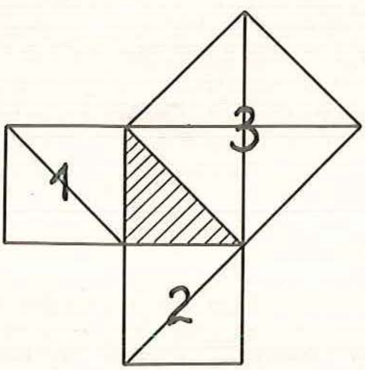
* Un triangle isocèle qui est aussi rectangle.

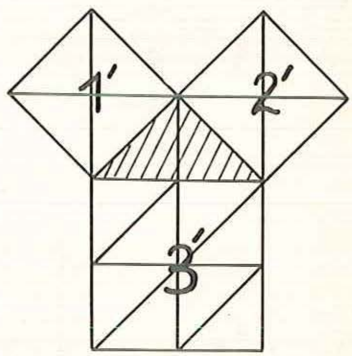


* Le rectangle devient carré et la diagonale a des propriétés particulières.



* Le losange est aussi un carré (étude des propriétés particulières).





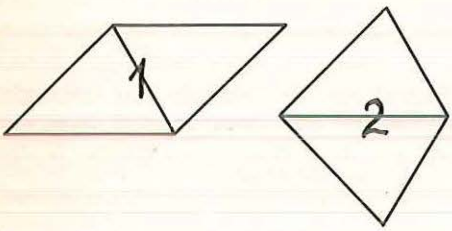
La comparaison des carrés permet la découverte de :

$$1 + 2 = 3$$
ou $$1' + 2' = 3'$$

III. Assemblages de triangles quelconques

* Superposition

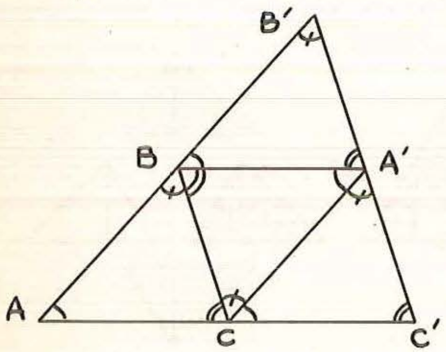
* Comparaison des angles et des côtés justifiant l'épithète « quelconque ».



* En assemblant deux triangles quelconques on retrouve :

— un parallélogramme - 1 -

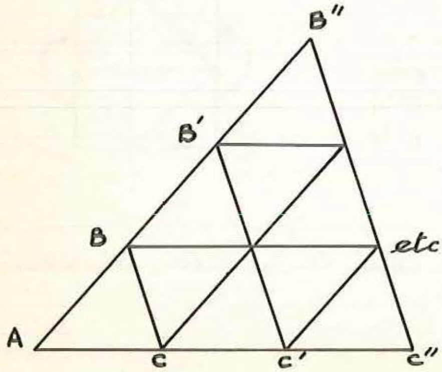
— ou un quadrilatère dont la symétrie ne manque pas d'intérêt - 2 -



* Comparaison des triangles ABC et AB'C' (angles, côtés, surfaces).

— Propriétés des segments BA', A'C', CB.

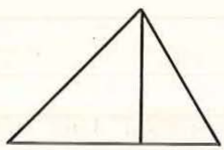
— En B, A' et C observation de la sommes des angles d'un triangle quelconque.



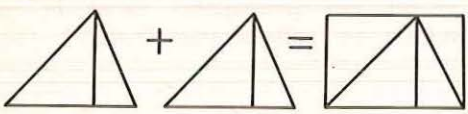
* Comparaison des triangles.
Propriétés des parallèles équidistantes.

IV. Assemblages de triangles rectangles et de triangles rectangles isocèles

Ces triangles ayant l'un des côtés de l'angle droit égal à 7 cm il est possible de les assembler pour réaliser de nouvelles constructions.

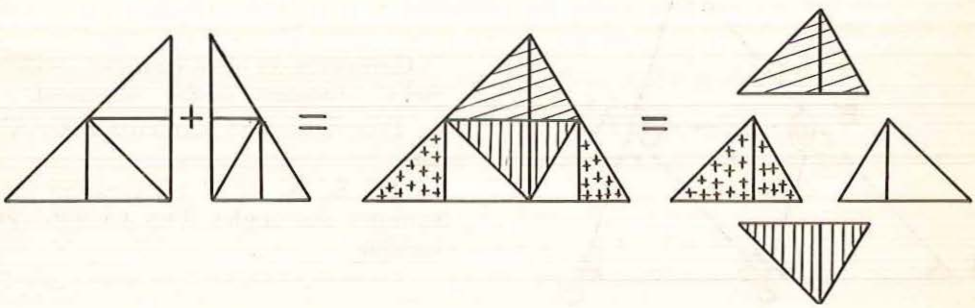


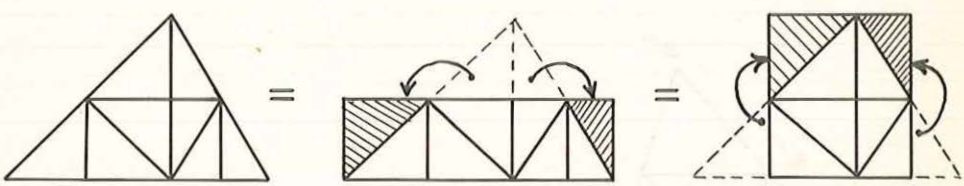
* Construction d'un triangle quelconque avec une hauteur.



* Calcul de la surface du triangle quelconque par comparaison avec le rectangle de mêmes dimensions (mais de surface double) :

$$S = \frac{B \times h}{2}$$

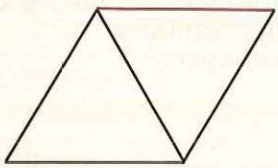




Construction des rectangles équivalents et calcul de la surface du triangle quelconque :

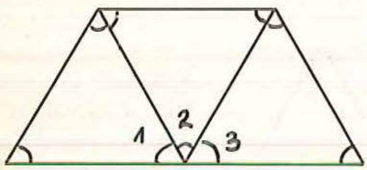
$$S = B \times \frac{h}{2} \text{ et } S = \frac{B}{2} \times h$$

V. Assemblages de triangles équilatéraux

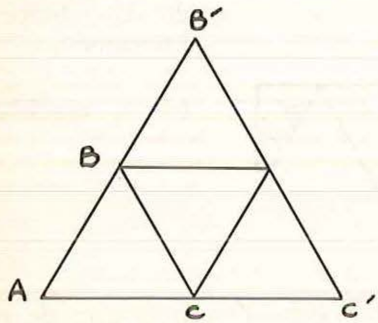


* Égalité des côtés et des angles.

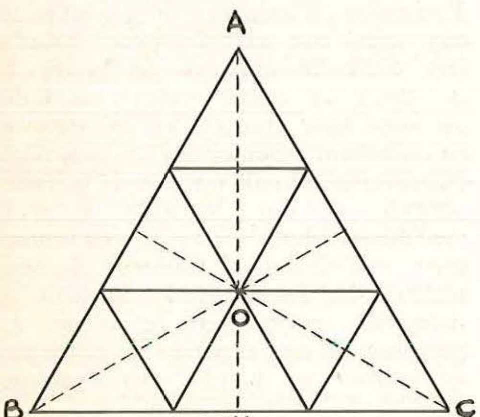
* Construction d'un parallélogramme qui est aussi un losange.



* Les 3 angles ($\hat{1} + \hat{2} + \hat{3}$) valent 180° et chacun d'eux vaut $180^\circ : 3 = 60^\circ$



* Comparaison des triangles ABC et A B' C'

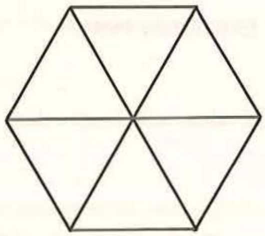


* Propriétés du point O

$OA = OB = OC$

$OA = \dfrac{2}{3} AH$ etc.

Cercle circonscrit.



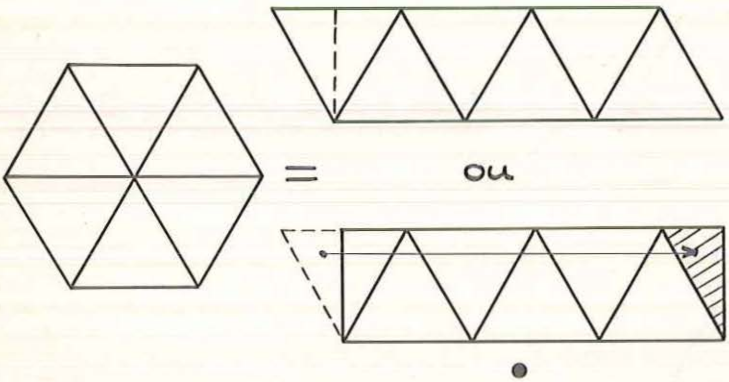
* Construction de l'hexagone.
Propriétés angulaires
cercle circonscrit.

parallélogramme
équivalent

ou

passage au rectangle équivalent par translation d'un demi-triangle et calcul de la surface de l'hexagone

$\left(\frac{P}{2} \times \text{apothème}\right)$



Voici donc pas mal de constructions possibles. Selon leur âge, au primaire ou au secondaire, vos élèves en découvriront plus ou moins ; ils feront même certainement des trouvailles auxquelles nous, adultes conditionnés par notre formation, nous ne songeons pas. Si par hasard un élève peu ordonné mélange tous les petits triangles de l'atelier, voilà, pour les plus jeunes, un bien joli problème de rangement : il faudra dans cet ensemble de figures à trois côtés classer chaque élément dans son sous-ensemble et, pour cela, distinguer les propriétés particulières qui permettent de le définir...

Bien entendu ce matériel peut être employé de plusieurs façons. Certains d'entre vous laisseront tâtonner librement ; d'autres préféreront rédiger des bandes dans l'esprit *Atelier de calcul* pour aider les élèves qui n'ont guère d'initiative ; d'autres encore feront peut-être appel aux triangles pour résoudre une difficulté apparue au cours de la séance de calcul vivant ; au CEG on aura sans doute plus d'exigences en cherchant à démontrer les propriétés découvertes. Quelle que soit la méthode adoptée je vous demande de noter vos observations et de les communiquer à l'ICEM à Cannes. Si vous réalisez des bandes vous donnant satisfaction, envoyez-en la copie. La synthèse de ces expériences permettra de réaliser les bandes qui viendront enrichir l'*Atelier de calcul.*

Bon courage !

M. LEBOUTET