Le second Thème de notre Congrès :

L'enseignement du calcul

(Extrait de la B.E.M. n° 13 - 14)

Le calcul, comme les sciences, est plus que jamais à l'ordre du jour.

Il l'est d'une part du fait de l'échec incontestable de l'enseignement mathématique tel qu'il est donné jusqu'à ce jour.

Et il l'est aussi parce que cet enseignement n'a pas pu suivre le rythme accéléré des progrès techniques, qu'il est désaxé et dépassé pour n'avoir pas su en temps voulu, opérer les modifications de méthodes qui s'imposaient.

I. — ÉCHEC DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES DE L'ÉCOLE MATERNELLE AUX CLASSES PRÉPARATOIRES AUX GRANDES ÉCOLES.

Nous empruntons les observations qui suivent à un mémoire rédigé par M. Ph. Rogerie.

« Au premier Congrès de la psychologie scolaire tenu à Sèvres en décembre 1949, administrateurs, professeurs et psychologues réunis adoptèrent comme thème de recherches la psychopédagogie des mathématiques.

Ce choix fut plus ou moins constamment déterminé par deux faits.

C'est, tout d'abord, l'importance de l'apprentissage des mathématiques, importance due à la matière enseignée elle-même. De l'école maternelle aux classes préparatoires aux grandes écoles les élèves se trouvent soumis à un entraînement, à une formation ayant pour but de leur inculquer le maniement et l'essence des mathématiques. Instrument de pensée permettant d'appréhender et de comprendre le réel sous l'aspect quantitatif en même temps que de communiquer cette connaissance à autrui, les mathématiques constituent aussi bien que la langue maternelle, moyen d'analyse et de communication qualitatif, un enseignement de base.

Malheureusement, on constate dans cet enseignement de nombreux et graves échecs.

Beaucoup d'élèves restent absolument imperméables à cet enseignement, n'en tirant aucun profit, n'en conservant qu'un mauvais souvenir et un mépris définitif à l'égard de tout ce qui est chiffré, mesuré, raisonné. Les conséquences de ces échecs sont graves ; les mathématiques, en effet, ont pris une place de plus en plus grande dans la civilisation et la culture contemporaines ; de plus, les ignorer, c'est se priver d'habitudes de pensée, de procédés de compréhension et de raisonnement infiniment précieux ».

Nous nous trouvons donc en présence de la constatation par des personnes autorisées d'un grave échec de l'enseignement des mathématiques au 1^{er} et au 2^e degré.

Chez beaucoup d'élèves apparaît un trouble du comportement affectif qui se traduit par un mépris définitif pour tout

ce qui est chiffré, mesuré, raisonné. Ce trouble finit par s'accompagner du blocage de toute activité scientifique. Il mériterait une analyse minutieuse afin de mettre en évidence les facteurs de sa naissance et de son développement. Néanmoins, dans les limites de ce rapport, je m'en abstiendrai pour me contenter de signaler qu'il se développe progressivement dès l'entrée des enfants au cours préparatoire.

Sans doute, il n'atteint pas dès l'Ecole primaire l'acuité sous laquelle il se présente dès la classe de 3^e, cependant on peut en observer des prodromes nettement accusés chez certains élèves dès qu'ils entrent au cours moyen et même dès la 2^e année du cours élémentaire. Ces prodromes se manifestent à ce moment surtout dans l'ordre intellectuel avant de déborder dans le champ de l'affectivité.

Beaucoup d'élèves ayant acquis la technique des 4 opérations ne savent pas les utiliser. Ils ne sont pas mis en possession d'une méthode à leur portée, leur permettant de trouver facilement la nature et la suite des opérations qui donnent la solution numérique des problèmes qui leur sont posés, dès que ces problèmes portent sur des événements nouveaux ou même lorsqu'ils sont énoncés en termes inaccoutumés. Au surplus, la structure mentale qui a été conférée aux élèves par l'Ecole traditionnelle, s'oppose à ce qu'ils aient recours aux tâtonnements (expériences tâtonnées, calculs de tâtonnements) qui pourraient les amener au but cherché.

Les réflexes dont ils sont dotés ne leur ouvrent pas de voie capable de les mener au succès. Enfermés dans des constructions verbales coupées des réalités sensibles, ils tendent à chercher exclusivement la nature des opérations à faire, dans les textes des problèmes. C'est ce qui explique qu'en usant habilement des termes « reste » et « non plus », on parvient à leur faire poser une soustraction là où il fallait une addition et vice-versa.

Quant à la détermination de la suite des opérations à effectuer, l'Ecole traditionnelle ne donne également aucun moyen pratique pour la grande majorité des enfants. Certains pédagogues préconisent les méthodes progressives ou régressives. Toutes les deux sont basées sur la connaissance préalable des relations numériques qui constituent le but à atteindre et non un point de départ.

Il est facile de s'en rendre compte en posant aux élèves, des problèmes dont les solutions reposent sur des relations inconnues d'eux comme ceux par exemple où il faut fragmenter un ensemble connu d'objets, de choses ou d'étalons de mesure en deux ou plus de deux parts inégales entre lesquelles existent des relations données (différences ou rapport connu). Dans ce cas, et dans tous les cas analogues, les méthodes progressives et régressives s'avèrent complètement inefficaces. Le fait est bien connu et on a dû avoir recours aux graphiques

qui traduisent en figures géométriques linéaires simples les relations données dans les énoncés des problèmes en langage courant.

En fait, les élèves, dans leurs recherches de cette suite d'opérations, se basent encore sur les textes des énoncés. Aussi, en donnant à ces énoncés des formes inaccoutumées, on les met dans le plus grand embarras.

Ajoutons que même si l'on parvenait, auprès de tous les élèves, à leur faire déduire d'emblée de l'énoncé des problèmes, la suite et la nature des opérations arithmétiques à effectuer, c'est-à-dire, à tirer, de prime abord de ces énoncés, les formules numériques donnant les solutions, il faudrait rechercher une autre manière de faire ; car, munis de cette méthode verbale, les élèves resteraient impuissants devant les problèmes, nécessairement sans énoncés, posés par les circonstances inconnues des faits de la vie.

L'échec subi par l'Ecole traditionnelle en ce qui concerne la question de la suite et de la nature des opérations nécessitées pour la solution numérique des problèmes, est reconnu par certains centres d'examen pour le moins, où l'on évite l'insuccès des élèves en posant des questions intermédiaires qui précisent le point de départ, et jalonnent la route d'accès à la question finale ».

Ph. Rogerie

II. — LE DÉCALAGE DE L'ÉCOLE PAR RAPPORT AU MILIEU TECHNIQUE DE NOTRE ÉPOQUE.

Il est catastrophique.

Il y a cinquante ans à peine, on pouvait vivre très normalement sa vie sans qu'intervienne, sauf à de très rares circonstances, la manie calculatrice qui a aujourd'hui envahi le monde.

C'était le temps où la montre n'était pas encore un outil indispensable, pas plus que la connaissance élémentaire des éléments du calcul : le chronomètre n'était encore qu'un outil de laboratoire ; les services publics qui nécessitent rétribution ou paiement de tickets n'étaient encore qu'embryonnaires ; le troc restait d'un usage courant pour l'acquisition de certains produits de première nécessité. L'espace et le temps avaient encore une dimension humaine que les I.B.M. ont aujourd'hui domestiquée et annihilée.

C'était l'époque paisible où les gens comptaient encore, comme à l'Ecole, avec des barres ou des cailloux. J'ai encore vu au début du siècle, les joueurs de boules marquer les points en entaillant une baguette, tout comme le faisaient les boulangers avec leurs clients. Rares étaient les adultes qui savaient faire multiplications et divisions, opérations qu'ils effectuaient d'ailleurs lorsqu'ils en avaient besoin, par des procédés ancestraux à base d'addition ou de partage, curieusement semblables parfois à certaines techniques des calculatrices électroniques.

Or, depuis, et plus particulièrement au cours des dix dernières années, une véritable révolution s'est produite qui change totalement les données des problèmes qui nous sont posés et dont la solution rend urgente la modernisation de cet enseignement, objet de la présente étude.

Les nombres et les calculs sont désormais partout, à chaque heure de notre journée, à chacun de nos gestes

sociaux : de la flûte de pain qu'on achète, du chewing-gum au journal illustré jusqu'au prix de l'essence et des tickets d'autobus, à l'achat des livres, au chronométrage des exploits sportifs, au minutage des stations radio et télévision, le nombre nous domine et il serait vain de penser que nous pourrions encore nous dégager de son emprise.

Savoir estimer et calculer, comparer fiches et nombres, vérifier des comptes et opérer des paiements deviennent de ce fait une inéluctable nécessité au même titre qu'apprendre à lire et à écrire. Mieux encore : avec la radio et la télévision, avec les journaux et les livres qu'envahit l'image, un homme peut fort bien s'adapter à son milieu même s'il ne sait pas s'exprimer oralement ou par écrit. Il sera un infirme s'il ne sait ni compter, ni calculer.

IV. — LE CALCUL VIVANT.

Le mot a fait fortune comme se sont imposées déjà à la pédagogie les notions de texte libre, de journal scolaire, de correspondance, de plans de travail, de conférences, de dessin libre que nous avons mises à l'honneur.

Nous introduisons de ce fait une donnée nouvelle — un levain — dans le circuit de la vieille pédagogie. Nous voulons, nous, que ce levain y joue pleinement son rôle pour faire lever la pâte.

Mais il est des pédagogues qui, sans contester les vertus de ce recours à la vie, voudraient bien n'y faire appel que comme à un timide adjuvant, comme à un complément nouveau à l'ancienne pédagogie.

C'est ainsi que M. Ischer, directeur des Etudes Pédagogiques à l'Ecole Normale de Neuchâtel, en Suisse nous écrivait :

« On n'apprend pas l'arithmétique par les problèmes de vie mais dès qu'une notion est assurée, on l'exerce et on la répète par des problèmes de vie ».

M. Ischer considère donc ici l'acquisition des mécanismes qui n'ont que faire en effet des problèmes de vie. Mais quelles sont ces notions assurées ou à assurer ? Et n'est-ce pas d'abord le milieu ambiant qui doit nous fournir les éléments de calcul, et donc poser les vrais problèmes, porteurs des seules notions qui méritent d'être étudiées ? Hors de cette expérience vivante, il n'y a que mécanismes et conditionnements et nous en avons dit les dangers.

C'est toujours le même différend dont nous avons déjà débattu dans notre brochure sur l'enseignement des sciences (1). Il y a deux tendances :

— *La scolastique* qui présente aux enfants des règles, des principes et des lois qui sont comme préétablis, sûrs et définitifs et qu'on doit admettre en tous cas comme les dogmes que l'Eglise place à l'origine de toute foi.

Tout ce qu'on peut dire, c'est que le procédé n'est nullement scientifique mais plutôt dogmatique et que nous nous méfions du dogme, ne serait-ce que pour la déplorable habitude de servitude qu'il imprime aux esprits.

(1) B.E.M. n° 11 - 12

Les scolastiques disent donc, en sciences comme en calcul : voici les lois à admettre et à apprendre ; nous allons maintenant pourvoir aux exercices et aux expériences qui vous permettront d'en saisir la portée.

La sanction de cette erreur est immédiate : les enfants ne se plient que de très mauvaise grâce à ces obligations ; ils n'entrent qu'à regret dans cette maison qui n'est pas la leur puisque c'est vous qui en avez choisi l'emplacement et monté les murs.

C'est comme si vous disiez à votre enfant enthousiaste devant le bout de champ qui lui est échu : « Voici ton jardin. Je vais le bêcher, y planter pommes de terre et salades car tu ne saurais pas le faire selon les règles ; tu les soigneras et les arroseras pour les faire pousser ». On ôte à l'enfant ce qui justement le passionne comme étant à l'origine de la création et de la vie.

— *La méthode naturelle* rétablit les processus normaux. Aucune règle imposée d'avance, mais observations et expériences à même la vie, problèmes posés dont nous chercherons ensemble les solutions et qui, à travers l'inquiétude salutaire susciteront la recherche des principes et des lois.

Nous savons que, pour convaincre les scolastiques au bien fondé de telles pratiques, il nous faudra d'abord leur faire admettre la supériorité des processus de tâtonnement expérimental sur une pseudo science qui autorise, prépare et entretient des techniques scolaires abêtissantes et mortes. C'est une question que nous continuerons à étudier dans notre revue *Techniques de Vie*, au cours de nos colloques et de nos Congrès.

Les pratiques sont suffisamment connues ; elles s'étalent dans des milliers de manuels scolaires ; elles nous ont endormis et égarés. La démonstration est suffisante. Il nous faut chercher mieux.

Nous montrerons, dans la deuxième partie de cette étude, le cheminement et les techniques de la méthode naturelle de calcul. C'est par l'expérience pratique que nous mesurerons la valeur des théories.

V. — L'INTUITION.

D'une précédente publication de l'Ecole Moderne, nous extrayons cette excellente présentation par M. Beaugrand, de quelques principes de la *méthode naturelle de calcul* :

« *La pensée n'acquiert sa valeur que par sa lutte avec le réel* ».

Quels buts visons-nous avec notre méthode de calcul ?

Quand sommes-nous satisfaits ?

Il nous semble que nous avons atteint notre but quand, face aux problèmes, dans la majorité des cas, la majorité de nos élèves donnent une réponse aussi rapide que sûre, comme si leur esprit était tout à coup illuminé d'une lueur fulgurante.

C'est ce que nous appelons l'intuition mathématique.

Qu'est-ce que l'intuition mathématique ?

Est-ce essentiellement un phénomène mystérieux qui se situe en dehors de la nature ?

Ou bien au contraire est-elle le couronnement du travail de chacun et aussi des générations précédentes ?

Dans ce cas, comment la cultiver ?

Quelle est la part du maître ?

Quelle est la part de l'élève ?

Si l'intuition mathématique — l'intuition en général — présente des caractères mystérieux, elle n'en est pas moins, nous disent les psychologues, et l'expérience semble nous le prouver, le résultat de tout travail conscient et inconscient.

« *Si l'on trouve sans chercher, c'est qu'on avait cherché sans trouver* ».

« *Le travail inconscient*, écrit Poincaré, *n'est possible et, en tous cas, n'est fécond que s'il est d'une part précédé et d'autre part suivi d'une période de travail conscient* ». Ces inspirations subites — et les exemples que j'ai cités le prouvent suffisamment — ne se produisent qu'après quelques jours d'efforts volontaires qui ont paru absolument infructueux et où l'on a cru ne rien faire de bon, où il semble qu'on a fait totalement fausse route.

Il me semble que nous, instituteurs, nous avons trop tendance à attendre du travail conscient des résultats immédiats et à ne pas miser suffisamment sur le travail inconscient. Les témoignages des grands mathématiciens prouvent que les éclairs d'intuition se font souvent longtemps après les recherches conscientes, alors qu'ils sont parfois découragés par leur insuccès. C'est que, entre ce travail conscient et l'éclair d'intuition, il s'est produit dans leur esprit un lent travail de décantation et de maturation.

Mais il semble bien que ce travail inconscient, davantage que le travail conscient, ne peut se faire sans une adhésion de l'individu, avec renouvellement de cette adhésion aux moments où la recherche quitte pendant quelques temps l'inconscient pour le conscient.

Comment donc obtenir de l'enfant une participation, sinon totale du moins partielle, à ce travail de recherche ?

— En libérant son esprit des soucis et de la peur des notes, compositions, classements, de la peur du maître et des camarades.

— En lui faisant sentir plutôt qu'en lui expliquant que ce travail est indispensable parce qu'il nous arme dans la lutte pour la vie. Le calcul tel que nous le concevons, qui consiste à résoudre les problèmes que nous posent notre milieu et le monde en général, y concourt autrement bien sûr, que les problèmes des manuels.

— En lui faisant sentir que cette recherche est exaltante, qu'elle satisfait le besoin de dépassement qui est, plus ou moins apparent, en chacun de nous.

C'est donc un climat qu'il faut créer dans la classe, comme nous avons créé un climat d'expression libre.

Si le maître sait se décontracter, s'il est, sans l'afficher, un exemple de dépassement, s'il sait utiliser l'enthousiasme de ses élèves les plus doués, la majorité de la classe sera vite gagnée.

Mais il est indispensable que notre école soit, là comme ailleurs, l'école de la réussite et non l'école de l'échec. Pour

que chaque enfant fasse son chemin, il faut d'abord l'aider à trouver les pistes qui lui conviennent.

Aussi évitons-nous les longues analyses systématiques qui imposent à tous la même piste et attachons-nous une grande importance à l'abondance et à la variété des histoires chiffrées et des brevets.

VI. — L'ANALYSE.

Entendons-nous bien : nous ne rejetons pas les analyses un peu poussées qui sont les réponses aux « pourquoi » et aux « comment » sans lesquels il n'y a pas de véritable formation de l'esprit.

Les films au ralenti nous permettent de mieux saisir le saut d'un cheval ou la foulée d'un coureur. De même, les analyses méthodiques des problèmes mettent en lumière la démarche de la pensée et par là aident les techniques. C'est indispensable. Mais ne soyons pas ces cinéastes qui abuseaient des films au ralenti dans leurs programmes.

Il va sans dire que nous nous élevons contre l'analyse par leçons dogmatiques du maître qui aboutissent à des raisonnements types que tous les élèves doivent obligatoirement employer.

Nous nous étions rabattus, faute de mieux, sur le dialogue maître-élèves, le maître interrogeant, les élèves répondant. Freinet a longuement montré, au cours de ses ouvrages, combien cette méthode est nuisible au développement mental de l'enfant. En face d'un adulte qui donne l'impression de tendre des pièges, l'enfant se sent diminué, quelquefois humilié et, souvent il perd ses moyens.

C'est notre ami Bersol qui, le premier, a eu l'idée d'une méthode vraiment dans l'esprit de l'École Moderne. Avec ses petits du Cours Préparatoire, il applique la méthode des exposés que nous utilisons dans les autres enseignements mais que nous n'avions pas l'idée d'appliquer au calcul. En face d'un problème, les élèves réfléchissent, puis les volontaires viennent tour à tour au tableau, craie en main, exposer leurs procédés de résolution. Questions des autres. Critiques.

Ainsi, jour après jour, tout naturellement, le maître suit la formation de l'esprit chez ses élèves.

Notre processus est le même que celui des adultes en face d'un problème scientifique ou mathématique :

1° - Recherches personnelles caractérisées par un souci d'économie et d'originalité.

2° - Travail collectif de confrontation des différentes solutions avec exposés, critiques et choix.

3° - Amélioration de la solution choisie :

— par le travail personnel d'abord,

— par le travail collectif ensuite.

4° - Généralisation.

VII. — LA GÉNÉRALISATION.

Nous insistons : éviter les généralisations hâtives et systématiques.

En calcul comme en lecture, comme en sciences, faire des rapprochements et des analogies tant que l'enfant n'a pas effectué un nombre suffisant d'expériences, c'est aller à rebours de la formation de l'esprit.

Résolvons donc beaucoup de problèmes vivants, observons les démarches de la pensée chez nos élèves. Et ne soyons pas pressés. Le souci d'économie amènera vite les plus doués à classer les faits mathématiques, à essayer de dégager des lois. Le maître aidant, les autres prendront aussi le chemin des principes et des formules.

Nous ferons alors par exemple des séances de synthèse au cours desquelles nous rechercherons, dans la multitude de nos histoires chiffrées, celles qui renferment la même notion, nous efforçant de dégager ce qu'elles ont de général et de particulier.

Nous verrons que les brevets provoquent tout naturellement ces séances de synthèses indispensables.

Plus de ces conditionnements comme nous en voyons encore : chaque fois que tu vois « de plus » tu additionnes, chaque fois que tu vois « de moins » tu soustrais... Plus de formules apprises par cœur.

Avec des élèves à l'esprit ouvert, elles viendront en leur temps, et alors elles se graveront dans la mémoire.

Nous allons essayer de donner quelques exemples :

Dans notre classe, des enfants de 8-9 ans, formés suivant notre méthode de calcul, se trouvaient pour la première fois en présence d'un champ en forme de trapèze. Ils ne connaissaient pas la formule du trapèze. Ils n'ont pas eu recours au manuel. Ils se sont débrouillés, transformant le trapèze en rectangle. Il a été facile, après plusieurs cas semblables, de leur faire trouver la formule.

La part du maître prend parfois un aspect bien particulier. Un jour, dans je ne sais plus quel problème pratique, ils avaient à calculer un angle dans un triangle dont ils connaissaient déjà les deux autres angles. Je les arrête :

— *Ne cherchez pas, c'est... tant.*

Ils mesurent. C'est exact.

— *Comment qu'vous faites ?*

— *Tracez un autre triangle... etc...*

Je leur explique que la somme des trois angles d'un triangle est toujours de 180°. Ça leur paraissait bizarre.

— *Et si on fait deux tout petits angles ?*

— *Et si on en fait un tout tout grand ?*

Ils sont restés longtemps après l'heure, traçant sur les tableaux les triangles les plus invraisemblables, mesurant les angles, car ils voulaient à tout prix trouver des exceptions pour faire crouler la règle. Ils se sont finalement inclinés, sportivement. Inutile de dire qu'ils se rappellent et se rappelleront toute leur vie, on ne le leur demande pourtant pas, que la somme des trois angles d'un triangle est 180°.

Qu'on ne nous fasse surtout pas dire que nous voulons tout faire passer par la redécouverte. Quand l'enfant généralise spontanément, nous ne le freinons pas, bien au contraire.

Et vers douze ans, alors que les Instructions nous demandent d'aborder les problèmes concrètement, nous allons plutôt au contraire vers l'abstraction parce qu'à ce moment-là l'esprit de l'enfant est mûr pour cela. Et il nous arrive de temps en temps, avec nos meilleurs élèves d'avoir recours à l'algèbre pour résoudre des problèmes difficiles, ce qui les enthousiasme.

M. BEAUGRAND.