L'enseignement des mathématiques

par

R. Poitrenaud

Avant d'aborder dans le détail l'enseignement des mathématiques, il nous semble indispensable de rappeler les dangers de la spécialisation. Il ne faut pas perdre de vue que toute discipline, quelle que soit son importance, doit être un élément de culture.

Or, il serait dangereux de ne voir dans les mathématiques que le côté utilitaire, c'est-à-dire un outil permettant de « résoudre les problèmes ».

L'enseignement des mathématiques doit être, dans son contenu et dans sa forme, un élément déterminant pour atteindre nos objectifs : libérer les adolescents de la tutelle de l'adulte pour en faire des hommes non dépendants.

C'est pourquoi nous sommes convaincus qu'un enseignement moderne des mathématiques ne saurait s'accommoder des vieilles méthodes.

A la base de notre pédagogie se trouvent les rapports maître-élèves, rapports que des années de mauvaises habitudes ont figés en une sorte d'image d'Epinal : l'adulte, riche de science et d'expérience, dispensant son savoir aux adolescents admiratifs et reconnaissants.

Or, ce temps est révolu, et nos adolescents de 1965 ne se sentent concernés que dans la mesure où ils participent.

C'est cette participation qui doit devenir l'élément moteur de notre enseignement

— Participation à la préparation du cours et à son déroulement ;

— Prise en charge du travail personnel par les exercices autocorrectifs ;

— Participation au contrôle des acquisitions par l'autoévaluation.

LE COURS

Nous sommes dans ce domaine comme dans tous les autres, contre le cours ex-cathedra où l'élève subit la leçon et contre l'accumulation de connaissances qui ne sont très souvent ici que des recettes.

Il est donc nécessaire de bien séparer ce qui est « mécanismes » de ce qui est « mathématique vivante ».

Que demandons-nous à cet enseignement ? Nous lui demandons de préparer l'adolescent à la vie en formant le jugement, le raisonnement, l'esprit critique, l'esprit déductif, l'esprit d'analyse et l'esprit de synthèse. En quelque sorte, un enseignement qui lui apprenne à penser les problèmes, c'est-à-dire à savoir les envisager dans leur ensemble complexe, en détacher les éléments majeurs et établir des relations entre ces éléments.

L'important est de faire naître une méthode personnelle de recherche plutôt que de donner des méthodes de résolution.

Et quand nous disons « problèmes » il ne s'agit pas du sens scolaire du terme, mais de tous les problèmes de la vie dont la résolution procède de la même démarche.

Une expérience menée à l'Ecole des Mines de Nancy, où les élèves sont « triés » par un concours extrêmement difficile, a montré que plus de 10 % de l'exposé des professeurs n'était pas compris par l'auditoire. A combien évaluer cette proportion dans les classes moyennes de lycées et de collèges !

« Les concepts donnés par le professeur ne sont pas conceptualisés dans l'esprit des élèves. Il faut faire formuler par les élèves, avec leurs mots, en prenant le temps qu'il faudra *jusqu'à ce que ce soit conceptualisé ».*

(B. Schwartz)

En conclusion, il faut réduire au maximum le temps de parole du professeur et pratiquer le cours a posteriori, la leçon-synthèse.

LA PREPARATION DU COURS

Dans les meilleurs cas le professeur s'efforce de faire participer le maximum d'élèves à l'élaboration collective de la leçon de mathématiques. Mais cette participation est souvent illusoire, car, toujours pressé par le temps, il faut toujours abandonner en cours de route ceux à qui un obstacle ou le rythme trop rapide ont fait perdre contact.

C'est pourquoi nous pensons qu'une préparation individuelle du cours à l'aide de documents semi-programmés est indispensable pour permettre à chacun d'aller à son rythme propre et d'aborder la leçon-synthèse dans les meilleures conditions possibles. Et l'élève qui comprend lentement, condamné à être toujours à la remorque des plus rapides, peut enfin connaître les joies de la découverte et participer à l'élaboration des théorèmes. (Voir en annexe des documents semi-programmés pour préparation du cours).

LA LEÇON SYNTHESE

C'est la mise en commun des découvertes personnelles. C'est le moment privilégié où chacun peut s'exprimer, défendre son point de vue, convaincre les autres ou se convaincre soi-même et pour le professeur de mathématiques, l'unique moment où il peut sentir vivre sa classe et mieux pénétrer chacun de ses élèves.

C'est en commun que définitions et théorèmes doivent être construits. Toutes les pistes, surtout les mauvaises doivent être explorées ensemble, jusqu'au bout. Quand les mauvaises seront éliminées, il restera la bonne, peut-être les bonnes dont on pourra discuter des valeurs respectives.

Parmi les découvertes faites en commun, il s'agira alors de distinguer celles qui sont importantes par les possibilités qu'elles apportent pour les recherches futures et d'en faire des théorèmes, dont l'énoncé élaboré par l'ensemble de la classe sera noté au cahier classeur.

C'est ici, l'occasion de montrer comment le travail en équipe, la confrontation des points de vue et des solutions présentés par chacun rend plus facile et plus sûre la réussite finale.

LES EXERCICES

Là encore nous ne croyons plus à l'efficacité de la méthode traditionnelle : un élève au tableau sentant peser sur lui l'œil du maître qui juge et les regards des camarades dont la préoccupation majeure est très souvent *« A qui le tour ? »*

Nous pensons que les exercices en commun sont utiles et souhaitables, mais à la condition que le groupe soit restreint et que le maître n'y joue qu'un rôle d'animateur.

La leçon-synthèse terminée, la classe se sépare en groupes de travail.

— Un petit groupe animé par le professeur pour la pratique d'exercices en commun.

Cette équipe de travail doit permettre à chacun de s'exprimer au maximum. Pour le maître, c'est un excellent moyen de contrôle lui permettant de déceler les insuffisances dans la conceptualisation. Enfin, c'est pour l'élève une motivation de son travail personnel : être suffisamment entraîné pour pouvoir participer au travail commun.

— Le reste de la classe travaille individuellement à l'aide des cahiers autocorrectifs et des bandes programmées.

L'AUTOCORRECTION

L'autocorrection est un élément majeur dans la modernisation de notre enseignement parce qu'elle contribue à transformer le climat de la classe en modifiant les rapports maître-élèves.

La pratique de l'autocorrection suppose la confiance en l'élève et cette confiance engendre la responsabilité.

Il s'agit d'abord de présenter aux élèves cette nouvelle organisation et le premier contact est très important. Il faut leur faire comprendre qu'on peut travailler d'une façon différente de celle à laquelle ils sont habitués. Ainsi on peut leur proposer de prendre la responsabilité totale de leur travail et de leurs progrès à l'aide du travail autocorrectif ; on peut aussi leur expliquer que le copiage est l'aboutissement normal d'un système basé sur la défiance et la sanction ; on peut enfin prévoir quel sera le rôle du maître : celui d'un animateur toujours disponible.

Pendant les séances de travail individuel, il faut accepter et aussi encourager l'aide que peut apporter le plus fort au plus faible, les recherches en commun qui sont la base du travail en équipe afin de maintenir cette atmosphère de collaboration constante et d'aide mutuelle pour qu'aucun élève ne se sente abandonné à lui-même et ne se laisse aller au découragement. (Voir en annexe VII : *Le cahier autocorrectif, classe de* 5ᵉ).

LES BANDES PROGRAMMEES

Nous pouvons les utiliser sous trois formes :

— bandes de découverte permettant à l'élève de découvrir en travaillant seul, règles ou théorèmes (préparation du cours),

— bandes d'assimilation du cours venant après la leçon-synthèse,

— bandes programmées pour la résolution des problèmes.

La bande présentée en annexe est une bande d'assimilation et l'équipe qui l'a mise au point nous donne les précisiosn suivantes :

« Précisons que ces bandes sont conçues comme :

● *Un moyen d'assimilation du cours*, aussi la structure suivante a-t-elle été conservée :

— une première partie importante d'*exercices courts* faisant appel *directement* aux notions ou théorèmes rencontrés dans le cours précédent ;

— une deuxième partie constituée d'une *recherche programmée* (expression que nous avons substituée au terme « problème ») combinant diverses notions.

● *Un moyen d'acquisition d'une méthode de travail* (une méthodologie en quelque sorte).

L'entraînement à l'*analyse* d'un problème (ou d'une situation) constitue l'essentiel de cette acquisition. Cette analyse, partant du but à atteindre, nous semble une *démarche assez naturelle* de l'esprit.

Lorsque, dans la vie, nous voulons obtenir, construire, ne partons-nous pas de ce *but* visé *pour prévoir* toutes les étapes qui nous y conduiront et *les réaliser* ensuite après les avoir ordonnées logiquement ?

Résoudre un problème n'est-il pas trouver, découvrir puis ordonner les étapes qui conduiront à la réponse, à la conclusion?

Cet entraînement à l'analyse compenserait peut-être chez certains enfants l'*absence d'intuition* (si nous pensons que l'intuition est — en partie du moins — un globalisme de l'analyse) et chez tous cultiverait celle-ci...

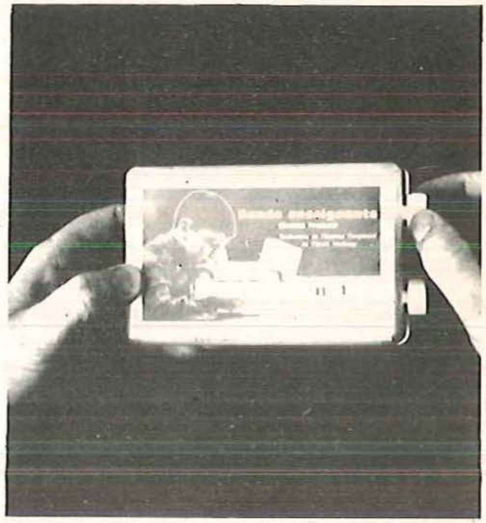
Cependant :

— par souci de donner une certaine *souplesse* à nos bandes ;

— pour que cette méthode d'analyse et que *toute méthode* ne soit pas *imposée* à un esprit ;

— pour *respecter* les esprits intuitifs, brillants, nous avons veillé à faire une « programmation facultative »...

Ainsi, l'enfant aura la possibilité de se dispenser de certaines « plages » s'il veut « démarrer » seul et de pouvoir s'y reporter à chaque instant s'il éprouve des difficultés. Il n'est plus enfermé dans le cadre étroit d'une « programmation » rigoureuse qui le conduit où l'on veut et le



conditionne, mais il peut, au contraire, prendre des initiatives, conduire lui-même son travail à sa façon, et le confronter ensuite avec les réponses données. Ce principe là peut aussi inciter à se surpasser un jour celui qui, ayant des difficultés aura le désir de se dispenser d'une « demande » facultative, de se libérer.

Enfin, ces bandes sont aussi conçues, dans leur structure, secondairement comme un *moyen d'information*, parfois hors du cours, en ménageant, lorsque l'occasion se présente, une « ouverture » sur une autre voie (ce sera une information qui peut préparer l'introduction d'une autre notion... ou encore une remarque qui introduira une autre solution possible dès que le bagage de chacun sera suffisant, etc...)

Ainsi nous espérons faire de ces bandes un outil qui apportera non seulement une réponse, mais aussi qui pourra poser d'autres questions, d'autres « problèmes »...

QUELQUES DETAILS MAINTENANT

Dans la « recherche programmée », le problème est donné au départ dans toute sa complexité dans l'intention de permettre à tout enfant de « partir » seul, sans programmation établie, s'il le désire.

Les réponses à un problème ne sont pas rédigées (sauf pour les toutes premières bandes) par manque de place d'une part, mais aussi parce que « le schéma mathématique » avec l'utilisation du langage symbolique nous paraît plus clair, plus favorable à l'*analyse* dont il a été question. De plus, expliqué oralement ou lu par l'enfant (rédaction orale), ce schéma remplace avantageusement toute rédaction plus ou moins confuse.

Signalons enfin que l'emploi de ces bandes n'interdit nullement d'autres exercices écrits et rédigés si on le désire.

Ajoutons, à propos de ce schéma, qu'on ne s'enferme pas dans un système rigide : ainsi, nous avons certaines fois utilisé d'autres formes presque normalisées (*cf. Les Cahiers*, de Lucienne Félix).

— un mot, par exemple, aidant parfois à la construction d'un schéma en favorisant sa clarté ;

— un symbole d'implication ($\Rightarrow$) peut parfois être disposé verticalement (liberté).

Comme nous l'a souvent demandé Freinet, nous avons voulu un style, un vocabulaire plus *affectif*, ce qui explique que nous ayons abandonné les termes tels que *problème, exercice* ;

— que nous ayons introduit des *conseils*, des *suggestions* (pédagogie de l'aide) ;

— que nous ayons évité le plus possible les affirmations, les *travaux imposés*, les *questions* habituelles...

Cet ensemble de bandes pour le programme de 5ᵉ est une *base*, mais il est toujours possible d'ajouter ce que nous appellerons ensuite les *bandes-bis* qui peuvent doubler celles existantes.

———

(Voir en annexe la bande Géométrie Classe de 5ᵉ nº 2).

LE CONTROLE DES ACQUISITIONS : L'AUTO-EVALUATION

Il serait souhaitable pour que l'assimilation des cours soit complète, que les élèves traitent les exercices des cahiers autocorrectifs ou des bandes programmées dont les numéros sont au plan de travail avant la prochaine séance prévue.

Mais ce travail ne doit pas être imposé et il faut en éviter le contrôle systématique.

Ceux qui ont pris du retard s'arrangent en général pour le rattraper avant la séance d'exercices en commun ou surtout avant le test, véritable point de ralliement qu'il faut franchir ensemble avant de poursuivre la route.

LES TESTS

Ils sont indispensables pour le contrôle du travail et la préparation aux conditions de l'examen. Il faut leur donner l'importance qu'on donne aux brevets en classe primaire et même leur réserver une certaine solennité.

Le test est prévu au plan de travail.

Le cahier autocorrectif en contient un ou deux exemples. On peut en prévoir la préparation de deux manières :

— les élèves en ont les réponses et le traite comme un exercice ordinaire ;

— ou bien les réponses sont gardées par le maître et il est convenu que le test doit faire l'objet d'un exercice mis au net sur le cahier classeur. Au début de la séance prévue, cet exercice est corrigé rapidement, en ne donnant que les résultats dans la plupart des cas, et noté par les élèves eux-mêmes.

Dans une ambiance rénovée la note perd sa valeur de sanction et devient moyen de mesure. Il est facile d'ailleurs de faire comprendre ce qu'elle a de relatif en déterminant en commun les barêmes de notations.

Il faut enfin montrer qu'elle n'a qu'une valeur personnelle afin de supprimer le déplorable esprit de compétition engendré par le système des compositions.

Un test du même genre, préparé par le maître, fait ensuite l'objet d'un devoir en temps limité (30 minutes au maximum). Il est corrigé immédiatement suivant le même principe. La comparaison entre les deux notes obtenues est très intéressante. Elle permet de déceler l'élève impressionnable, celui qui travaille lentement, celui qui n'a pas assez préparé son test et aussi, surtout dans les premiers temps, celui qui n'a pas encore réussi à se débarrasser des mauvaises habitudes de copiage.

Quelques mots en particulier auront vite fait de redonner courage au négligent ou de faire comprendre que copier ne sert à rien.

Les résultats sont alors consignés sur le graphique personnel, tenu par l'élève et qui sera très utile dans les conseils de maîtres, beaucoup plus que le résultat sec d'une composition. Suivant les conditions locales on pourra utiliser ces tests pour déterminer la note trimestrielle.

Un point très important est la possibilité de rachat. Si un élève n'a pas réussi son test et quelle qu'en soit la raison, il doit avoir la possibilité de le recommencer quelques jours plus tard selon des modalités décidées en commun. Le maître aura prévu à cet effet un test-bis. La nouvelle note obtenue figurera au graphique en surcharge, avec par exemple une couleur différente.

Ainsi conçu, le test constitue une puissante motivation car la réussite est une satisfaction et un encouragement tandis que l'échec n'est pas irrémédiable.

GÉOMÉTRIE

En géométrie, les tests doivent être également prévus au plan de travail, mais il est beaucoup plus délicat de les élaborer. Ils doivent être adaptés à la classe et ne peuvent resservir sans modification l'année d'après.

On peut les concevoir en trois parties :

— un contrôle des acquisitions (les théorèmes établis en commun sont-ils restés en mémoire ?) ;

— un contrôle de l'assimilation (sait-on utiliser ces théorèmes dans des exercices déjà résolus en commun ?) ;

— un contrôle des possibilités (sait-on utiliser ces théorèmes pour une découverte personnelle, c'est-à-dire pour résoudre une difficulté qui n'a pas été étudiée en commun ? Ne pas oublier de prévoir les étapes dans cette recherche si les élèves n'ont pas encore acquis la maturité souhaitable).

Dans ce cas, il est beaucoup plus difficile de prévoir un test de rachat, l'échec étant rarement imputable au manque de travail de l'élève mais plutôt à sa forme d'esprit, à son inadaptation au travail d'équipe et souvent aux mauvaises habitudes prises antérieurement. Il faudrait pouvoir préparer pour ces élèves des bandes programmées spécialement adaptées à leur cas.

La correction et la notation sont beaucoup plus délicates qu'en algèbre. Il est pourtant indispensable d'entraîner les élèves à se corriger et se noter eux-mêmes. Le maître reverra alors les corrections et en discutera en particulier avec ceux qui ont commis des erreurs. Les élèves ont tendance à recourir au maître plus souvent que cela est nécessaire et il faut les inciter à prendre leurs responsabilités. Comme en algèbre les résultats seront consignés sur un graphique.

R. POITRENAUD

Les mathématiques modernes

par

C. Freinet

Le professeur Dienes écrit (1)

« La plupart des jeunes, tout au long de leurs études mathématiques, n'y voient qu'un laborieux processus de conditionnement, dont la seule raison d'être est la préparation aux examens qui ouvrent les diverses carrières. C'est pourquoi, en de nombreux points du globe, on commence à repenser par la base, le rôle de l'enseignement mathématique, en même temps qu'on entreprend dans certains centres une véritable recherche expérimentale à l'intérieur de la classe; on espère, par cette méthode, démontrer que certaines réformes sont à la fois réalisables et souhaitables. C'est ainsi qu'à l'acquisition traditionnelle des règles acquises par cœur, on a cherché à substituer l'exploration des structures mathématiques fondamentales ».

« En tous cas, l'apprentissage artificiel de la mathématique tel qu'il est pratiqué actuellement dans notre enseignement comporte un taux d'échecs très important : il y a un manque de compréhension des structures mathématiques. Dans la grande majorité des cas, quand les étudiants écrivent ou prononcent des signes mathématiques, ils ne veulent exprimer rien d'autre que les signes eux-mêmes, et non pas les structures dont ces signes devraient servir de symboles. C'est comme si on apprenait la prononciation et l'orthographe d'une langue et si on était capable de lire à haute voix n'importe quel texte écrit dans cette langue, mais sans en comprendre la signification ».

Le Professeur Dienes poursuit sa critique de l'enseignement traditionnel et propose l'expérimentation comme base de la connaissance mathématique :

« L'ancien point de vue consiste à regarder l'enseignement mathématique comme l'apprentissage de processus mécanisés. Le nouveau point de vue consiste à considérer

---

(1) La Mathématique dans l'enseignement primaire *et* Comprendre la Mathématique. *Edition OCDL, Paris.*

ces processus comme formant un entrelacement de structures de plus en plus complexes; il s'agit de mettre les enfants à même de découvrir quelles sont ces structures, comment elles sont constituées et comment elles sont reliées les unes aux autres, et cela en les plaçant dans des situations qui illustrent concrètement ces structures (²). Pour arriver à ce mode d'enseignement, le maître doit complètement changer d'attitude. La « réponse » correcte passe au second plan ; l'aptitude essentielle consiste à savoir trouver son chemin à travers des situations de plus en plus complexes ; il faut mettre l'accent sur l'activité dynamique de recherche plutôt que sur l'aspect statique de la « réponse ». La vision de la structure des événements est plus importante que le symbolisme formel qui les exprime. L'activité de recherche des enfants, isolés ou par petits groupes, prend le pas désormais sur la leçon magistrale donnée par le maître en face de sa classe ; la discussion collective aboutit à des conclusions dûment enregistrées, à condition que le maître sache respecter le dynamisme constructif de la pensée de l'enfant.

Un grand nombre d'instituteurs d'écoles primaires, dans différentes parties du monde, ont découvert par l'expérience que, pendant les premières années d'études, les enfants pouvaient acquérir beaucoup de connaissances mathématiques valables à condition que ces connaissances reposent sur des expériences appropriées ».

Et notre conclusion commune pourrait bien être :

« C'est par sa propre pratique et par sa propre exploration que l'enfant comprend une situation nouvelle et non par des références à l'expérience d'autrui. Les explications n'aident donc pas la compréhension, elles la gênent plutôt en ce qu'elles obligent l'enfant à intégrer deux fois : par rapport à sa propre expérience et par rapport à l'expérience d'autrui. Il faut donc que l'enfant manipule lui-même des situations concrètes : rien ne se substitue à la pratique personnelle pour ce qui est de la compréhension ». (Voir fiche annexe n° II).

Les mathématiques modernes amènent au premier plan de notre pédagogie le problème de l'abstraction et des symboles.

Comment parvenir à l'abstraction, selon quelles techniques ? Comment acquérir la connaissance des symboles : faire étudier le symbole d'abord, ou bien les situations qu'il exprime — ce qui pose la question toujours délicate de l'apprentissage ?

C'est tout le problème des processus d'apprentissage qui est ainsi posé.

Le difficile n'est pas, en mathématique moderne, le maniement des notions et symboles auxquels les jeunes s'habituent aussi bien qu'aux anciens symboles. L'essentiel est ce qu'ils mettront sous ces symboles et leur aptitude nouvelle à prendre conscience des faits, des situations et des événements qu'ils auront à combiner logiquement, pour apprendre d'abord, pour créer ensuite. Il n'est même pas interdit, à notre avis, d'entraîner très vite les enfants à jongler avec ces symboles, en pleine abstraction, à condition cependant que, par le calcul vivant, ils aient pris conscience de la signification de ces symboles, tout comme l'enfant pourra jongler avec les mots et les phrases quand il aura pris conscience des réalités de leur signification vivante.

OBSTACLES A VAINCRE

Il en est des mathématiques modernes comme de toutes nos techniques : leur introduction dans nos classes serait naturelle et simple si nous avions affaire à des élèves, et surtout à des instituteurs neufs, non déformés par la scolastique.

Le risque est grand de voir les éducateurs qui pour diverses raisons, se lancent dans les nouvelles techniques, le faire dans l'esprit de l'ancienne école, ce qui en fausse évidemment le mécanisme.

C. FREINET

(Voir en annexe : *Petite initiation au langage mathématique moderne* et fiche annexe VI).

(2) *Voir fiche annexe n° V.*

Petite initiation au langage mathématique moderne

à l'école primaire et au cycle d'observation

par J. Petitcolas

Une nouvelle scolastique ?

Une démarche exaltante ?

Mathématiques traditionnelles ? Mathématiques modernes ? Peu importe à moi, instituteur, le qualificatif. Le problème pédagogique n'est pas résolu pour autant et la « théorie des ensembles » ne sera qu'une scolastique nouvelle si les enfants ne l'abordent pas avec dynamisme et élan.

Une nouvelle scolastique si, faire des mathématiques modernes consiste à présenter aux enfants des axiomes et un symbolisme préétablis, sûrs et définitifs, auxquels succèderont des exercices et des expériences artificiellement présentés et se réclamant d'un faux concret de jetons et de bûchettes !

Une démarche exaltante de la pensée mathématique, si maître et élèves font d'abord leurs expériences à même la vie, cherchant ensemble les solutions et empruntant aux diverses théories mathématiques les principes et les lois qui expriment le mieux les résultats de leurs expériences tâtonnées.

C'est dans le cadre des Travaux Scientifiques Expérimentaux, séances privilégiées entre toutes où notre goût de la recherche se donne libre cours, que nous avons découvert dès le début de l'année scolaire quelques occasions de présenter aux élèves les notions de base de cette théorie des ensembles dont on nous dit qu'elles sont les maths de l'avenir.

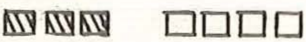
Dès la rentrée scolaire, les élèves entreprennent de correspondre avec une classe de leur niveau avec laquelle ils se proposent d'échanger leurs travaux (d'étude dans le milieu en particulier). Nous leur demandons de rechercher les moyens de *faire connaissance*, entre eux d'abord, puis avec les correspondants et dans ce but, d'effectuer une étude systématique du micro-groupe dans lequel ils vivent : classe, école, famille...

Voici, présentés en parallèles, les travaux exécutés et quelques axiomes de bases de la théorie des ensembles qui peuvent s'y rattacher tout naturellement. Ce sont les élèves qui ont cherché, discuté, adopté, ordonné les différentes étapes de ce plan de travail.

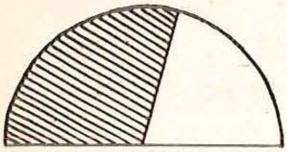
Pour le maître, le but essentiel de ces travaux est l'acquisition de *quelques moyens d'expressions mathématiques* (schémas, graphiques, graphes et symboles) en partant des *choses de la vie réelle, reconnues dans l'activité réelle de l'enfant* (1).

Thème : Faisons connaissance

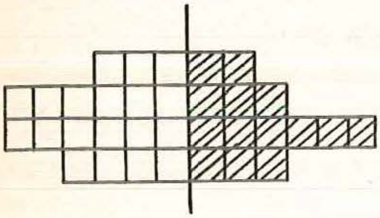
Etude du micro-groupe : la classe, la famille

MATHÉMATIQUES TRADITIONNELLES	NOTIONS DE BASE DE LA THÉORIE DES ENSEMBLES
* Etablir la liste alphabétique des élèves ; * Etablir la liste des garçons et celle des filles, celle des externes, des demi-pensionnaires, des modernes, des classiques... * Classer les élèves par année de naissance ; * Rechercher les noms d'origine étrangère ; * Recherche des moyens d'expression graphique de ces divers aspects de la collectivité scolaire : (du concret à l'abstrait).  Les ribambelles  Les gommettes de couleurs  Les bandes horizontales ou verticales	1. - *Notion d'ensemble :* * La classe est un *ensemble* constitué d'*éléments* (les élèves et le maître), notée (C). 2. - *Notion de sous-ensembles* Un ensemble peut être un élément d'un autre ensemble : Les garçons, les filles, les demi-pensionnaires, les externes, les modernes, les classiques sont des *sous-ensembles* de la classe. 3. - Un objet, par rapport à un ensemble, est ou n'est pas un élément de cet ensemble. Jacques est un élève de la classe noté par le symbole d'appartenance à un ensemble : $\in$; non appartenance $\notin$ Jacques $\in$ *(C)* Xavier n'est pas un élève de la classe : Xavier $\notin$ *(C)*. 4. - Tout objet peut être considéré comme un *ensemble réduit* à un seul objet : le maître est un ensemble réduit à un seul élément. 5. - Il n'y a pas d'élèves nés en 1953. L'ensemble des élèves nés en 1953 est un *ensemble vide.*

(1) *cf :* Mathématiques modernes. Enseignement élémentaire, Lucienne Félix.



Les secteurs demi-circulaires



1952 (a)
1951 (b)
1950 (c)
1949 (d)

L'histogramme ou la pyramide

* Etude des rapports. Calcul de fractions, de la moyenne d'âge.

* Confrontation avec les travaux similaires des correspondants, avec les statistiques régionales ou nationales.

6. - L'ensemble des élèves nés en 1950 est *inclus* dans l'ensemble de la classe *(C)* noté par le signe d'inclusion d'un ensemble dans un autre *(c)* $\subset$ *(C)* *(fig. I)*.

7. - En gymnastique le maître réunit les filles et les garçons nés en 1952. Ce nouveau sous-ensemble *(M)* est obtenu par la réunion (notée : $\cup$, union) du sous-ensemble des filles : *(F)* et du sous-ensemble *(a)* des élèves nés en 1952.

$(F) \cup (a) = (M)$ *(fig. II)*

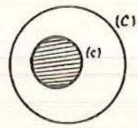


Fig. I

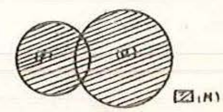


Fig. II

Poursuivant plus avant leurs investigations dans l'étude du micro-groupe soit parce qu'ils ont découvert les pistes de recherches, soit parce que les correspondants ont posé des questions, les élèves étudient successivement :

* l'origine géographique des enfants : travaux sur les cartes : échelles, orientation, distances réelles. Zônes de densité du recrutement scolaire. Etude du ramassage scolaire : itinéraire, distance, horaires, vitesse moyenne...

* Origine familiale : professions des parents.

* Logement et confort : composition des familles, nombre de pièces, eau courante, W.-C., chauffe-eau, voiture, télé, lectures, etc...

Pour exploiter la *notion d'intersection des ensembles* on pourra proposer aux enfants des problèmes dans le genre de celui-ci, *dont les données* ont été établies au cours des enquêtes signalées ci-dessus :

Sachant que :

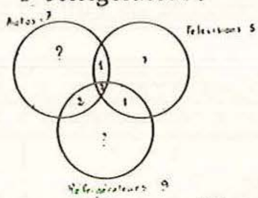
7 familles possèdent une automobile
5 familles possèdent la télévision
9 familles possèdent un réfrigérateur

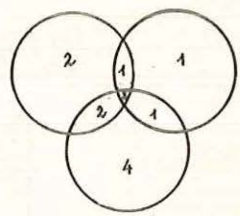
et que, parmi ces familles :

2 possèdent à la fois auto, télé et réfrig.
2 ne possèdent qu'une auto et un réfrig.
1 ne possède qu'une auto et une télé
1 possède à la fois télé et réfrigérateur

Combien de familles possèdent seulement :

1 auto?
1 télévision?
1 réfrigérateur?





N.D.L.D. : Nous aimerions que les mathématiciens avertis nous donnent leur avis et nous aident en particulier à préciser les limites nécessaires et suffisantes de cette initiative au niveau des classes où travaillent les instituteurs.

J. Petitcolas

ANNEXE I

Préparation individuelle du cours

par E. LÉMERY

Fiche-guide - classe de 3e

●

Elle a pour but :
révisions, au début de l'année des notions de :

— rapports égaux ;
— proportions ;
— calcul de termes d'une proportion ;
— nombres proportionnels.

Retrouver les notions mathématiques et l'écriture symbolique à partir de travaux vécus en sciences physiques, à l'issue d'expériences faites par les élèves eux-mêmes en salle de sciences quelques heures avant. C'est l'exploitation mathématique de ces manipulations faites par équipes.

Les élèves n'ayant pas les mêmes programmes :

— la partie A s'adresse à ceux qui sont en 2e année de physique ;
— la partie B à ceux qui débutent (nouveau programme) ;
— le TP 3 est commun aux deux.

C'est un exemple de liaison entre deux enseignements : mathématiques et sciences physiques.

●

Travaux pratiques — classe de 3e (révisions)

A - T.P. 1

En physique, tu as fait l'étude expérimentale d'une force de frottement. Voici les résultats de l'un d'entre vous :

Force pressante F	600 gf	800 gf	1 000 gf
Force de frottement f	138 gf	184 gf	220 gf
$K = \frac{f}{F}$			

Que peux-tu dire des rapports obtenus?
Traduis ta réponse en utilisant l'écriture mathématique :
Comment s'appelle K et essaie d'en donner une définition.

A - T.P. 2

Considère le dernier rapport obtenu :

— Quelle est la force dont tu es sûr?

— Quelle est celle où la mesure est approchée?

— Pour que les rapports soient tous exactement égaux, quelle force de frottement f aurait-on dû trouver? Fais-en le calcul?

A - T.P. 3

Comment s'appelle l'expression utilisée pour ce calcul?

Quel théorème a permis ensuite ce calcul?

Tu écris alors les nouveaux rapports obtenus.

Que dit-on des nombres qui constituent les numérateurs de ces rapports?

Que dit-on des grandeurs, telles que ces deux forces, dont les mesures sont :...

A - T.P. 4

On calcule la force pressante F connaissant la force de frottement f = 260 gf

A - T.P. 5

Dans un tableau de mesures concernant des grandeurs proportionnelles (a et b) deux résultats ont été effacés, on te demande de les retrouver par le calcul sachant que les rapports $\frac{a}{b}$ sont égaux, et que ces deux résultats s'exprimaient par le même nombre.

a	4	
b		9

B - T.P. 1

En physique, tu as fait l'étude expérimentale de l'allongement d'un ressort à spires non jointives.

Charge en gp	5	10	15	20	25
Allongement	9	18	27	36	44
$K = \frac{A}{C}$					

B - T.P. 2

Considère le dernier rapport obtenu :

— Quel est le nombre dont tu es sûr?

— Quel est le nombre où la mesure est approchée?

— Pour que tous les rapports soient exactement égaux, quel allongement a aurait-on dû trouver? Fais-en le calcul.

T. P. 3

(Voir ci-dessus comme A).

T. P. 4

On calcule quelle est la charge nécessaire pour allonger le ressort de 54 mm.

ANNEXE II

Préparation individuelle du cours

— documents semi-programmés
— manipulation de situation concrètes

par E. LÉMERY

Fiche-guide - classe de 3e

●

Elle a pour but :

— de retrouver la relation de Chasles, les vecteurs, leur mesure algébrique ;

— de « sensibiliser » avant de faire des recherches abstraites où interviendra la relation.

Elle est venue à l'issue d'une discussion au cours de laquelle un fils d'agent CRS a eu l'occasion de parler de contrôle routier.

C'est une fiche autocorrective qui permet de respecter le rythme de chacun.

Elle constitue un essai pour l'enseignement d'une « mathématique vivante ».

●

Le long d'une route nationale se trouvent des éléments de police qui surveillent la circulation ; ils sont visités très souvent et renforcés par une patrouille « volante ».

Q est le centre de stationnement des forces de police (Quartier général).

B Q A

La patrouille sur Jeep équipée de radio est en contact permanent avec le quartier général a qui elle transmet sa position.

. A et B étant les points extrêmes de ce contrôle routier, cette patrouille se déplace tantôt en direction de A, tantôt en direction de B.

I. CONVENTION

Nous imaginons que pour faciliter le repérage de cette patrouille, il soit adopté le système suivant au quartier général. Sur le papier figure le dessin ci-dessous :

B D Q C A

— Chaque graduation représente 1 km

— Les parcours faits dans le sens Q vers A (ou B vers A) seront comptés positifs (+)

— Les parcours faits dans le sens Q vers B (ou A vers B) seront comptés négatifs (—)

Ces parcours sont donc orientés

Ainsi le parcours QA — premier nommé — en allant à A est représenté par

le vecteur... qui est un être géométrique

le nombre relatif... qui est sa...

II. TRADUCTION DU MOUVEMENT DE LA PATROUILLE ET REPERAGE

1°. La patrouille est allée de Q à C, puis de C à A
parcours de Q à C s'écrit... sa mesure est
parcours de C à A s'écrit... sa mesure

Ce qui importe à celui qui dirige les opérations, c'est de savoir à tout moment où se trouve cette « patrouille volante » pour pouvoir la diriger, au besoin, vers un nouveau point.

Autrement dit, il lui faut connaître « l'abscisse » de la patrouille (sa position)

Actuellement, la patrouille est en A d'abscisse ..... ayant effectué le parcours $\overrightarrow{QC}$ tel que $\overline{QC} =$ et $\overrightarrow{CA}$ tel que $\overline{CA} =$

Ceci peut se traduire ..... $= \overline{QC} +$ .....
ou $+ \ldots\ldots = (+\ldots\ldots) + (\qquad)$

III. CONCLUSION

2°. Après avoir effectué le parcours $\overrightarrow{QA}$ tel que $\overline{QA} =$ et être revenue en Q, la patrouille se rend en C d'abscisse ..... Elle fait donc le parcours $\overrightarrow{QC}$ tel que $\overline{QC} =$ puis elle effectue le parcours $\overrightarrow{CD}$ Nous constatons que $\overline{CD} =$ L'abscisse de D est $\overline{QD} =$

Dans le premier cas il est naturel de considérer le parcours $\overrightarrow{QA}$ comme la somme des parcours $\overrightarrow{QC}$ et $\overrightarrow{CA}$ $\overline{QA} =$

Dans le deuxième cas nous dirons encore que le parcours orienté $\overrightarrow{QD}$ est la somme des parcours $\overrightarrow{QC}$ et $\overrightarrow{CD}$ $\overline{QD} =$

De même la mesure algébrique du parcours-somme est la somme des mesures algébriques de chaque parcours.

Ainsi : $\overline{QA} =$ $\overline{QD} =$

Cette formule est connue sous le nom de formule de Chasles ou relation de Chasles.

Tu es sans doute capable d'écrire cette relation appliquée à plusieurs vecteurs : $\overline{QA} =$

RÉPONSES

I. *Convention*

le vecteur $\overrightarrow{QA}$ qui est .....
le nombre relatif + 9 qui est sa *mesure algébrique*

II. *Traduction du mouvement*

1°. parcours de Q à C s'écrit $\overrightarrow{QC}$ sa mesure est $\overline{QC} = +3$
parcours de C à A s'écrit $\overrightarrow{CA}$ sa mesure est $\overline{CA} = +6$
.....en A d'abscisse + 9 $\overline{QC} =$ + + 3 et $\overline{QA} =$ + 6
se traduira : $+9 = (+3) + (+6)$
ou : $\overline{QA} = \overline{QC} + \overline{CA}$

2°. C d'abscisse + 3 ..... $\overline{QC} = +3$
$\overline{CD} = -7$ abscisse de D $\overline{QD} = -4$
alors que $-4 = (+3) + (-7)$ ou encore que $\overline{QD} = \overline{QC} + \overline{CD}$

III. *Conclusion*

.....la somme des parcours $\overrightarrow{QC}$ et $\overrightarrow{CA}$ $\overline{QA} = \overline{QC} + \overline{CA}$
» » $\overrightarrow{QC}$ et $\overrightarrow{CD}$ $\overline{QD} = \overline{QC} + \overline{CD}$

ainsi : $\overline{QA} = \overline{QC} + \overline{CA}$
$\overline{QD} = \overline{QC} + \overline{CD}$

Appliquée à plusieurs vecteurs : $\overline{QA} = \overline{QC} + \overline{CD} + \overline{DB} + \overline{BA}$.....

ANNEXE III

Préparation individuelle du cours

par E. LÉMERY

Fiche-guide — classe de 3e

Elle a pour but :

— une première prise de contact avec le théorème de Thalès

— une sensibilisation à ces propriétés en géométrie « métrique »

— un entraînement à la « découverte personnelle » et à la formulation de théorème.

La programmation « facultative » permet à tous les élèves de parvenir, selon leur rythme, au résultat.

THÉORÈME DE THALES

Mise en évidence :

Soient deux sécantes Δ et Δ' et les points A, B, C consécutifs sur Δ On mène par ces trois points trois droites parallèles qui coupent Δ' respectivement en A', B', C'.

— La figure ainsi obtenue présente-t-elle une propriété nouvelle intéressante?

Si tu ne découvres rien :

Essaie alors de faire des mesures, aussi exactes que possible.

Essaie d'établir des relations entre ces mesures.

Si tu n'as toujours rien découvert :

Alors mesure les segments tels que AB, A' B' .....

Etablis les rapports $\frac{AB}{A'B'}$; $\frac{BC}{B'C'}$ ..... etc

Compare-les.

Que penses-tu maintenant de ces segments?

ANNEXE IV

FICHE-GUIDE DE RECHERCHE INDIVIDUELLE CLASSE DE 4e

Elle est suivie de la confrontation des résultats qui donne lieu à une séance de synthèse au cours de laquelle les démonstrations nécessaires se font au sein d'une discussion.

Avantages :

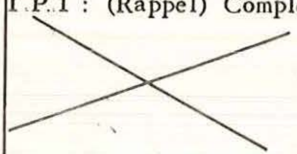
- Redécouverte préconisée dans les I.O.
- rythme personnel respecté (tous peuvent réussir à répondre) ;
- travail individuel plus intense ;
- théorèmes bien assimilés sans être appris.

Inconvénients :

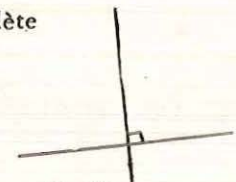
- ceux habituels de la fiche-guide : évasion impossible ;
- caractère artificiel : aucun rapport avec la vie.

DROITES PARALLELES

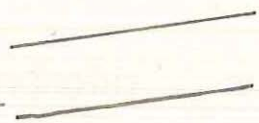
T.P.1 : (Rappel) Complète



Droites ....



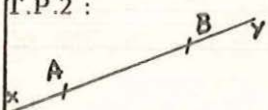
Droites ....



Droites ....

Définition: Des droites parallèles sont.....
....
Signe : //

T.P.2 :



Elève en A et en B les perpendiculaires D et D' à xy.
Ces droites sont . . . . .

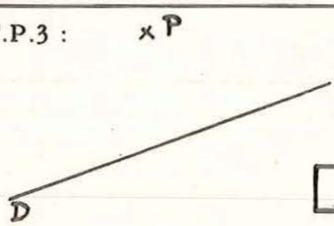
Complète le tableau :

H	C
D' ⊥ xy	

Termine la phrase:
Deux droites perpendiculaires à ....
....

Complète le schéma :
$\left.\begin{array}{l} D \perp xy \\ \ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} \Longrightarrow \ldots\ldots$

T.P.3 :



Pourrais-tu construire une parallèle à D passant par le point P.
Combien pourrais-tu construire de parallèles à D passant par P ?

Conclus

Par un point extérieur à une droite . . . .

Ce théorème est le «Postulat d'EUCLIDE» (1) p.14

T.P. 4 : Complète le tableau :

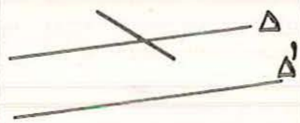
Trace une droite D' // Δ
« « D // Δ

H	C

.... }
.... } ⟹ ....

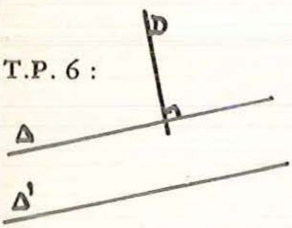
Deux droites ....
....

T.P. 5 : Complète :



H.		C.
Δ et Δ' sont parallèles } D coupe la droite Δ }	Si tu prolonges D, que fait cette droite ? .... ⟹	....

T.P. 6 :



Prolonge D (en couleur)

Complète

H.	C.
Δ // Δ' D ⊥ Δ Δ	

.... }
.... } ⟹

Lorsque deux droites sont parallèles. ....
....
....

(1) Un «postulat» ou encore «axiome» est l'énoncé d'une propriété admise sans démonstration. (Elle apparaît comme évidente mais n'a pas été démontrée).

EUCLIDE : était un géomètre grec qui vécut de 320 à 270 avant J.C.

ANNEXE V

Situation concrète illustrant les structures mathématiques

par E. LÉMERY

●

Fiche-guide — classe de 4e

Cette fiche-guide a été utilisée après l'observation libre d'un panneau permanent d'actualités où avaient été exposés des documents relatant les derniers exploits de spéléologie.

Elle a été suivie de lectures de livres de N. Casteret.

Le travail était donc très motivé, venant après une sensibilisation certaine. C'est un essai de « mathématique vivante ».

●

SPELEOLOGIE : « *Une exploration souterraine* »

Voici, ci-dessous, le plan qui retrace le parcours suivi par une équipe de spéléologues l'été dernier.

Partant du niveau du sol, à l'entrée, un spéléologue exprime qu'il est descendu de 120 mètres verticalement en disant : « *J'ai atteint la cote* — 120... »

Notre rôle : compléter ce plan :

— une descente sera traduite par un nombre.....

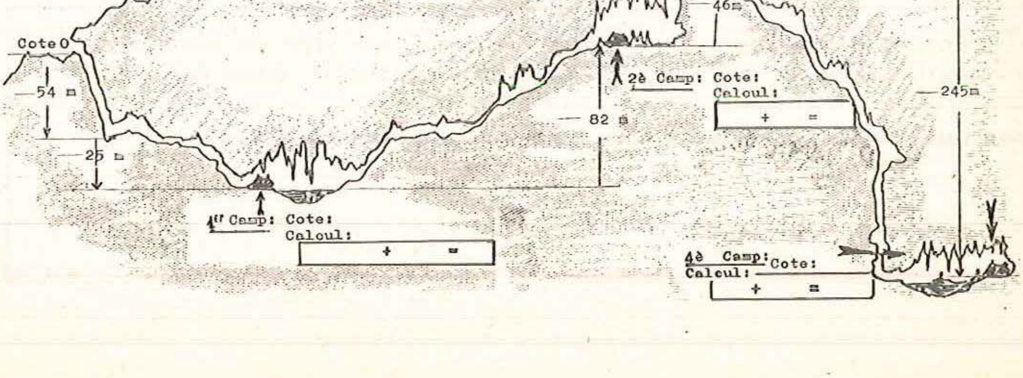
— une remontée sera traduite par un nombre.....

Attention! La variation totale d'altitude est la somme de deux variations successives :

Ex. : une descente + une montée = variation totale d'altitude (ou de niveau)

1re variation   2e variation

Les flèches verticales indiquent la nature de la variation et sa mesure (qui sont téléphonées du fond).



ANNEXE VI

Mathématiques modernes

par E. LÉMERY

●

Fiche-guide — classe de 5e

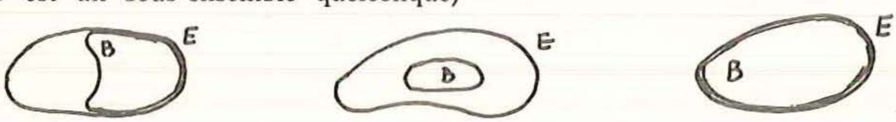
Les élèves de 5e *ont jonglé aisément avec les symboles car cela se situait après des études de situations semblables sur leurs groupes de dédoublement et situations familiales, pendant lesquelles ils avaient découvert les notions de sous-ensembles complémentaires et les symboles qui aidaient à la traduction.*

On pourrait croire qu'il s'agit d'un travail ardu, scolastique, alors qu'il n'en est rien : cette fiche correspondait au passage de situations vécues à des situations abstraites.

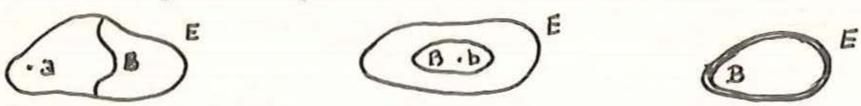
●

Travaux pratiques : *Les sous-ensembles complémentaires*

1. Colore, dans chaque cas, le « complément de B dans l'ensemble E » (B est un sous-ensemble quelconque)



2. Si A désigne le complément de B dans l'ensemble E.....



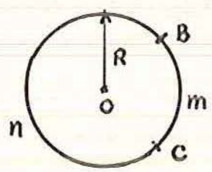
Complète : { a .... A ; a .... B } { b .... ; b .... ; b .... } A = ...

3. Si $\complement_E^B$ signifie « complément de B dans l'ensemble E »

essaie de compléter les « formules » :

.... = $\complement_E^B$ .... = $\complement_E^{\mathring{A}}$ { E est appelé quelquefois le « *référentiel* »

4. A la recherche de quelques sous-ensembles complémentaires !

Le *référentiel* étant	Un sous-ensemble choisi est	Le sous-ensemble complément est ...
* l'ensemble des dix premiers nombres entiers	$N' = \{1, 3, 5, 7, 9\}$	$N'' =$ ....
* l'ensemble des lettres de l'alphabet	le sous-ensemble des consonnes	....
* l'ensemble $K = \{5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12\}$	$K' = \{8 ; 10 ; 11\}$	$K'' =$ ....
* le cercle $\mathcal{C}(O, R)$ 	l'arc $\overset{\frown}{BmC}$	....

ANNEXE VII

Le cahier auto-correctif

(classe de 5^e)

•

C'est un cahier d'exercices qui donne à l'élève la possibilité de prendre en charge son travail personnel, sans avoir besoin du contrôle constant du maître.

Chaque série d'exercices est programmée et commence par un exemple ou des conseils.

•

33. MISE EN FACTEUR COMMUN

Vérifie l'égalité : $(3 \times 8) + (12 \times 8) = 8\ (3 + 12)$

On dit que 8 est mis en facteur commun

1. Trouve le facteur commun

$24 + 36 = (. \times 6) + (. \times 9) = .\ (6 + 9)$ *page 27*

Un renvoi (ici page 27) permet de trouver la réponse et la suite de la série d'exercices.

33. *1.* $24 + 36 = (4 \times 6) + (4 \times 9) = 4\ (6 + 9)$

2. Trouve le facteur commun :

$72 - 48 = (. \times 9) - (. \times 6) = .\ (9 - 6)$ *page 44*

LES TESTS

Les tests sont groupés en fin de cahier pour en permettre une utilisation plus souple : il y a en général deux tests sur le même sujet. Si le premier est réussi, il est inutile de traiter le second. Des indications d'utilisation du deuxième test sont données avec les réponses au premier. (Voir explications supplémentaires au bas de la page 95).

TESTS DE CONTROLE

13. SOMMES ET DIFFERENCES - TEST A ....

Effectue :

1. $(21 + 7) + 84 =$
2. $8x + (7y + 3x) + 2y =$
3. $62\,460 + 41\,638 - 31\,402 - 1\,046 + 309 =$
4. $8a + 5b - (5a - 2b) =$
5. $(x - 2) - (y - 3) + (x - 3) + (y - 1) - (y + 2) - (x - 1) =$
6. $(4a - b - 5) - (a - 2b + 4) =$
7. $15x - 3y - 20z - (10x + 5y + 39z) + (3x + 7y + 60z) =$
8. $(a + b + c) - (a - b + c) + (a - b - c) - (b + c - a) =$ *page 95*

REPONSES DES TESTS DE CONTROLE

Le numéro entre parenthèses indique l'exercice de référence.

13. *1.* 112 *(n° 6 p. 2)*
2. $11x + 9y$ *(n° 7 p. 2)*
3. 71 959 *(n° 8 p. 2)*
4. $3a + 7b$ *(n° 9 p. 2)*
5. $x - y - 4$ *(n° 10 p. 2)*
6. $3a + b - 9$ *(n° 10 p. 2)*
7. $8x - y + z$ *(n° 12 p. 2)*
8. $2a - 2c$ *(n° 12 p. 2)*

Si tu as des réponses fausses, refais les exercices indiqués entre parenthèses.

Si tu as plus de deux fautes, fais ensuite le test n° 14.

Tu procèderas de la même façon pour les tests suivants.

14. SOMMES ET DIFFERENCES - TEST B ....

Effectue :

1. $(2\,146 - 1\,499) - (365 - 46) =$
2. $17 - (13 - 5 - 2) + (4 - 3 + 8) - (12 - 4 + 6) =$
3. $3x - (x - 4 + 7) - (7 - x + 3) + (2x - 9) =$
4. $(3a + 5b + 2c) - (3a - 5b + 2c) =$
5. $(4a + 3b - 2c) - (2a - b - c) + (3a + b + c) =$
6. $(a + 2b - z) - (a - 2b + z) =$
7. $(2a + 3b + 5c) - (5a - 2b + 3c) + (3a - 2b - 5c) =$
8. $3x + [5y + (10x - 3y) + 4y] =$ *page 96*

PLAN DE TRAVAIL

Pages 102 et 103 un plan de travail détaillé donne une vue d'ensemble du travail réalisé. Deux petites cases à la suite de chaque numéro peuvent servir à indiquer le degré de réussite suivant un code à déterminer. Le plus simple consisterait à écrire dans la case supérieure le nombre d'exercices traités et dans la case inférieure le nombre d'exercices réussis.

GRAPHIQUE PERSONNEL

A la page 104, un graphique permet de matérialiser les résultats obtenus aux tests suivant une notation à déterminer.

CENTRE DE PROGRAMMATION DE L'ECOLE MODERNE
BP 251 CANNES

Géométrie n° 2 — Classe de 5e

SEGMENTS DE DROITE

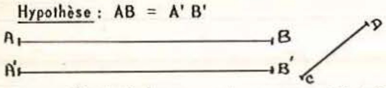
Applications - Les égalités

D 3

Essaie d'énoncer la loi
qui est ainsi vérifiée en R 1 et R 2

D 1

Hypothèse : AB = A' B'



Construis les segments-sommes : A B + C D
et A'B' + C D

Compare-les.
Qu'obtiens-tu ?

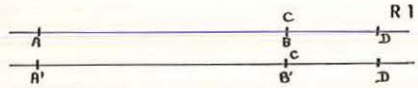
R 3

Si à deux segments égaux, on ajoute ou retranche un même segment, les nouveaux segments obtenus sont égaux.

Exemple:

Si A B = A' B'
Alors AB + CD = A' B' + CD ; AD = A'D
Si A B = A' B'
Alors AB : CD = A'B' - CD ; AD = A' D
(figure en R1 et R2)

R 1



Tu obtiens 2 nouveaux segments AD et A' D égaux

AD = A' D ou AB + CD = A' B' + CD

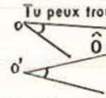
D 4

A B = A' B'
A B + C D = A' B' + C D
A B - C D = A' B' - C D

Ces relations sont des
EGALITES
Elles comportent :

un premier membre	le signe égal	un second membre
AB + CD	=	A' B' + CD

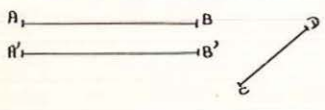
Tu peux trouver toi-même d'autres exemples comme :



$\hat{O} = \hat{O}'$ | Prix de vente = prix d'achat + bénéfice

Ecris d'autres égalités

D 2



Hypothèse : AB = A' B'

Construis les segments-différences :

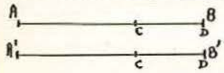
A B - C D
A'B' - C D

Compare-les — Qu'obtiens-tu ?

R 4

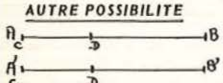
Aie le souci de confronter ton travail
avec celui de tes voisins.

R 2



Tu obtiens 2 nouveaux segments
A C et A' C égaux
A C = A' C ou AB - CD = A'B' - CD

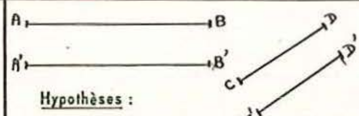
AUTRE POSSIBILITE



Tu obtiens 2 nouveaux segments
D B et D B' égaux
D B = D B' ou A B - CD = A'B' - CD

REMARQUE: Tu peux trouver 2 autres possibilités. Ton travail est juste. A D = A' D ou C B = C B'

D 5



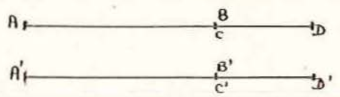
Hypothèses :

A B = A' B'
C D = C' D'

Construis les segments-sommes:
AB + CD et A'B' + C' D'

Compare-les — Qu'obtiens-tu ?

R 5

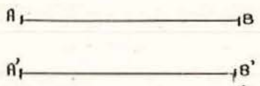


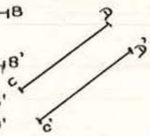
Tu obtiens 2 nouveaux segments

A D et A' D' égaux

A D = A' D' ou A B + C D = A' B' + C' D'

D 6





<u>Hypothèses</u> :

A B = A' B'

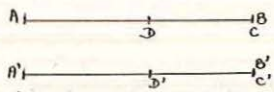
C D = C' D'

Construis les segments-différences

AB - CD et A' B' - C' D'

Compare-les. Qu'obtiens-tu ?

R 6



Tu obtiens 2 nouveaux segments A D et A' D' égaux

A D = A' D'

ou A B - C D = A' B' - C' D'

<u>REMARQUE</u> : En plaçant D en B et D' en B', tu aurais obtenu AC = A' C'.

D 7

Traduisons ces travaux

AB = A' B'	égalité (1)	AB = A' B'	(1)
CD = C' D'	égalité (2)	CD = C' D'	(2)
AB + CD = A'B'+C'D'	égalité (3)	AB - CD = A'B' - C'D'	(3)

Comment obtient-on l'égalité (3) à partir des égalités (1) et (2)

R 7

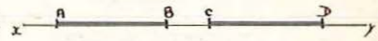
> On a ajouté, ou retranché
> les premiers membres entre eux
> et les deuxièmes membres entre eux

On dit que l'on a ajouté ou retranché, MEMBRE à MEMBRE les égalités (1) et (2) pour obtenir l'égalité (3).

D 8

<u>APPLICATION</u>

<u>Hypothèse</u>
AB = CD



Complète : AB = CD (1)

$\Downarrow$

AB + BC = CD + .. (2)

AC = ...

R 8

AB = CD (1)

$\Downarrow$

AB + BC = CD + BC (2)

AC = BD

D 9

Justifie le passage de l'égalité (1) à l'égalité (2)

R 9

Si à deux segments égaux on ajoute un même segment, les segments-sommes obtenus sont égaux.

AB = CD

$\Downarrow$

AB + BC = CD + BC

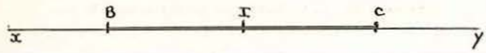
D 10

<u>RECHERCHE PROGRAMMEE</u>

Soit un segment BC ayant pour support une droite x y. Désignons par I le milieu de BC.

Tu peux construire la figure et traduire, par des relations, l'hypothèse.

R 10

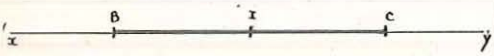


I $\in$ BC

IB = IC = $\frac{1}{2}$ BC

$\in$ *signifie appartient à*

D 11



Plaçons sur la demi-droite Bx un segment BA et sur la demi-droite Cy un segment CD, tels que les deux segments AB et CD soient égaux.

Tu peux compléter la figure et écrire toutes les hypothèses.

R 11

I $\in$ BC

IB = IC = $\frac{1}{2}$ BC

AB = CD

D 12

Avec ces informations de R 10, tu vas essayer d'établir que I est milieu du segment AD

ANALYSONS D'ABORD

Pour que I soit milieu de AD, à quelle relation d'égalité faudrait-il aboutir ?

SUGGESTION: *songe à la définition du milieu d'un segment*

Si I est milieu de AD, ...

R 12

Si I est milieu de AD

IA = ID

REMARQUE IMPORTANTE : Si cette condition est vraie la conclusion est établie.

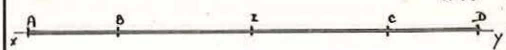
Il faut donc justifier cette égalité.

D 13

Mais alors, en poursuivant l'analyse, quels segments forment IA ?

Cela peut se traduire par une relation d'égalité

R 13



IA est formé des segments adjacents IB et BA..

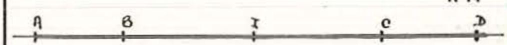
IA est donc un segment-somme

IA = IB + BA

D 14

Tu dois pouvoir conduire la même analyse pour le segment ID

R 14



ID est formé des segments adjacents IC et CD. IC est un segment-somme.

ID = IC + CD

D 15

Tu viens d'écrire :

IA = IB + BA

ID = IC + CD

Dans ces conditions, que faudrait-il pour avoir IA = ID ?

R 15

Il faudrait justifier l'égalité

des sommes IB + BA et IC + CD

D 17

Pour exposer tes découvertes, il est utile de refaire le cheminement en partant de <u>ce qui est connu</u> :

IB = IC

AB = CD

pour arriver à la conclusion :

<u>I milieu de A D</u>

Essaie d'établir seul ce cheminement.

D 16

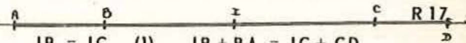
Nous disposons de renseignements sur les segments

IB et IC , AB et CD

a) Transcris ces relations

b) Quel moyen permet de composer les sommes IB + BA et IC + CD, et en établir l'égalité ?

R 17



$$\begin{array}{l} IB = IC \\ AB = CD \end{array} \xrightarrow{(1)} \begin{array}{l} IB + BA = IC + CD \\ IA \quad = ID \end{array}$$

(1) En ajoutant membre à membre deux égalités de segments on obtient une nouvelle égalité. Nous avons alors :

IA = ID

I $\in$ AD

Ces relations définissent : <u>I milieu de AD</u>

<u>*AUTRE DISPOSITION POSSIBLE*</u>

$$\begin{array}{c} IB = IC \\ AB = CD \\ \hline IB + BA = IC + CD \end{array} \qquad IA = ID$$

R 16

a) IB = IC

AB = CD

c'est <u>l'hypothèse</u>

b) En ajoutant membre à membre les deux égalités.

TON ANALYSE EST TERMINEE

D 18

Tu viens de faire un vrai problème de géométrie.

L'ordre dans lequel tu as présenté la solution, <u>à partir des hypothèses pour aboutir à la conclusion</u>, est un ordre logique et rigoureux.