

A la recherche d'une méthode naturelle de mathématique

par

M. BEAUGRAND

« La mathématique moderne, c'est très bien, m'écrivent certains camarades, et il faut que tout le monde y vienne. Mais de grâce commençons par le commencement : que les maîtres l'apprennent d'abord dans les livres ou par des cours. Ensuite ils pourront l'enseigner. »

Mais c'est que, justement — les mathématiciens sont totalement d'accord avec nous — il ne s'agit pas d'enseigner, il s'agit de découvrir. Découvrir les structures du monde dont nous faisons partie.

Et aussi, je pense, inventer les outils, les machines simples qui mettent en évidence ces structures.

Invention et découverte à même la vie de tous les jours, dans des situations familières, par une sincère et profonde collaboration entre le maître et ses élèves.

Il ne s'agit donc pas d'apprendre des notions, il s'agit d'abord de comprendre l'esprit des mathématiques modernes, la manière de provoquer, de guider, de faire rebondir la recherche. Pour cela la lecture de la préface des ouvrages consacrés à la formation mathématique nous apporte beaucoup plus que tout le reste des livres.

Mais ce n'est pas suffisant : il faut compléter cette mise sur la voie par une imprégnation plus sensible et plus profonde, à la fois pédagogique et technique.

Cette imprégnation que nous attendons tous, notre mouvement la réalisera grâce aux bandes programmées. Car une bonne bande programmée introduit, même dans la classe la plus défavorisée, les événements mathématiques qui déclenchent les recherches, les expériences, les inventions ; elle donne les informations et, éventuellement, les recettes indispensables pour que ces travaux soient menés à terme,

qu'ils donnent naissance à une cascade de recherches, qu'ils soient échangés, confrontés.

Oui il nous faut préparer les dizaines de bandes qui permettront la réalisation de notre *Atelier mathématique*. Chacun de vous peut et doit réaliser une de ces bandes. C'est facile.

Mettons les choses au pire : vous n'avez aucune idée et vos enfants non plus...

Rappelez-vous ce que vous avez fait pour démarrer le texte libre dans votre classe : vous avez lu à vos élèves quelques belles pages de journaux scolaires ou de la *Gerbe*.

Vous opérerez de même pour démarrer la mathématique. C'est ce qu'ont déjà fait un certain nombre de camarades qui ont lu à leurs élèves le travail intitulé « Les pommes de terre » que nous avons publié dans *L'Éducateur* n° 7 du 1^{er} janvier 1967.

Cet essai, bien que maladroit, m'a valu un abondant courrier car il a provoqué le démarrage de travaux du même genre.

Quelques autres bandes — qui n'ont pourtant pas la qualité de celles dont nous rêvons — ont déclenché, dans les classes où elles ont été présentées, un véritable enthousiasme. Les élèves ont poussé les recherches, fouillé ailleurs. Plusieurs écoles m'ont écrit pour me demander de nouvelles pistes.

Nous sommes donc sur la bonne voie. Rien de plus naturel en effet que de raconter simplement aux autres ce qu'on a fait ensemble, maître et élèves, en étroite collaboration.

En adoptant la forme programmée, nous permettons aux lecteurs non seulement de mieux suivre la démarche de l'esprit mais aussi et surtout de participer aux recherches, d'y ajouter

leurs propres trouvailles et de nous en faire part.

Il se produit alors le même phénomène que dans les expositions boules de neige de dessins.

En relatant la toute dernière recherche effectuée dans ma classe, et inachevée au moment où j'écris ces lignes, je voudrais essayer de faire comprendre que l'essentiel n'est pas l'information mathématique du maître, mais sa disponibilité à la curiosité, aux possibilités d'invention des enfants.

Elle n'est pas encore programmée, mais il nous sera facile de le faire.

Je crois que c'est ainsi qu'il faut commencer pour mettre sur pieds notre *Méthode naturelle de mathématique*. C'est sur cette base solide que le maître assiera sa culture mathématique.

Exemple de recherche en classe unique :

DE LA POÉSIE AUX MATHÉMATIQUES

Alain, 8 ans, présente un poème de trois strophes, dont voici la première strophe :

- 1 *La petite feuille de l'hiver*
- 2 *saupoudrée de sel fin*
- 3 *sur l'arbre gelé*
- 4 *doucement se balance*

NAISSANCE D'UN INTERET MATHÉMATIQUE

Or nous nous sommes aperçus que cette strophe pouvait être présentée de plusieurs façons :

sens	↓	1	1	1	
de	↓	2	3	2	
lecture	↓	3	4	4	
		4	2	3	etc...

Pour pouvoir juger de l'effet produit par les différents arrangements, nous en avons écrit quelques-uns ; nous avons composé les quatre vers et, en changeant la place des composteurs, nous avons obtenu un certain nombre de dispositions.

Ce faisant, la curiosité des enfants a été piquée : ils ont voulu savoir combien d'arrangements il est possible de réaliser avec quatre éléments.

RECOURS AU SYMBOLISME

Dans le but de gagner du temps, nous avons décidé de représenter chaque élément par un symbole.

Exemples

1	2	3	4	
A	B	C	D	
F	F	≡	≡	
□	△	○	*	
⌋	⌈	⌋	⌈	etc...

En quelques minutes — les élèves cherchant d'abord individuellement — nous avons trouvé une centaine de manières de symboliser.

RECHERCHE DE PROCÉDE DE RECHERCHES

Très vite, nous avons pensé que, pour réaliser les différents arrangements, on peut opérer :

- * par croquis,
- * par déplacements de 4 objets de nature ou de forme ou de couleur différentes,
- * par déplacements d'élèves placés en ligne ou autour d'une table,

RECHERCHE D'UNE METHODE DE TRAVAIL

Nous avons décidé en commun que la recherche s'effectuerait ainsi :

- * individuellement ou par groupes de 2 ou 3,
- * compte rendu au niveau de la classe avec participation du maître,
- * nouvelle phase de recherche individuelle, et ainsi de suite...

Après expériences, les avis des élèves sont partagés :

— les plus intelligents préfèrent la recherche individuelle ou par petits groupes,

— les autres la recherche collective parce que l'approfondissement est plus rapide et de meilleure qualité.

Tous sont d'accord sur la nécessité d'alterner les deux formes, et ils pensent qu'il faut se limiter à un ou deux thèmes.

DU TATONNEMENT ANARCHIQUE AU TATONNEMENT INTELLIGENT

Les petits du CE1 étudient les arrangements en disposant dans le porte-étiquettes de la classe des petits morceaux de papier de quatre couleurs différentes.

Je n'interviens pas. Très vite ils en viennent à ne permuter que deux éléments à la fois, mais leur rigueur ne va pas au-delà, du moins pour l'instant ; ils opèrent à droite, puis à gauche, repartent à droite, reviennent au milieu.

Au moment du compte rendu, Alain explique sa méthode de permutation que Gilbert symbolise par des croix :

B	J	R	X	V	
B	J	X	V	R	
B	V	X	J	R	
B	V	X	R	J	
B	R	X	V	X	J
B	X	R	J	V	
R	X	B	J	V	
R	B	V	X	J	

etc...
au total 24
arrangements

Cette schématisation met en évidence la méthode employée et suscite d'autres procédés. La recherche individuelle reprend.

DECOUVERTE DES STRUCTURES

Au compte rendu suivant, des remarques fusent qui s'enchaînent (suivre sur le croquis) :

— *La même couleur descend comme un escalier !*

— *... un palier... une nouvelle descente... un nouveau palier... encore une descente...*

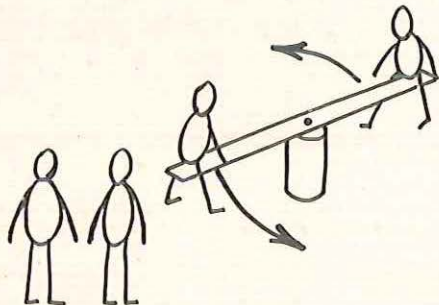
— *Ça s'arrête en face de la même couleur !*

A chaque procédé de permutation correspond une structure. Nous nous promettons de chercher si certaines n'appartiennent pas à la même famille.

LES MACHINES AU SECOURS
DE L'INTELLIGENCE

Quand il s'est agi d'opérer avec des élèves placés en ligne, des difficultés sont nées et seul un élève est parvenu à diriger ses camarades, à les faire permuter sans erreur de manière à obtenir 24 arrangements.

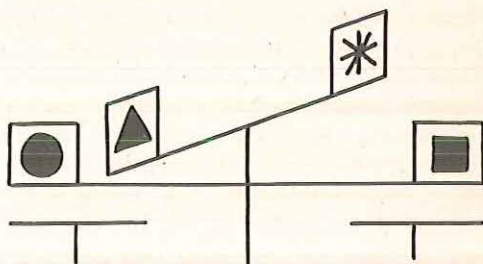
Que faire pour mieux comprendre ?
Si nous fabriquons un tourniquet ?



Nous ne nous lançons pas dans cette fabrication — nous n'avons pas le matériel nécessaire — mais nous inventons des petites machines pour permuter 4 petits morceaux de carton portant chacun un symbole.

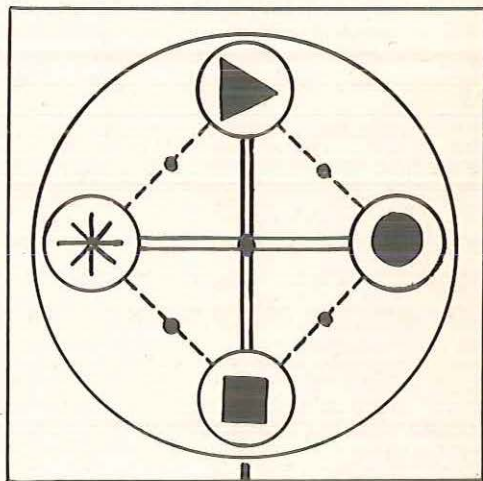
Voici entre autres :

— *La machine à arrangements linéaires :*



Pour chaque permutation, on place les cartons sur le tourniquet qui convient et on lui fait faire un demi-tour (voyez sur le croquis les 4 tourniquets, ils sont montés sur une planche).

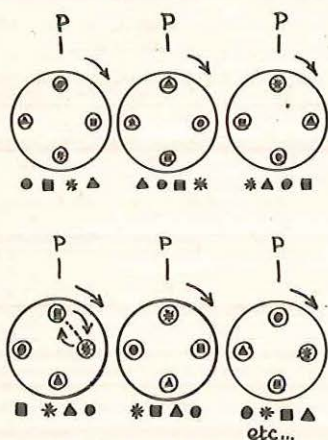
— *Les machines circulaires :*



C'est un grand cercle de contreplaqué qui tourne autour de son centre. Les permutations se font grâce à de petites lattes articulées en leur milieu (... et \Rightarrow).

Nous avons tout d'abord pensé que 6 lattes étaient nécessaires : 4 pour la permutation des éléments consécutifs, 2 (en doubles traits) pour la permutation des éléments opposés.

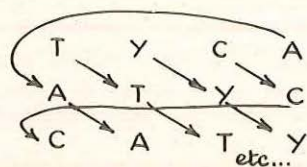
On obtient les 24 arrangements en combinant la rotation du cercle avec la rotation des barres. Evidemment la lecture se fait à partir d'un point P fixé par convention. Exemple :



A la réflexion puis à l'expérience, il s'est avéré que deux barres (au lieu de 6) suffisent pour obtenir les 24 arrangements.

AVANTAGES ET INCONVENIENTS DES MACHINES, DU MATERIEL EN GENERAL

- * Avec les machines chaque enfant est un *opérateur* actif : la notion d'opérateur est donc mise en relief.
- * La notion d'*opération* est nettement concrétisée.
- * Les enfants ne se contentent pas d'opérer, ils notent les résultats de leurs expériences :



Mieux ils dressent les plans des machines, prévoient les opérations et leurs résultats. Certains pensent d'abord, vérifient ensuite avec la machine. Pour d'autres, c'est le contraire : ils expérimentent d'abord.

Il y a donc — grâce aux machines — *dialogue constant entre la pensée et l'action*, association entre la main et le cerveau.

Nous avons vu quelques avantages des machines, du matériel en général ; il nous faut aussi parler des inconvénients. Plus un matériel est structuré, plus il impose une direction à la pensée, donc plus il la limite.

Les risques sont réduits si le matériel est fabriqué par les élèves eux-mêmes, au moment où ils en ont besoin et dans un but précis, si le matériel est présenté avec des variantes qui permettent de prendre conscience de sa structuration.

La modification des machines, la recherche des possibilités qu'elles offrent seront d'autant plus faciles que nous pratiquerons les échanges entre classes.

LA MATHÉMATIQUE OBJET D'ÉCHANGES ENTRE ÉCOLES

Ces recherches que nous avons faites, il nous sera facile de les programmer pour nos correspondants.

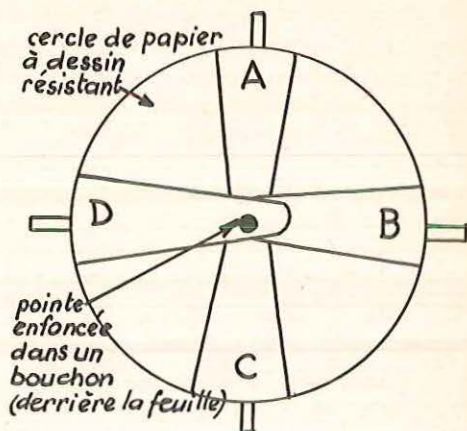
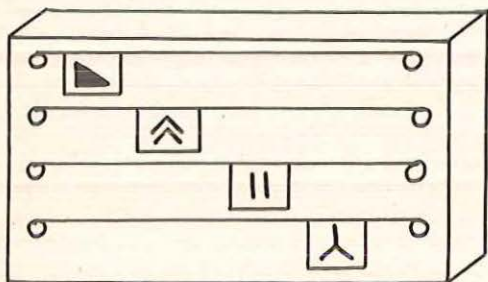
L'essentiel — je l'ai déjà dit au début de cet article — c'est de donner la soif de la recherche à nos amis, de les associer à notre travail.

Tout au long de la bande, plage par plage, nous leur dirons sur quoi nous butons et nous les inviterons à chercher eux aussi. Un peu plus loin ils verront nos solutions et ils les compareront aux leurs. Eux aussi construiront des machines, certaines semblables aux nôtres, d'autres différentes.

Ainsi nous prendrons l'habitude de voir les problèmes de points de vue différents. Notre intelligence y gagnera en largeur et en souplesse.

ALIMENTER LA PASSION

Les enfants, êtres neufs, sont des passionnés. Plusieurs ici, notamment Gilbert et Alain, sont des inventeurs et des chercheurs enthousiastes. Mercredi soir ils m'ont demandé du carton pour inventer des machines à arrangements. Vendredi matin ils apportaient leurs trouvailles : c'est fabriqué avec du fil de fer rouillé et du bois mouillé, mais c'est logique et je dis que c'est beau. Ce n'est pas facile de faire simple.



On immobilise les palettes avec des épingles à linge. Quand on permute 2 palettes, les bras se croisent, ce qui met en évidence la notion d'opérateur. Et nous continuons...

Car c'est à l'écoute des enfants, en collaboration avec eux, entre nous, fidèles aux idées de Freinet, que nous mettrons au point une pédagogie de la mathématique.

M. BEAUGRAND

Le côté positif de l'École Moderne

par G. Le Coq

Dans le plateau du positif pèseraient déjà nos expositions artistiques, nos éditions et le matériel.

Il est d'autres succès moins pondérables dont bénéficient enfants et adultes :

- l'aisance et la franchise d'être libérés en partie, du moins en classe...*
- calme du groupe au travail en ces moments privilégiés que seules nos écoles connaissent.*

- connaissance plus complète et plus sûre de la nature de l'enfant et de ses possibilités non exploitées, vu le manque de crédits, l'incompétence des maîtres, l'étouffement de la société, en commençant par celui de la famille.*

- le souvenir ineffaçable de cette ambiance exceptionnelle que nous voudrions voir se prolonger dans la vie professionnelle, dans la vie adulte.*