Voir les deux premiers articles de cette série dans l'Educateur n° 7 (p. 31) et n° 9 (p. 19).

INFORMATION MATHÉMATIQUE

par

M. PELLISSIER

Où en sommes-nous? En deux articles, j'ai d'abord voulu démystifier un peu les formules de mathématique, montrer un peu la part du calcul et la part de généralisation, de symbolisation ; puis j'ai parlé des *relations*.

Nous avons vu des exemples de relations simples entre des éléments non chiffrés de notre vie, pour montrer surtout comment l'écriture de ces relations nous donnait la possibilité de présenter de façon claire, dans des tableaux par exemple, des situations diverses.

Il faut maintenant étendre cette notion de relation et l'appliquer à des situations plus complexes et chiffrées. En effet, à partir de la notion de *relation binaire*, les mathématiciens définissent théoriquement de façon très rigoureuse les notions :

1°. d'*application :* nous avons plus l'habitude de dire *fonction,* mais c'est pareil. Pour nous il y aura fonction toutes les fois qu'une grandeur dépend d'une autre :
— un prix total est fonction du prix de l'unité et de la quantité achetée ;
— une distance parcourue est fonction de la vitesse et de la durée du voyage ;
— le poids d'un chargement est fonction du poids d'un sac et du nombre de sacs, etc.

Comme à l'intérieur d'un même achat ou d'un même voyage il y a un élément qui ne varie pas (le prix unitaire ou la vitesse moyenne), nous avons donc un élément constant : appelons-le k. Et l'élément qui peut varier (quantité achetée, durée du voyage ou nombre de sacs) est appelé x. Donc à partir de x, on définit la fonction $f(x)$ qui est égale à k multiplié par x. Autrement dit : $x \longrightarrow f(x) = k.x$
Et sans entrer plus dans le détail, chacun sent bien qu'il y a une *relation* (au sens le plus ordinaire du terme) entre le prix payé et le nombre d'éléments achetés.

2°. On définit encore la notion d'*opération,* que l'on appelle plus généralement en mathématique loi de composition. C'est-à-dire que : a composé avec b donne c. Et selon les différentes façons de composer a et b, on définira nos quatre opérations et d'autres encore, moins connues.

Alors, si les notions de fonction et d'opérations sont des aspects des relations entre les êtres mathématiques, il doit être possible de les faire apparaître dans les problèmes, avec les moyens que nous connaissons déjà un peu : tableaux et flèches. Je crois qu'alors les situations mises en jeu dans nos problèmes apparaîtront plus clairement.

Il est certain que les enfants restent souvent inhibés par le mécanisme des opérations, que l'on apprend probablement trop vite, alors que le plus important paraît bien être la structure du problème, faite des relations existant entre les différentes données et que ce sont ces relations qui déterminent les opérations à faire.

Je me rappelle cet exemple qui m'avait frappé : j'achetais du contreplaqué pour la classe et, en allant le payer, je pensais que c'était là une belle occasion de calcul pour le lendemain puisque la coopérative devait me rembourser. Or, arrivé au bureau, la secrétaire me demande : « *Quelles sont les dimensions des chutes que vous prenez ?*

— 1,48 *m sur* 0,42 *m.*

Et, tirant sa calculatrice vers elle, (tac, tac, toc, bruit de moteur), elle ajoute :

— *Combien en avez-vous ?*

— 15.

(Tac, tac, toc, bruit de moteur).

— *On vous le laisse à* 1,50 *F le m2.*

(Tac, tac, toc, bruit de moteur).

— *Ça fait tant.* »

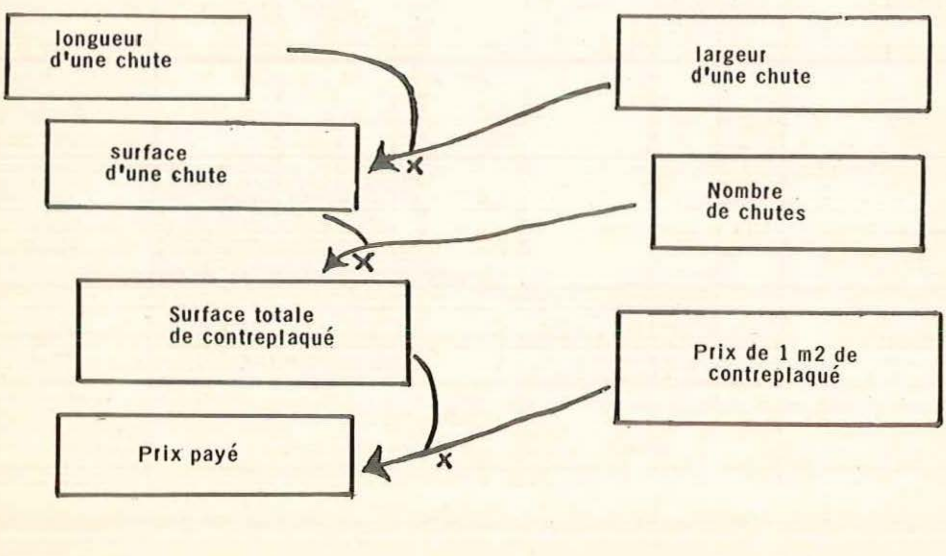
Et je suis parti inquiet, en me demandant si, le lendemain, il ne suffirait pas à mes enfants d'établir les relations entre les divers éléments du problème, comme nous n'avions *pas encore* de calculatrice, et de faire confiance à la somme totale payée. Ces relations que l'on pourrait résumer ainsi :

1. Le contreplaqué se vend au m2 : 1,50 F le m2.
2. Le prix total dépend du nombre de m2 achetés.
3. Le nombre de m2 achetés dépend du nombre des chutes prises et de la grandeur des chutes.

Le nombre des chutes est fixé : 15.

4. La grandeur des chutes dépend de leur longueur et de leur largeur, qui permettront de déterminer leur surface.

Relation que je peux résumer dans ce tableau :



Vous me direz que cela suppose connu le sens de la multiplication. Evidemment, mais je travaille avec des enfants du Cours Moyen, ayant déjà des idées là-dessus. Néanmoins, pour les consolider et bien voir de quoi il retourne, nous posons toujours nos renseignements dans des tableaux. Ainsi, pour un problème de Jacques : « Ma maman achète les yaourts 3 pour 1 F. Avec 100 capsules de pots, on peut avoir un porte-clefs. A combien revient ce porte-clefs? »

Et il est bien rare, qu'on n'ajoute pas aussitôt : 6 yaourts, ça coûterait 2 F. Que se passe-t-il de 3 à 6?

— On ajoute 3 !

— On double.

— On multiplie par 2.

Et le prix qu'est-ce qu'il devient? C'est pareil : il est multiplié aussi par 2.

Et ainsi de suite : on envisage pour 9 yaourts, 12... etc. Et comme on n'arrive pas à 100, il faudra recourir à la division et trouver le prix d'un yaourt. (Et finalement, il y en aura un pour dire : « Oui, mais on les a quand même mangés ces yaourts ! Alors ça fait moins cher ! »).

Alors, sans entrer dans le détail, cette fois, des opérations, je reviens à l'analyse des relations à l'intérieur d'un problème et à sa représentation dans un tableau sur trois exemples :

1- Problème inventé par Monique, bonne élève de fin d'études qui a des souvenirs des années passées. (Mais comme ce sont de bons souvenirs, elle aime les problèmes réputés difficiles !) : j'ai des chèvres, des chevaux, des vaches, des chiens et des chats. J'ai compté 176 pattes, 140 sabots, 34 cornes ; 5 chèvres seulement ont des cornes et j'en ai 21 en tout. Le nombre des chiens est $1/11^e$ du total des animaux. J'ai 44 animaux en tout. Combien ai-je de bestioles de chaque espèce?

Voilà ce que cela pourrait devenir :

	chèvres		chevaux	vaches	chiens	chats	Total
Nombres d'animaux	5	16		:4	4		
Pattes	20	64			16		176
Sabots	20	64					140
Cornes	10						34

Remarques :

1. On hachure les cases où il ne peut rien y avoir : les chats n'ont pas de cornes !

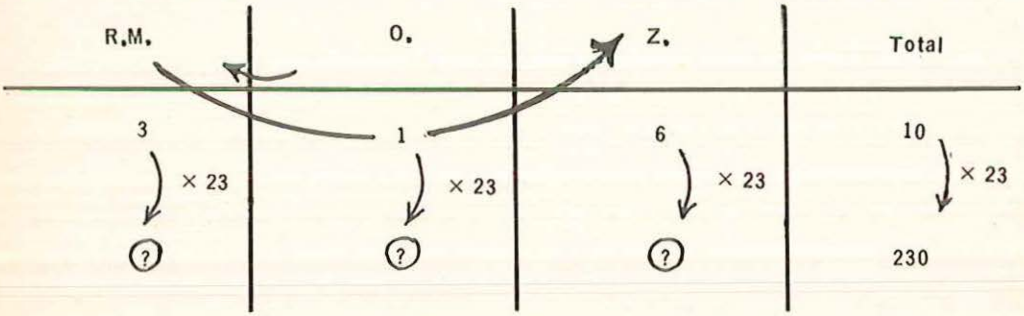
2. Les nombres entourés sont mis en place d'après l'énoncé.

3. Les seules colonnes où l'on peut commencer sont celles des chiens et des chèvres. Alors on les complète avec les nombres non entourés.

4. Ensuite les flèches indiquent la suite du travail. (Faites-le.)

5. Puis dans la ligne des sabots on peut alors trouver ceux des chevaux. Et remonter la colonne, etc. (Je ne continue pas pour garder un croquis assez clair.)

II- Problème d'un livre : un massif contient 230 jeunes plants qui viennent d'être repiqués. Le jardinier a mis trois fois plus de reines-marguerites que d'œillets et deux fois plus de zinnias que de reines-marguerites. Quel est le nombre de plantes de chaque espèce ?



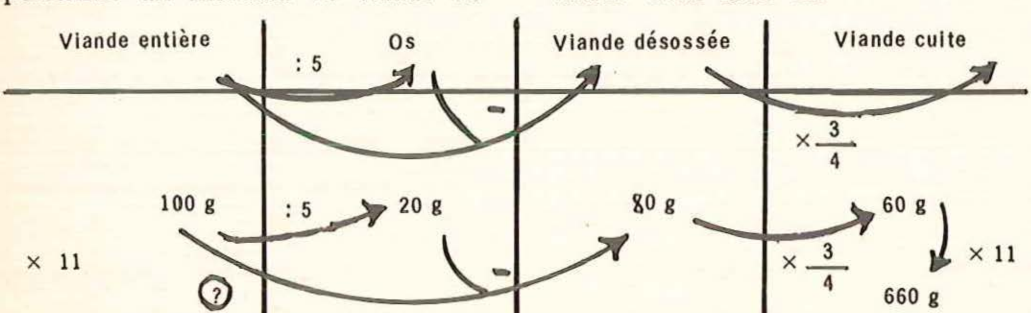
Si j'ai un œillet... Et le tour est joué !

●

III- Problème donné à la plage n° 13 de la bande n° 97 du cours de calcul : « La viande contient ordinairement $1/5^e$ de son poids d'os et la viande désossée perd 25% de son poids à la cuisson. Une ménagère désire acheter pour 4 personnes un morceau de viande tel que chacune d'elles puisse avoir 165 g de viande cuite. Quel poids de viande crue avec os doit-elle acheter ?

Voilà ce que je propose :

Il me faut : 165 g × 4 = 660 g de viande cuite sans os.



Remarques :

— Cela suppose que perdre 25%, cela représente pour 100 g, perdre 25 g et en garder 75 g. 75 g représentent les 3/4 de 100.

— Et cela fait faire beaucoup de calcul mental. Mais nous n'en ferons jamais assez : de 60 à 660, il faut multiplier par 11.

En résumé, nous plaçons dans les colonnes les ensembles sur lesquels nous devons travailler, et dans les lignes les relations entre les divers éléments de ces ensembles.

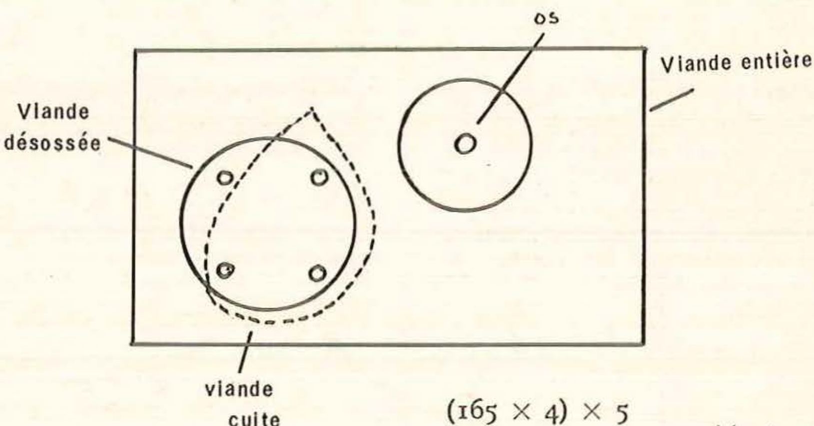
J'ai bien sûr supposé beaucoup de connaissances acquises au cours de mes exemples, mais nous y reviendrons.

Ce qui reste sûr, c'est que même sur des problèmes livresques, nous travaillons avec des procédés qui ne seront plus jamais mis en cause par la suite de l'enseignement mathématique.

(A suivre)

M. Pellissier
38 - *Vénérieu par St-Hilaire-de-Brens*

PS. Comme je bavardais de tout cela avec Peticolas, il m'a proposé pour le troisième problème une solution encore plus simple que je vous laisse méditer :



$$\frac{(165 \times 4) \times 5}{3} = \text{poids à acheter en viande entière crue}$$