FICHE GUIDE DE RECHERCHE INDIVIDUELLE
CLASSE DE 4e

Elle est suivie de la confrontation des résultats qui donne lieu à une séance de synthèse au cours de laquelle les démonstrations nécessaires se font au sein d'une discussion

Avantages :

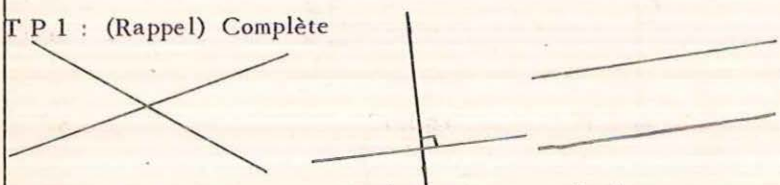
- Redécouverte préconisée dans les I.O.
- rythme personnel respecté (tous peuvent réussir à répondre) ;
- travail individuel plus intense ;
- théorèmes bien assimilés sans être appris.

Inconvénients :

- ceux habituels de la fiche-guide : évasion impossible ;
- caractère artificiel : aucun rapport avec la vie.

DROITES PARALLELES

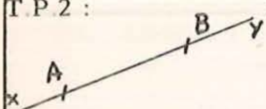
T.P.1 : (Rappel) Complète



Droites .... Droites .... Droites ....

Définition:
Des droites parallèles sont....
....
Signe : //

T.P.2 :



Elève en A et en B les perpendiculaires D et D' à xy.
Ces droites sont . ....

Complète le tableau :

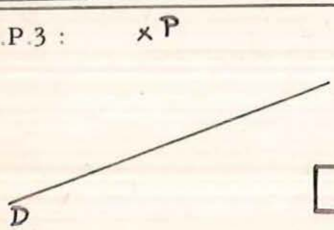
H	C
D $\perp$ xy	

Termine la phrase:
Deux droites perpendiculaires à ....
....

Complète le schéma :

$$\left.\begin{array}{l} D \perp xy \\ \dots\dots\dots \end{array}\right\} \Longrightarrow \dots\dots$$

T.P.3 :



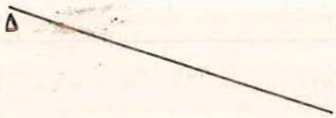
Pourrais-tu construire une parallèle à D passant par le point P.
Combien pourrais-tu construire de parallèles à D passant par P ?

Conclus

Par un point extérieur à une droite . . . .

Ce théorème est le «Postulat d'EUCLIDE» (1) p.14

T.P. 4 : Complète le tableau :



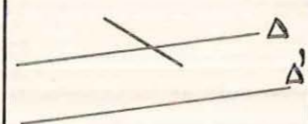
Trace une droite D // Δ
« « D // Δ

H	C

.... }
.... } ⟹ ....,

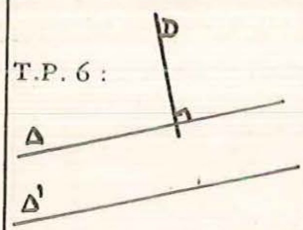
Deux droites ....
....

T.P. 5 : Complète :



H.		C.
Δ et Δ' sont parallèles D coupe la droite Δ	Si tu prolonges D, que fait cette droite ? .... ⟹	....

T.P. 6 :



Prolonge D (en couleur)

Complète

H.	C.
Δ // Δ' D ⊥ Δ'	

.... }
.... } ⟹

Lorsque deux droites sont parallèles. ....
....
....

(1) Un « postulat » ou encore « axiome » est l'énoncé d'une propriété admise sans démonstration. (Elle apparaît comme évidente mais n'a pas été démontrée).

EUCLIDE : était un géomètre grec qui vécut de 320 à 270 avant J.C.

CENTRE INTERNATIONAL
DE PROGRAMMATION
DE L ECOLE MODERNE

GEOMETRIE - Classe de 5e

LE THEOREME
SA RECIPROQUE
SA TRADUCTION

en langage symbolique **Raisonnement logique**

D 1

Etant donné un segment BC, on marque le milieu M de ce segment.

MB = MC traduit-il complètement ce début d'énoncé ?

Sinon complète.

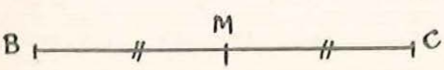
Fais la figure.

D2

On considère un cercle de centre O.
Soient A et B, 2 points de ce cercle et I le milieu de l'un des arcs $\overset{\frown}{AB}$.

Fais la figure et écris les relations qui traduisent ce texte.

R 1



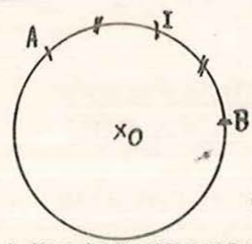
Pour que M soit le milieu de BC il faut que le point M appartienne au segment BC et que MB = MC.

Donc il manque :

$M \in BC$

$\in$ signifie appartient

R 2



Ces relations s'appellent : LA TRADUCTION DU TEXTE EN LANGAGE SYMBOLIQUE.

Hypothèses :

$$A \in (O, R)$$
$$B \in (O, R)$$
$$I \in (O, R)$$
$$\overset{\frown}{AI} = \overset{\frown}{IB}$$

ou $\begin{cases} OA = OB = OI = R \\ \overset{\frown}{AI} = \overset{\frown}{IB} \end{cases}$

D3

Construis un cercle de centre O et de diamètre AB.

Place les points M, I, C d'après les indications suivantes :

$\begin{cases} M \in AB \\ MO = MA \end{cases}$ $\begin{cases} IA = IB \\ I \notin AB \end{cases}$

$\begin{cases} OC = OA \\ \widehat{COA} = \widehat{COB} \end{cases}$

$\notin$ signifie n'appartient pas.

R4

«Si un artisan est menuisier, il travaille le bois.»

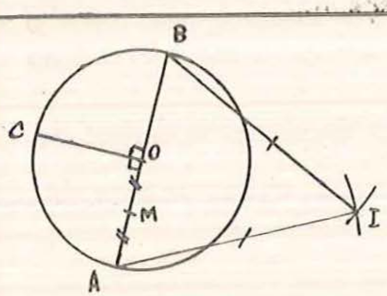
H

C

La proposition	entraîne ou implique	cette autre proposition
Un artisan est menuisier	$\longrightarrow$	il travaille le bois

Ce schéma s'appelle : TRADUCTION DU THEOREME.

R3



Ta figure peut te sembler différente. Elle peut être juste quand même

D5

Ecris, souligne et traduis la phrase réciproque.

Est-elle vraie ?

D4

Si deux angles au centre d'un même cercle sont égaux, ^H^ ils interceptent deux arcs égaux. ^C^

Cette phrase est un THEOREME.

«Si un artisan est menuisier, il travaille le bois.»

Cette phrase est construite comme un théorème. Partage-la en soulignant HYPOTHESE et CONCLUSION.

R5

Si un artisan travaille le bois, il est menuisier.

Un artisan travaille le bois $\Longrightarrow$ il est menuisier.

Cette réciproque est fausse, parce qu'il peut être charpentier, charron etc...

D6

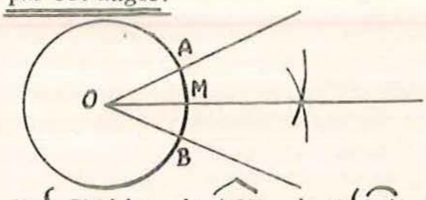
1) Copie le théorème direct relatif aux angles au centre (D4) en soulignant.

Fais-en la traduction par une figure et le langage symbolique.

2) Fais le même travail pour le théorème réciproque.

R7

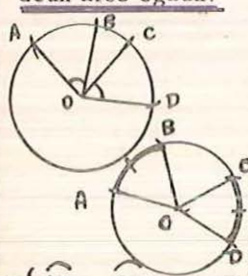
Si on trace la bissectrice OM d'un angle au centre $\widehat{AOB}$, elle passe par le milieu de l'arc $\overset{\frown}{AB}$ intercepté par cet angle.



H $\left\{ \text{OM biss. de } \widehat{AOB} \right. \Longrightarrow$ C $\left\{ \overset{\frown}{MA} = \overset{\frown}{MB} \right.$

R6

Si deux angles au centre d'un même cercle sont égaux, ils interceptent deux arcs égaux.



H $\left\{ \widehat{AOB} = \widehat{COD} \right.$

C $\left\{ \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD} \right.$

Si deux arcs d'un même cercle sont égaux, ils sont interceptés par deux angles au centre égaux.

H $\left\{ \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD} \right. \Longrightarrow$ C $\left\{ \widehat{AOB} = \widehat{COD} \right.$

D8

Fais de ton mieux, la démonstration de cette propriété.

CONSEIL : pense à la définition de la bissectrice d'un angle.

D7

EXERCICE I

Si on trace la bissectrice OM d'un angle au centre $\widehat{AOB}$, elle passe par le milieu de l'arc $\overset{\frown}{AB}$ intercepté par cet angle.

Copie.

Souligne

Traduis par une figure et le langage symbolique.

R8

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{OM biss. de } \widehat{AOB} \xrightarrow{(1)} \\ \widehat{MOA} = \widehat{MOB} \xrightarrow{(2)} \overset{\frown}{MA} = \overset{\frown}{MB} \end{array} \right.$$

(1) définition de la bissectrice.

(2) théorème direct relatif aux angles au centre. C'est le schéma de la démonstr.

REDACTION POSSIBLE. OM bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$ le partage en 2 angles au centre égaux $\widehat{MOA} = \widehat{MOB}$. Si 2 angles au centre d'un même cercle sont égaux ils interceptent des arcs égaux. $\overset{\frown}{MA} = \overset{\frown}{MB}$

M, partageant l'arc $\overset{\frown}{AB}$ en 2 arcs égaux, est son milieu.

D9

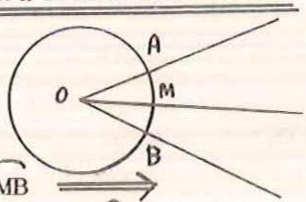
EXERCICE II.-

Si on prend le milieu M de l'arc $\overset{\frown}{AB}$ intercepté par un angle au centre $\widehat{AOB}$, il appartient à la bissectrice de cet angle.

Copie.
Souligne.
Traduis par une figure et le langage symbolique.

R 9

Si on prend le milieu M de l'arc $\overset{\frown}{AB}$ intercepté par un angle au centre $\widehat{AOB}$, il appartient à la bissectrice de cet angle.



H { $\overset{\frown}{MA} = \overset{\frown}{MB} \Longrightarrow$
C { $M \in$ biss de $\widehat{AOB}$ ou
C { OM biss de $\widehat{AOB}$

D 10

Fais la démonstration de cette propriété par un schéma en indiquant bien la signification de chaque signe.

R 10

$\overset{\frown}{MA} = \overset{\frown}{MB} \xRightarrow{(1)} \widehat{MOA} = \widehat{MOB} \xRightarrow{(2)}$ OM biss. de $\widehat{AOB}$

(1) théorème réciproque relatif aux angles au centre
(2) définition de la bissectrice

FAIS-EN MAINTENANT LA REDACTION.

Tout problème de géométrie se présentera maintenant sous cette forme : TRADUCTION, SCHEMA DE LA DEMONSTRATION, REDACTION.

D 11

Recopie les traductions symboliques des exercices I et II.

Comment peux-tu appeler les phrases des exercices I et II, l'une par rapport à l'autre ?

R 11

H { OM biss. de $\widehat{AOB} \Longrightarrow$
C { $\overset{\frown}{MA} = \overset{\frown}{MB}$

H { $\overset{\frown}{MA} = \overset{\frown}{MB} \Longrightarrow$
C { OM biss de $\widehat{AOB}$

EXERCICE I : Théorème direct.

EXERCICE II : Théorème réciproque.

TRAVAUX PRATIQUES Classe de 4e

PUISSANCES

1. Rappel Relations qui rappellent la définition d'une « puissance »

$a^n = \underbrace{\text{- - - - - - - - - - -}}_{\text{.... facteurs égaux à ....}}$

$5^3 = \underbrace{\text{— - - - - - - - - - —}}_{\text{. . . . .}}$

$12^n = \text{— - — — — — — - -}$

. . . .

> Une puissance d'un nombre c'est

2. En songeant toujours à la définition, complète les tableaux suivants :

$a^3 \times a^4$	$(a^4)^3$
$= \underbrace{\overbrace{a \times \ldots}\ \times\ \overbrace{a \ldots\ldots}}_{\text{.... facteurs}}$	$= (a \ldots\ldots\ldots)^3$
	$= (\ldots\ldots\ldots)\ (\ldots\ldots\ldots)\ (\ldots\ldots\ldots)$
$= a^{\cdots}$	$= a \times \underbrace{\ldots\ldots\ldots\ldots}_{\text{... facteurs}}$
On généralise ce résultat en remplaçant les exposants par les lettres m et n (ou d'autres)	$= a^{\cdots}$
$\boxed{a^m \times a^n =}$	Généralisation : $\boxed{(a^m)^n =}$

$(a\,b\,c\,d)^3 =$

$= a\,b\,c\,d \times a\,b\,c\,d \times \dots\dots\dots$

Regroupe les a, les b, les c :

$= \underbrace{a \dots\dots}\ \times \underbrace{b \dots\dots}\ \times \underbrace{c \dots\dots}$

$= a^{\dots} \times b^{\dots} \times c^{\dots}$

$= a \quad b \quad c$

Généralisation :

$$\boxed{(a\,b\,c\,d)^m =}$$

$\left(\frac{a}{b}\right)^3 =$

$= \frac{a}{b} \times \dots\dots\dots\dots$

$= \frac{a \times \dots\dots\dots\dots}{b \times \dots\dots\dots\dots}$

$= \frac{a^{\dots}}{b^{\dots}}$

Généralisation :

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n =}$$

3. QUELQUES PUISSANCES REMARQUABLES :

En appliquant toujours la définition recherche le résultat de ces puissances particulières.

$0^n = \dots\dots\dots\dots$ $\qquad 7^1 = \dots\dots$ et $a^1 = \dots\dots\dots\dots$

$1^n = \dots\dots\dots\dots$ $\qquad 10^8 = \dots\dots$ et $10^n = \dots\dots\dots\dots$

a^0 ??? sera étudiée plus tard