

**Les dossiers
pédagogiques**

l'éducateur

ICEM · FIMEM

Pédagogie Freinet

60-61

**UN TRIMESTRE DE MATHÉMATIQUE LIBRE
AU COURS ÉLÉMENTAIRE 2^{ème} ANNÉE**

2^{ème} PARTIE

●

par Paul LE BOHEC

SUPPLÉMENT
*au numéro 1 du
15 septembre 1970*

Dans la même collection :

« DOSSIERS PÉDAGOGIQUES »

des numéros pour votre documentation mathématique :

- 22 : Expérience de raisonnement mathématique à l'Ecole maternelle
- 28-29 : Expériences d'initiation au raisonnement logique
- 41-42-43 : Initiation au raisonnement logique à l'Ecole maternelle
- 46-47-48 : Une expérience de mathématique libre dans un CE1
- 56-57-58 : Un trimestre de mathématique libre au CE2 (I)

autres numéros sur les mathématiques :

- 15-16 : Mathématiques au Second degré
- 32-33 : L'enseignement mathématique au Second degré
- 36-37 : Calcul et mathématique au CM et en classe de Transition
- 53 : Transformations et matrices

Dans la collection BEM (Bibliothèque de l'Ec. Moderne)

- 13-14 : L'enseignement du calcul



STRUCTURES DE VIE STRUCTURES MATHÉMATIQUES

livrets d'information pour les maîtres

Ces livrets ne prétendent pas suffire à votre information mathématique. Ils ne vous dispenseront pas de la lecture des livres d'initiation mathématique.

Ils ne sont pas non plus des leçons modèles. Ce n'est pas parce que telle notion a été introduite de telle façon que vous devez en faire autant.

Ils désirent simplement vous montrer qu'il est possible, à partir de situations familières, concrètes ou abstraites, de permettre aux enfants d'expérimenter, de raisonner, de construire des concepts mathématiques.

La vie de tous les jours et l'imagination des enfants nous semblent assez fécondes pour leur permettre une expérimentation d'une richesse inépuisable ; c'est pourquoi nous ne pensons pas que le recours à un matériel et à des jeux artificiels soit indispensable.

Le vocabulaire introduit est destiné avant tout au maître qui doit davantage s'efforcer de sensibiliser ses élèves aux concepts mathématiques que de leur apprendre des mots et des définitions qui ne reposeraient pas sur une expérimentation réellement vécue.

Ces livrets de 16 pages paraissent par séries de 5 à partir de la rentrée 1970.
1^{re} série (n° 1 à 5) : 1) Les ensembles - 2) Algèbre des ensembles - 3) Les relations
4) Propriétés des relations - 5) Fonctions et applications.

2^e série (n° 6 à 10) : Lois de composition - Structures, groupes - Isomorphismes - Transformation du plan - Dénombrements.

Tous autres renseignements : CEL - BP 282 - 06 - CANNES

PIERRICK
ET
LA MATHÉMATIQUE

Un trimestre de mathématique libre

au CE 2



2^{ème} partie

DÉCEMBRE 1968

DU MEME AUTEUR :

Une expérience de mathématique libre au CE1
(Dossier pédagogique n° 46-47-48)

Rémi à la conquête du langage écrit

— tome I (178 pages)

— tome II (248 pages)

— tome III (224 pages)

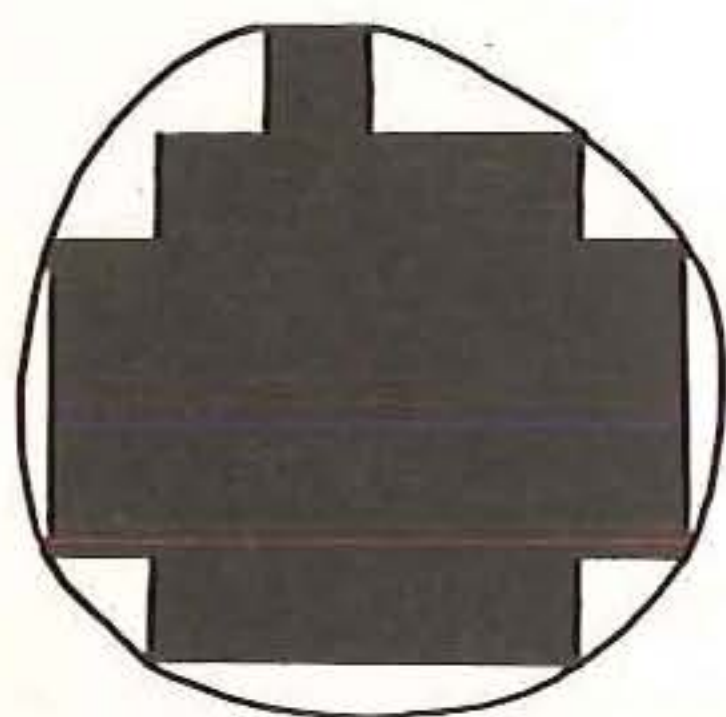
(Collection « Documents de l'ICEM »)

La première partie de cette édition est parue dans la même collection, sous le n° 56-57-58. (la brochure : 3,50 F)

Vous pouvez vous procurer ce numéro en vous adressant à la :

C.E.L. BP 282 - 06 - CANNES

3 DECEMBRE



Encore un calcul d'aire ; mais cette fois sur une figure arrondie.

Pierrick s'inspire ici d'un petit du CE1, Philippe, qui s'est amusé à chercher des carrés dans un rond. Alors, nous avons écrit que l'aire était plus grande que 24 carrés sous cette forme : $24 < \text{Aire}$. Et cela nous donne la notion de limite inférieure.

Je crois me souvenir que c'est à cette époque qu'a démarré cette histoire de calcul de l'aire par recouvrement d'objets à l'aide de pierres de mosaïque (« carrelages » de $2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$). Josiane, Edith, Pierrick ont été

les plus intéressés par ce calcul. Ils se saisissaient de n'importe quel objet (morceau de carton, brosse du tableau, morceau de bois) et ils effectuaient deux calculs. Ils cherchaient d'abord « combien dedans », ce qui donnait la limite inférieure et « combien dessus », c'est-à-dire combien il fallait de pierres pour que l'objet soit complètement recouvert. Et c'était la limite supérieure. Ils disaient : dedans 24 et dessus 44. Et nous écrivions $24 < \text{Aire} < 44$. L'aire était comprise entre ces deux nombres. Ces trois enfants étaient acharnés à ce travail. Et quand c'était à leur tour d'aller à l'atelier de mesures, ils dédaignaient les capacités, les poids, les longueurs, l'argent pour aller aux calculs d'aires. Vraiment ce tâtonnement *réel* (et non seulement figuré par dessin et quadrillage) est excellent car, alors, la main et l'œil interviennent. Avant d'être une abstraction, c'est d'abord une sensation. Et souvent quand la main fait, la main sait. Et l'esprit suit.

(B)

$$\begin{array}{r|l} 54321 & 3 \\ 24 & 18107 \\ 03 & \\ 021 & \\ 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 6543210 & 4 \\ & \end{array}$$

C'est bien ce qu'il me semblait. Pierrick a voulu commencer l'étude des divisions par 2 — (30-11). Maintenant il s'attaque aux divisions par 3 et 4.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
10	11	12	13	14	15	16	17	18									
19	20	21	22	23	24	25	26	27									
28	29	30	31	32	33	34	35	36									
37	38	39	40	41	42	43	44	45									
46	47	48	49	50	51	52	53	54									
55	56	57	58	59	60	61	62	63									

Une fois de plus, Pierrick voulait faire une grande chose. Mais il s'est ravisé. Pourquoi ? Parce qu'il s'est brusquement souvenu que, ce qu'il voulait faire, c'était un quadrillage à 9. Qui lui a donné cette idée ? Ginette qui s'est mise hier à « quadriller à 9 ».

Je ne savais pas quand ce quadrillage serait apparu. Et même s'il serait un jour apparu. D'ailleurs je ne m'en souciais pas, mais pas du tout. Non, je vis dans le présent, uniquement dans le présent. Et mon front n'est jamais lourd de machiavéliques desseins. Je m'efforce simplement de tout recevoir au mieux. Et quand j'ai vu le carnet de Ginette, je me suis souvenu. J'ai dit aux enfants :

« Nous avons déjà vu le quadrillage à 2. Pourquoi est-il intéressant ?

— A cause des pairs et des impairs c'est la classe 0 et la classe 1 (modulo 2).

— Et le quadrillage à 10 ? — On voit les dizaines.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
11 12 13
21

C'est 11 parce que c'est 1 rangée de 10 et 1
et 21 2 rangées de 10 et 1

— Et le quadrillage à 7 ?

— Celui-là c'est le quadrillage des semaines.

Eh ! bien le quadrillage à 9 de Ginette est très très intéressant. Mais je ne vous dirai pas pourquoi. — Oh ! si dites-le nous monsieur. — Eh ! bien observez. — Oh ! moi je vois, dit Jean-Paul. Les 10, les 20, les 30 ça descend. — Tiens tu es tombé du premier coup sur ce que je voyais. Mais est-ce qu'il n'y a pas autre chose ? — Oh ! si, dit Philippe du CE1, le 40 est dans la ligne qui a le 4 en haut. — Oui, dit Yvon, et le 50 est dans la ligne du 5. — Oui dans la colonne du 5. — C'est bien simple, dit Pierrick : ils sont tous dans leur colonne : ça correspond. »

Je pose la question : « Pourquoi ? Comment cela se fait-il ? Regardez le 10.

— C'est 1 bande de 9 + 1 carreau. C'est la famille reste 1. — Le 20 c'est 2 bandes + 2, c'est la famille reste 2. — Ils sont tous dans leur famille. — Ou encore ? — Dans leur classe. — Quelles classes ? — Les classes 1, 2, 3 ... ».

Certains enfants savent ce que j'attends : j'attends qu'ils disent classe 9.

Mais non, la plupart savent qu'il ne faut pas dire classe 9 mais classe 0 car les multiples de 9 donnent pour reste 0. C'est la classe résiduelle 0 (résidu = reste).

— Est-ce qu'on peut additionner les classes entre elles ?

Là, je l'avoue, je déroge pour la première fois peut-être à ma ligne de conduite de ne rien pousser à fond. Mais c'est que je me trouve dans un domaine dans lequel je dois me soucier de l'avenir. Car certains enfants explorent déjà à fond le monde des multiplications. Et je sais que l'an prochain, ils auront à faire la preuve par 9, mécaniquement. Alors je veux profiter de l'occasion que nous offre Ginette avec son quadrillage par 9 pour faire comprendre cette preuve.

40 et 10 sont dans quelles classes ? $\dot{4}$ et $\dot{1}$ $\dot{4} + \dot{1} = \dot{5}$ et justement : $40 + 10 = 50$ — et 50 c'est la classe 5. — Et 100 c'est classe $\dot{1}$ et 200 ? classe 2. 220 c'est $200 + 20$ et $\dot{2} + \dot{2} = \dot{4}$ 223 correspond à $\dot{2} + \dot{2} + \dot{3}$ et 347 ? $\dot{3} + \dot{4} + \dot{7} = \dot{14}$ mais 14 c'est $10 + 4$ donc $\dot{1} + \dot{4} = \dot{5}$

On arrive à la loi.

Pour trouver la classe (modulo 9) d'un nombre on additionne les chiffres jusqu'à ce qu'on n'ait plus qu'un chiffre.

Pour la multiplication ça marche également (je vous fais grâce de la démonstration).

Je leur dis : « Quand on multiplie 347 par 22, on multiplie un nombre ? — classe 5 par un nombre ? — classe 4. Cela devrait donner un nombre $\dot{5} \times \dot{4} = 20 \rightarrow \dot{2}$. Effectuons l'opération et vérifions... ça marche. »

Nous en sommes restés là pour l'instant. Au second trimestre, lorsque j'insisterai davantage sur les opérations (il faut bien que je me soucie du programme classique puisque l'an prochain ce programme n'aura pas encore changé), les enfants utiliseront la preuve par 9 en sachant ce qu'ils font. Mais ils auront à découvrir que cette preuve peut nous indiquer seulement la certitude de la non-justesse de l'opération.

Je ferme vite cette parenthèse dans mon expérience si pure. Mais je me suis mis un instant dans la peau de l'instituteur que je serai au second trimestre : c'est-à-dire moins totalement détaché et plus anxieux des résultats que je dois obtenir. J'ai d'ailleurs l'impression qu'avec certains enfants je pourrai continuer à faire de la mathématique libre car je serai assez vite rassuré à leur sujet.

$$(B) \quad \begin{array}{rcl} \dot{10} + \dot{19} & = & \dot{3} \\ \dot{19} - \dot{10} & = & \dot{9} \\ \dot{19} - \dot{9} & = & \dot{10} \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} \dot{55} + \dot{60} & = & \dot{70} \\ \dot{5} + \dot{6} & = & \dot{2} \\ \dot{6} + \dot{8} & = & \dot{5} \end{array}$$

Cette addition de classes dans le modulo 9 ayant plu à Pierrick, il reprend l'affaire. Mais la critique lui permet de préciser la notion de classe. Par exemple on n'écrit pas 60 car 60 appartient à la classe 6 ($60 \in \dot{6}$). En cherchant les nombres qui appartiennent à cette classe 6 on trouve : 6 — 15 — 24 — 33 — 42 — 51 — 60. Et on a coutume de prendre le premier nombre de la suite pour donner un nom à la classe. (Il s'est trompé 10 + 19 cela donne 2.)

Dans la première partie, Pierrick a essayé de réaliser une sorte de « tiercé » des classes analogues au tiercé $a + b = c \rightarrow c - b = a \rightarrow c - a = b$.

Voyons ce que cela donne :

$$\begin{array}{l} 10 + 19 = 29 \quad \text{soit} \quad \text{reste } 1 + \text{reste } 1 = \text{reste } 2 \quad (\text{modulo } 9) \\ \text{et naturellement} \quad 29 - 19 = 10 \quad \text{et} \quad 29 - 10 = 19 \\ \text{on peut écrire} \quad \dot{2} - \dot{1} = \dot{1} \quad \text{et} \quad \dot{2} - \dot{1} = \dot{1} \end{array}$$

Le « tiercé » marche donc aussi avec les classes.

$$5\dot{5} + 6\dot{0} = 7\dot{0} \text{ c'est } (\dot{1} + \dot{6} = \dot{7}) \text{ Mais il aurait mieux valu écrire :}$$

$$\begin{array}{r} 55 + 60 = 115 \\ \dot{1} + \dot{6} = \dot{7} \end{array}$$

Voyons maintenant :

$$\begin{array}{l} \dot{5} + \dot{6} = \dot{2} \quad \text{En effet } 5 + 6 = 11 \text{ et } 11 \text{ donne } \dot{1} + \dot{1} = \dot{2} \\ \dot{6} + \dot{8} = \dot{5} \quad \text{Oui } 6 + 8 = 14 \text{ et } 14 = 10 + 4 \text{ donc } \dot{1} + \dot{4} = \dot{5} \end{array}$$

L'enfant a vraiment compris.

Je ne sais pas si nous reviendrons à ces classes d'équivalence modulo 9. Mais l'essentiel est qu'elles soient solidement accrochées.

La preuve par 9 dit quand l'opération est mauvaise. Mais elle ne nous dit pas si elle est bonne. Par exemple, s'il y a un décalage dans les produits partiels la preuve par 9 ne révèle pas l'erreur. L'utilisation de la notion de classes résiduelles permettra aux enfants de s'expliquer cette anomalie lorsqu'ils seront confrontés avec elle.

Lorsqu'on décale les produits partiels à droite ou à gauche, on divise ou on multiplie par 10 (ou par 100) donc par des nombres de la classe 1 (modulo 9). Et 1 c'est un neutre, il ne change rien au résultat $7 \times 1 = 7$. Et c'est pour cela qu'on ne s'aperçoit pas de l'erreur.

(C)

/	2	3	4	5	6	7	8
/	2	3	4	5	6	7	'''
							''

C'est curieux comme tous les événements de la classe de maths : découvertes des camarades, discussions, critiques laissent aussitôt une trace sur le carnet de Pierrick. Je ne savais pas en choisissant de le suivre que je mettrais la main sur un secrétaire fidèle des séances de notre académie. Je ne pouvais le savoir puisque l'an passé nous n'avions pas du tout travaillé de cette façon. J'ai eu vraiment la main heureuse. Je dois signaler que ses camarades sont beaucoup moins sensibles à ce qui se produit. Certains enfants restent plus attachés à des domaines préférentiels. C'est le cas de Yvon le fils de menuisier dont nous avons déjà parlé. C'est un enfant du CE1. Il m'étonne cet Yvon, un peu étrange et passionnant. Il a en particulier mordu à l'électricité d'une façon étonnante. Pour Noël, à l'école, il avait demandé,

comme six de ses camarades, une boîte d'électricité (2 piles, des pinces crocodiles, des fils, des ampoules). Et non seulement, il a travaillé avec énergie avec sa boîte, mais il a parfaitement représenté tous ses montages. Et il est passé au stade complémentaire, c'est-à-dire qu'il commençait par dessiner des montages et il en vérifiait la justesse avec le matériel. Il avait donc inventé un langage qui permettait de transcrire le réel et d'y retourner.

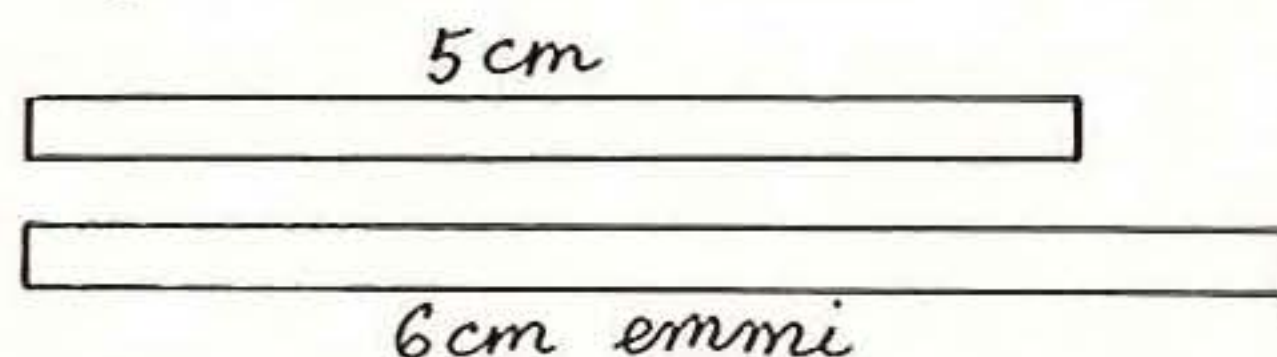
Yvon est un réaliste, un pratique : il conduit le tracteur, il s'occupe de ses chiens, il va à la chasse.

Je vous parle d'Yvon comme je vous aurais parlé de n'importe quel autre élève. J'ai voulu montrer combien les personnalités sont différentes et comment chaque groupe-classe est constitué d'une mosaïque de tendances telle que chacun peut s'épanouir librement au milieu d'un apport constant de documents, d'éléments de réflexions, de critiques, d'ouvertures surprenantes, etc.

La création C de Pierrick s'appuie sur le travail d'Yvon (voir 25-11 : les mini-mâtres). Ici, pour introduire le millimètre, nous avons rappelé nos références pour les mesures de longueurs. Denis avait mesuré le couloir et la classe avec le mètre. Pour le décimètre, nous avons toutes les réglettes Cuisenaire de la classe (dont l'unité est le carré de 1 dm de côté). Le cm a été plusieurs fois introduit par divers enfants à diverses occasions. J'avais soin de rappeler à chaque fois que lorsque l'objet à mesurer est plus petit que l'unité habituelle on tourne la difficulté en prenant une unité 10 fois plus petite. Et nous sommes arrivés à la nécessité du millimètre qui n'est pas un mini-mâtre (nouveaux rires ; on ne perd aucune occasion).

Mais l'idée d'Yvon avait été reprise le lendemain par Ghislaine. L'atmosphère était aux mesures puisque de son côté Jean-Paul avait subitement écrit un problème : *« J'ai une plaque de 1 m². Je veux savoir combien on peut en mettre dans une maison de 5 m. »*

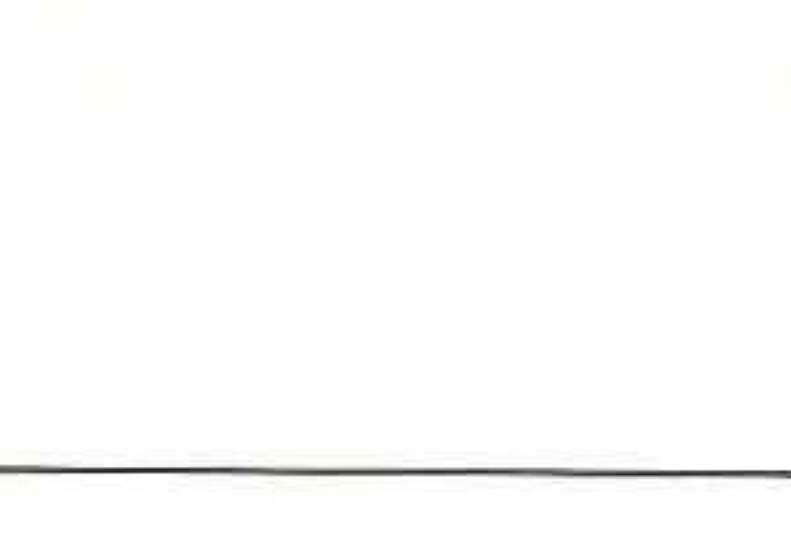
Mais revenons à Ghislaine qui a écrit :



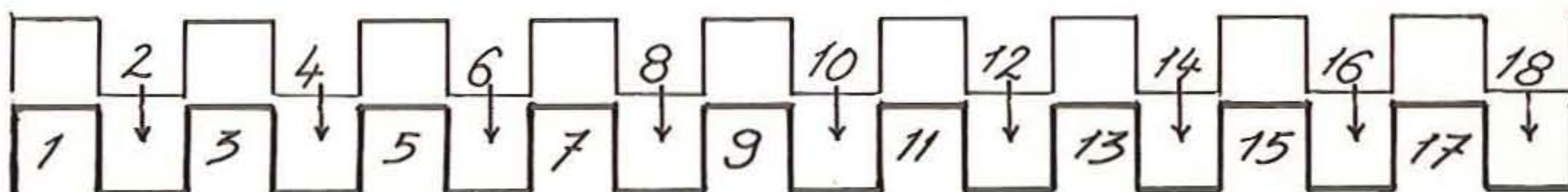
Ce qui signifie 6 cm et demi.

On pourrait croire que le rôle fixé à Ghislaine par le destin c'est d'être introductrice d'erreur. Car Ghislaine, très créatrice sur le plan personnel est rarement du premier coup dans le circuit de ses camarades. Et ce sont justement les écarts de ses réalisations qui introduisent chez nous les déséquilibres si nécessaires à la marche en avant. Sur le plan des mathématiques l'erreur est également féconde. Mais cette fillette ne commet pas que des erreurs. Elle a souvent des trouvailles étonnantes, des idées géniales.

Ghislaine a ainsi repris l'idée d'Yvon. Et Pierrick prend à son tour le relais. Mais outre la notion de mesure qui est par accident peut-être plus précise qu'on ne le croit (1 côté de carreau de carnet = 0,5 cm. 2 carreaux = 1 cm) Pierrick a introduit le tiercé des longueurs Grand — Moyen = Petit.



(E)



Je vois bien maintenant que j'aurais dû retenir également cette création de Pierrick qui nous aurait permis d'introduire les correspondances, les fonctions, la mathématique sagittale. Mais ce jour-là, je n'avais vu que l'addition des classes qui était aussi très intéressante. Je prends garde de ne pas trop m'arrêter à plusieurs créations d'un seul élève. Je ne le fais qu'exceptionnellement (c'est d'ailleurs vrai pour toute création : texte libre, danse, etc.). Car mon rôle principal, c'est d'être le témoin. Si l'enfant n'a pas de témoin, il ne persévère pas. Ou du moins, il ne devient persévérant que lorsqu'il a accédé à un domaine dont il fait son bien personnel parce qu'il correspond à tout son être (tendances caractérologiques, passé récent, passé enfoui, etc.). En attendant que cet accrochage salvateur se réalise, il faut prendre soin de signaler (ici tous les deux jours) l'intérêt d'une création de *chaque* enfant.

(F)

$\frac{1}{2}$ 2×2 $\times 2$ $\times 2$ $\times 2$ $\times 2$

4 8 16 32 64

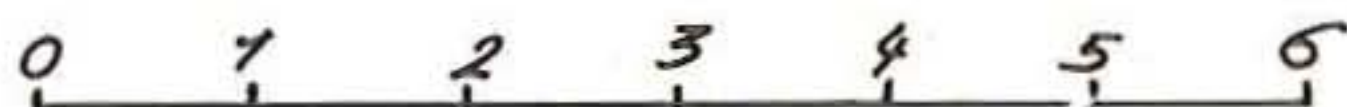
2^2 2^3 2^4 2^5 2^6

8

Je ne me souviens pas que rien dans la classe ait pu provoquer ce rebondissement d'intérêt.

Ce doit-être une bulle personnelle qui éclate (voir D du 25-11 et F du 8-11). Le $\frac{1}{2}$ qui est barré doit représenter le 2^1 puisque Pierrick ne l'a pas écrit en regard du premier 2. Mais comme $\frac{1}{2}$ c'est un demi Pierrick l'a biffé.

(G)



Cette fois Pierrick est dans la foulée de Eric qui en mesurant des traits avec son double-décimètre sur le carnet avait trouvé que chaque trait correspondait exactement aux traits du carnet.

Je rappelle : « Ainsi, nous avons un carnet quadrillé au centimètre et nous ne le savions pas.

— Mais non, dit Denis, assez porté à ergoter, avec juste raison souvent. C'est au demi-centimètre qu'il est quadrillé, le carnet.

— C'est vrai, tu as raison. »

(H)



Et voilà que Hervé (CE1) comme Stéphane le 25-11 a posé un petit « blanc » du Cuisenaire (1 cm³) sur les quadrillages et il s'aperçoit que ce blanc recouvre exactement 4 carreaux du carnet. Je dis :

« Tiens, 4 carreaux, ça fait un centimètre cube ».

Denis et Eric froncent les sourcils.

« Vous vous trompez : un cube, c'est trois dimensions. C'est un centimètre carré parce qu'il n'y a que le fond qui compte ; la troisième dimension : la hauteur ne compte pas. »

Ces garçons sont sensibilisés aux trois dimensions parce que nous avons bien ri à partir de certaines inventions de problèmes. Par exemple voici de Denis :

« J'ai des tables de 60 cm de long et 43 cm de large. Combien peut-on en mettre en hauteur dans la classe. »

Et Ghislaine : « J'ai une table qui mesure 1053 cm de long et de large 214 cm. Combien mesurent les pieds ? »

Alors maintenant nous savons que lorsque nous posons un cube ou un parallélépipède sur une surface, seules deux dimensions sont à considérer. La hauteur n'intervient que pour les couches successives et non pour le contenu d'une rangée et le nombre des rangées (surface de base).

La découverte de Eric est peut-être considérable parce qu'elle va permettre d'introduire des nombres dans des figures dessinées sur le carnet. Et nous aurons d'emblée nos unités de mesures. Je ne sais quand l'idée de s'en servir s'établira dans la classe. Mais fidèle à mon principe (auquel j'ai peu dérogé jusqu'à présent) de suivre et d'observer, ce n'est pas moi qui y inciterai.

(A)

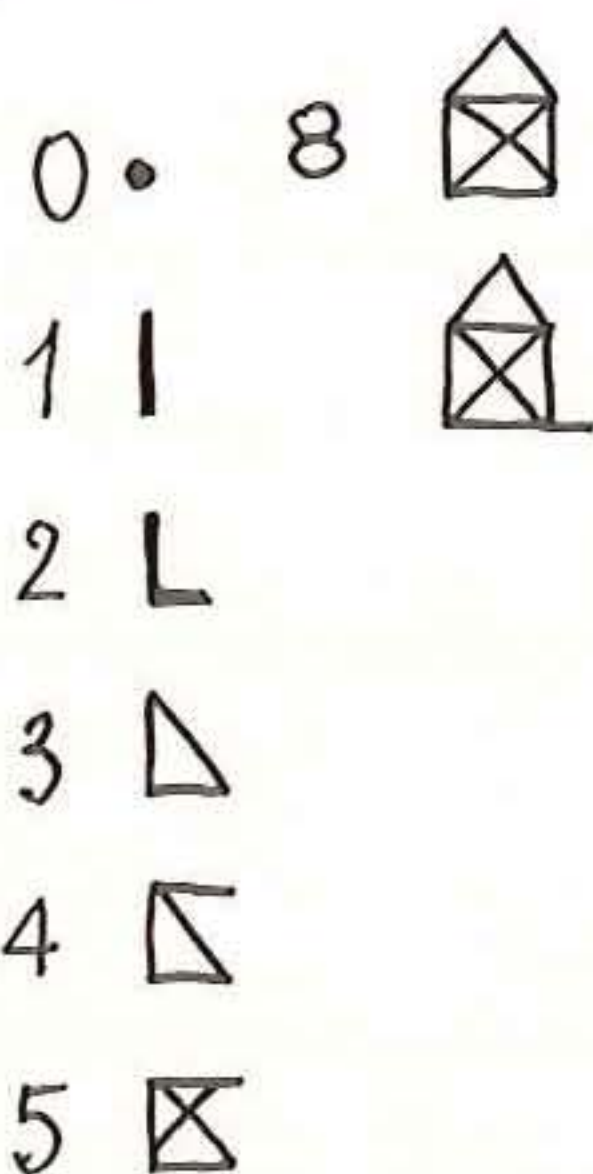
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	20	21	22	23			26
27											38
39											50
51											62
63											84

Il me semble ici que Pierrick s'inspire de ma présentation du travail de chacun au tableau. Quand un garçon n'a rien d'autre que des quadrillages à présenter, je leur fais un sort. Mais je les traite à toute vitesse. Les traits sont tracés à la volée et tous les chiffres ne sont pas inscrits. J'écris souvent, comme ici, ceux du début et ceux de la fin.

Pierrick a fait une drôle de tête quand il a vu 26 après 24. Il s'est aperçu qu'après 29, il avait écrit 20. Ce qui décale tout. Mais cela n'explique pas pour autant le passage 62 au 84. Pierrick a besoin d'affiner encore un peu sa perception des additions mentales avec dizaines. Mais à gauche, il passe bien de 27 à 39, à 51 à 63, en ajoutant 12.

C'est Michel Pellissier qui m'avait sensibilisé à la permanence de la différence dans une même classe d'équivalence. Et chez nous, c'est Denis qui est le plus sensible. Dès qu'il perçoit une constante de la différence, dans une suite de nombres, il songe aussitôt à une « famille » (une classe).

(B)



J'ai tenu à respecter la présentation « verticale » de ces dessins car l'utilisation de la direction n'est pas indifférente. Cela fait partie également de l'enfant puisqu'il s'agit de son angle de vision qui peut avoir une dominante.

De quoi s'agit-il cette fois ? Tout simplement des chiffres édithains. Pour en comprendre la genèse, il faut remonter très loin en arrière. A Joëlle, je crois car c'est elle qui avait exploité le plus à fond l'idée de Pierrick exposée le 16-10 (Je ne sais pourquoi je vous fais revenir en arrière. En fait vous ne devez pas avoir le courage de revenir en arrière. Vous devez vous dire : « Je comprendrai bien sans cela ». Et si vous ne comprenez pas, tant pis. Mais puisque je sais cela, je devrais reproduire ces créations auxquelles je fais allusion. Mais je dois être aussi paresseux que vous.)

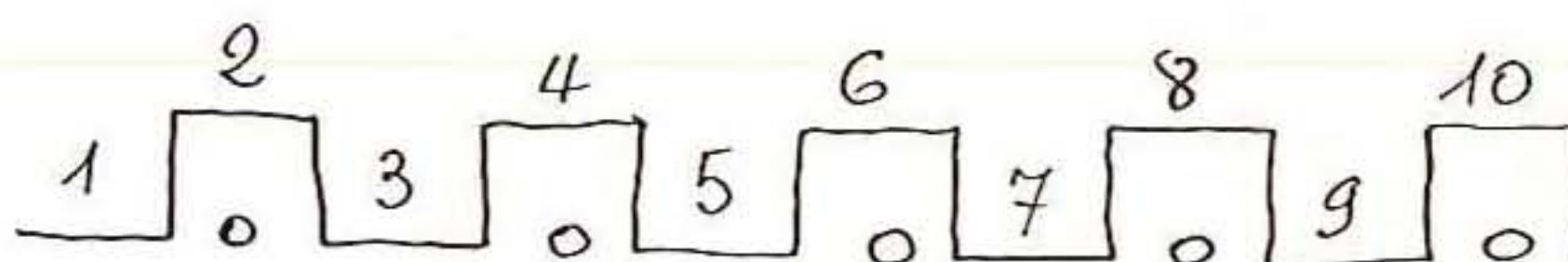
6 
7 

En vérité, en explorant le cahier de Joëlle pour voir à quel moment elle avait commencé à emboîter le pas à Pierrick, je m'aperçois que c'est elle qui a ouvert la piste. Tout a démarré par la représentation de nos déplacements sous le préau (que j'ai relatée à la date du 19-10. (Iras-tu voir ou n'iras-tu pas ?). C'est Joëlle qui s'était le plus attachée à cette idée. Je vous en donne, sans les commenter, les divers développements.

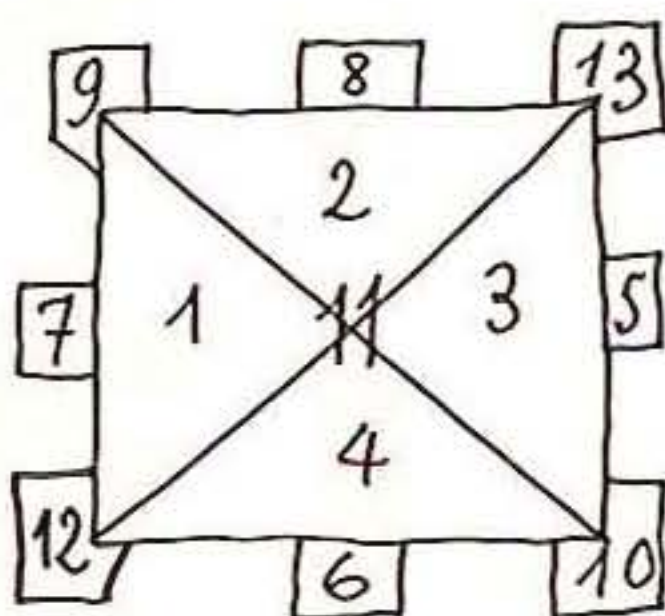
2-10



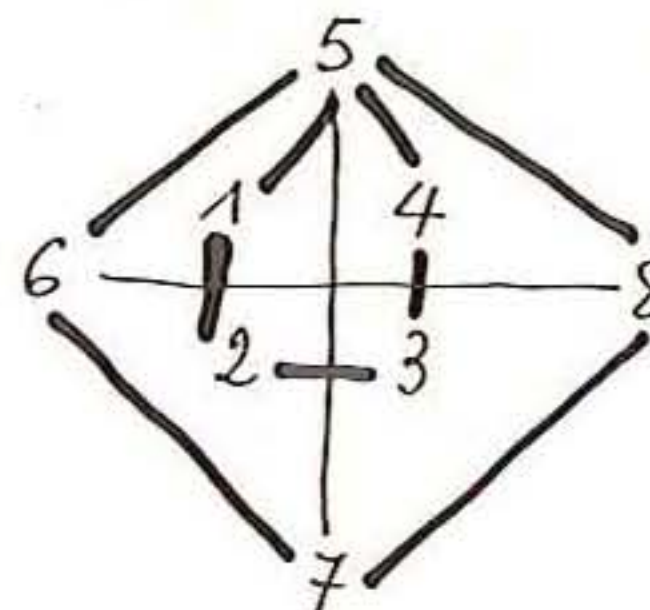
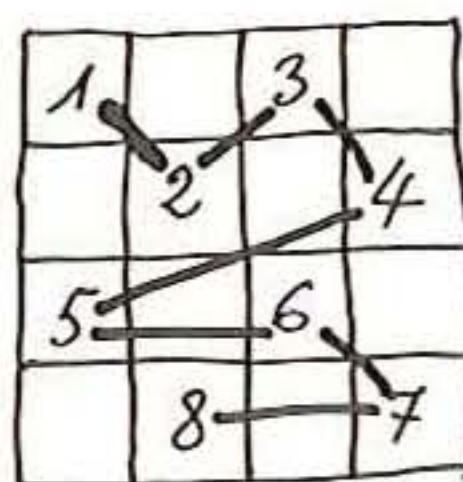
5-10



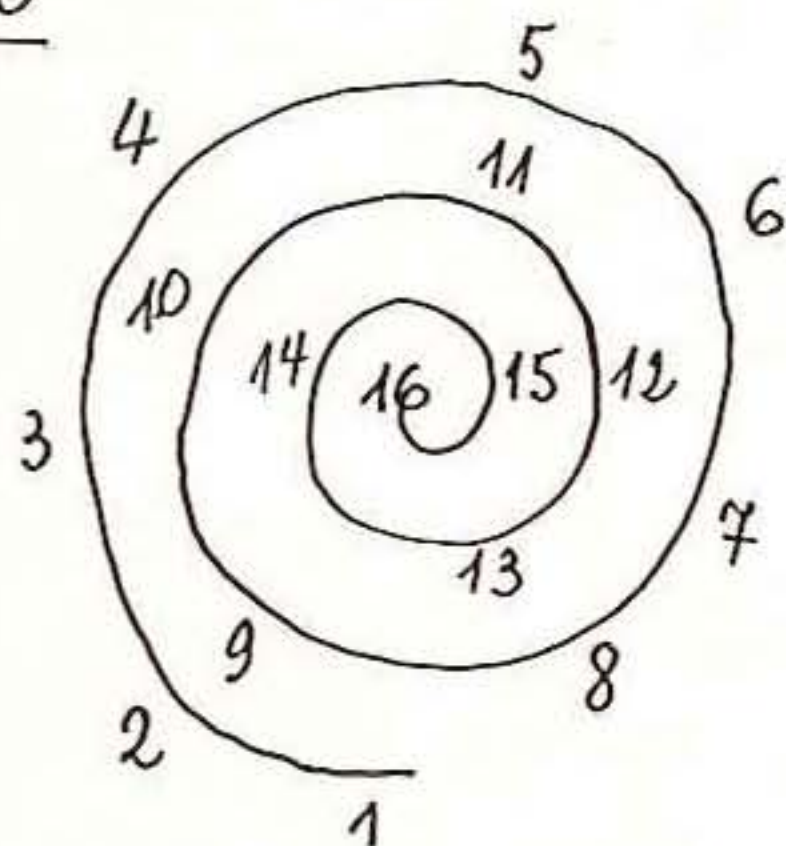
6-10



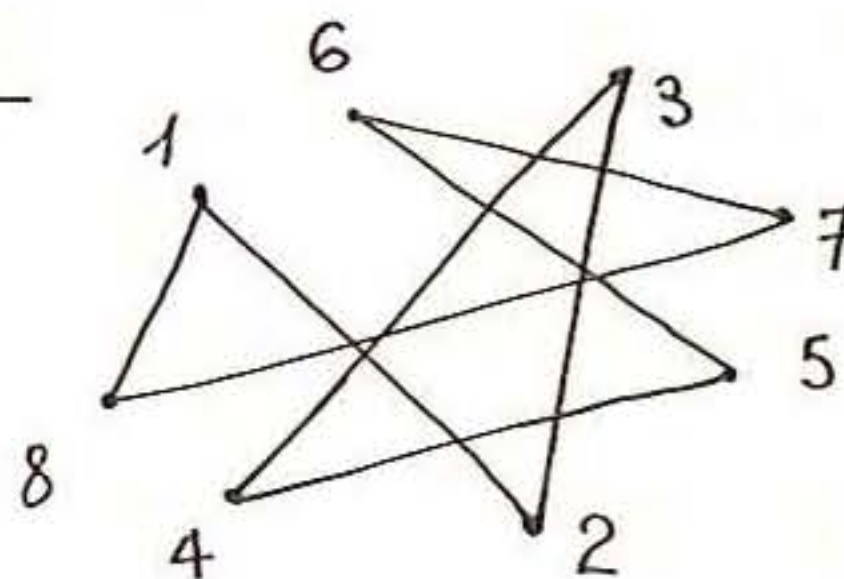
8-10



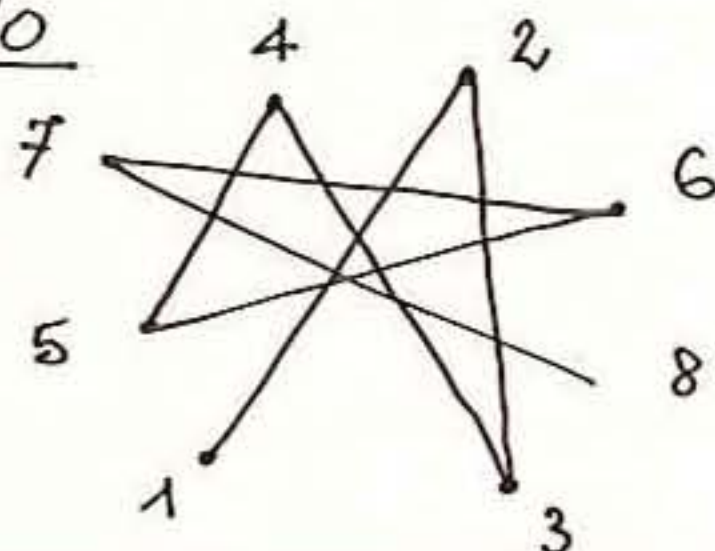
11-10



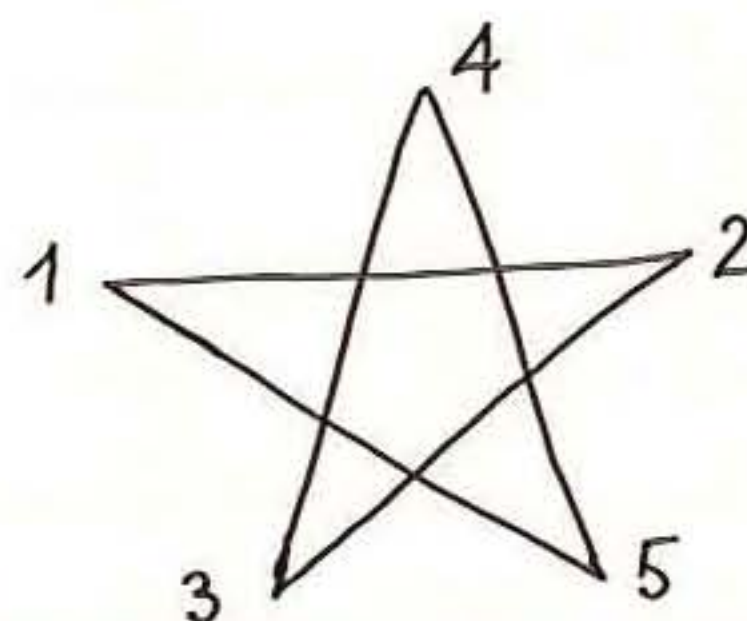
14-10

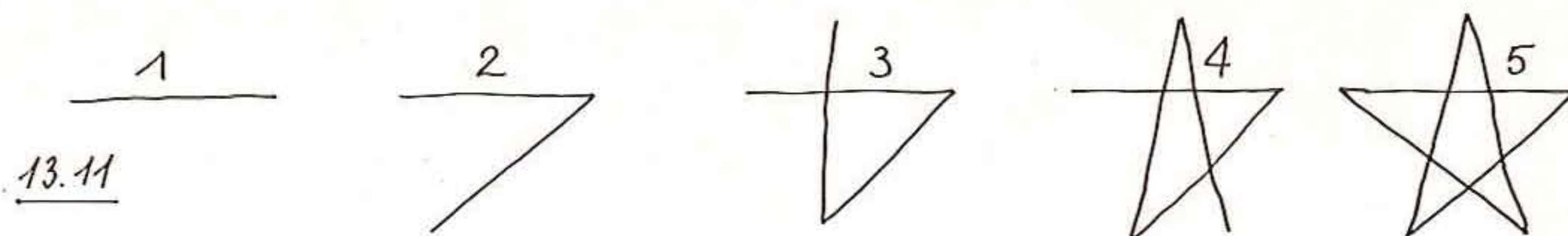


15-10



6-11



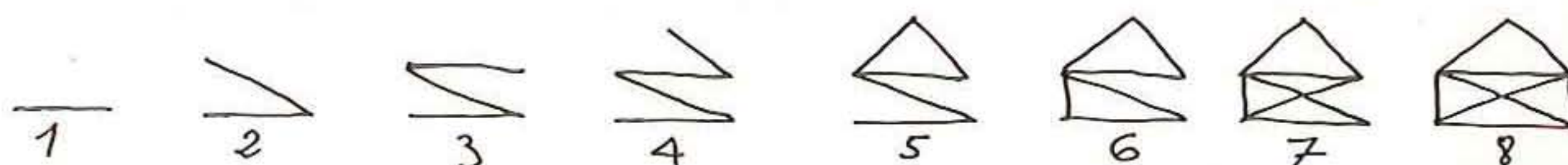


La dernière création est particulièrement intéressante, surtout parce qu'elle survient après celle du 6-11. Gérard Robin a dû le sentir puisqu'il dit : « Monsieur, Joëlle nous dit comment il faut faire l'étoile.

Et en effet, après avoir donné l'étoile entière, elle reprend le thème en distinguant les différents stades de la construction. C'est une sorte de mode d'emploi, de programme pour le déroulement des opérations.

Edith a repris l'idée de Joëlle mais elle l'a appliquée à un problème qui passionne la classe depuis un bon moment : « Comment dessiner une enveloppe sans lever la main ».

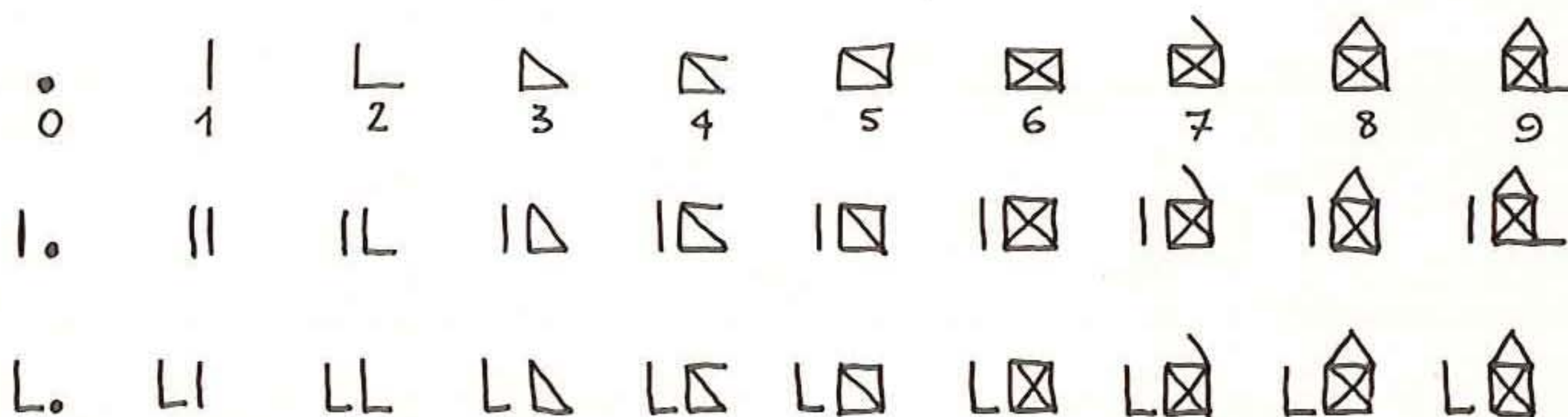
Edith donne la solution :



On reconnaît le travail B de Pierrick. Pierrick a seulement muni sa suite d'un 9^e dessin et en haut le • est un 10^e dessin (le 0). Car, à la suite de je ne sais quelle transition subtile la correspondance terme à terme entre les dessins et les chiffres est devenue une correspondance terme à terme entre les chiffres arabes et d'autres chiffres que l'on venait ainsi d'inventer. (C'est une aventure que j'ai déjà traitée dans le dossier 46.47.48 Mathématique libre au cours élémentaire 1^{re} année).

9 DECEMBRE

Pierrick reprend son travail et le complète. Pour plus de commodité je l'écris ici en lignes horizontales et non en colonnes comme il l'était sur le carnet.



D'autres élèves ont emboîté le pas à Pierrick. Voici de Gérard (CE1) :

| L C □ ▤ ⊠

Mais il s'est trompé parce qu'il a inventé un 10 et pas de zéro.

10 DECEMBRE

$$\begin{array}{r|l} 65501 & 3 \\ 05 & 21833 \\ 25 & \\ 10 & \\ 11 & \\ 2 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 65501 & 4 \\ 25 & 11250 \\ 15 & \\ 001 & \end{array}$$

Pierrick s'inquiète à nouveau de ses divisions. Il réussit la division par 3 mais par 4 il se trompe complètement. Ce n'est pas grave.

11 DECEMBRE

(A)

« J'ai un fût qui peut contenir 280 l. Combien de seaux de 100 cl peut-on mettre dans le fût ? »

Solution

$$\begin{array}{r|l} 280 & 100 \end{array}$$

Il s'agit ici d'un problème qui est dû à Jean-Paul. C'est Jean-Paul qui avait lancé le calcul de l'aire avec pour unité le m² (Combien peut-on mettre de plaques de 1 m² dans une maison de 5 m).

Cette fois il avait écrit :

« J'ai une grande cuve. On peut mettre 3 barriques dedans. Je demande combien on peut mettre de barriques dedans. »

Ce « problème » avait fait rire, car Jean-Paul posait une question à laquelle il venait de donner la réponse. Jean-Paul avait ri également. Mais il avait ajouté : « J'ai dit ça parce que dimanche, chez moi, on va faire le cidre. On a un fût de 3 barriques. On le remplit avec des seaux. Mais je ne sais plus combien on met de seaux ».

J'ai senti qu'il y avait là une possibilité d'événement-référence. Certes, à l'atelier de calcul, il y avait les mesures de capacité. Et les enfants y allaient régulièrement. Mais ici, la vie intervient. Alors, nous sommes allés chez Jean-Paul qui demeure à deux pas de l'école. Et nous avons vu un fût de 3 barriques 1/4, une barrique, une demi-barrique et un tonnelet. En revenant en classe, nous avons mesuré la capacité d'un broc (7 l) et celle d'un seau (13 l). Nous avons fait alors divers calculs : contenance du fût ($228 \times 3 \frac{1}{4}$). Combien faut-il de seaux ? Combien faut-il de brocs pour le remplir ?

Et à cette occasion, j'ai même fait une découverte : celle de l'utilisation de la division euclidienne que je crois avoir comprise.

En effet lorsqu'on cherche le nombre de seaux que l'on peut remplir avec les 741 l du fût, on peut écrire $741 : 13 = 57$ car $13 \times 57 = 741$.

Mais si l'on cherche combien le fût contient de brocs, on ne peut écrire $741 : 7 = 105$ car il y a un reste ($105 \times 7 = 735$). Ce n'est donc pas une égalité. On doit écrire $741 : 7 = 105 \frac{6}{7}$. Mais pour plus de simplicité j'ai conseillé aux enfants, quand la division ne tombe pas juste de corriger le signe de l'opération : en $\div$.

$741 \div 7$ cela signifie : quel est le plus grand nombre entier de 7 contenu dans 741.

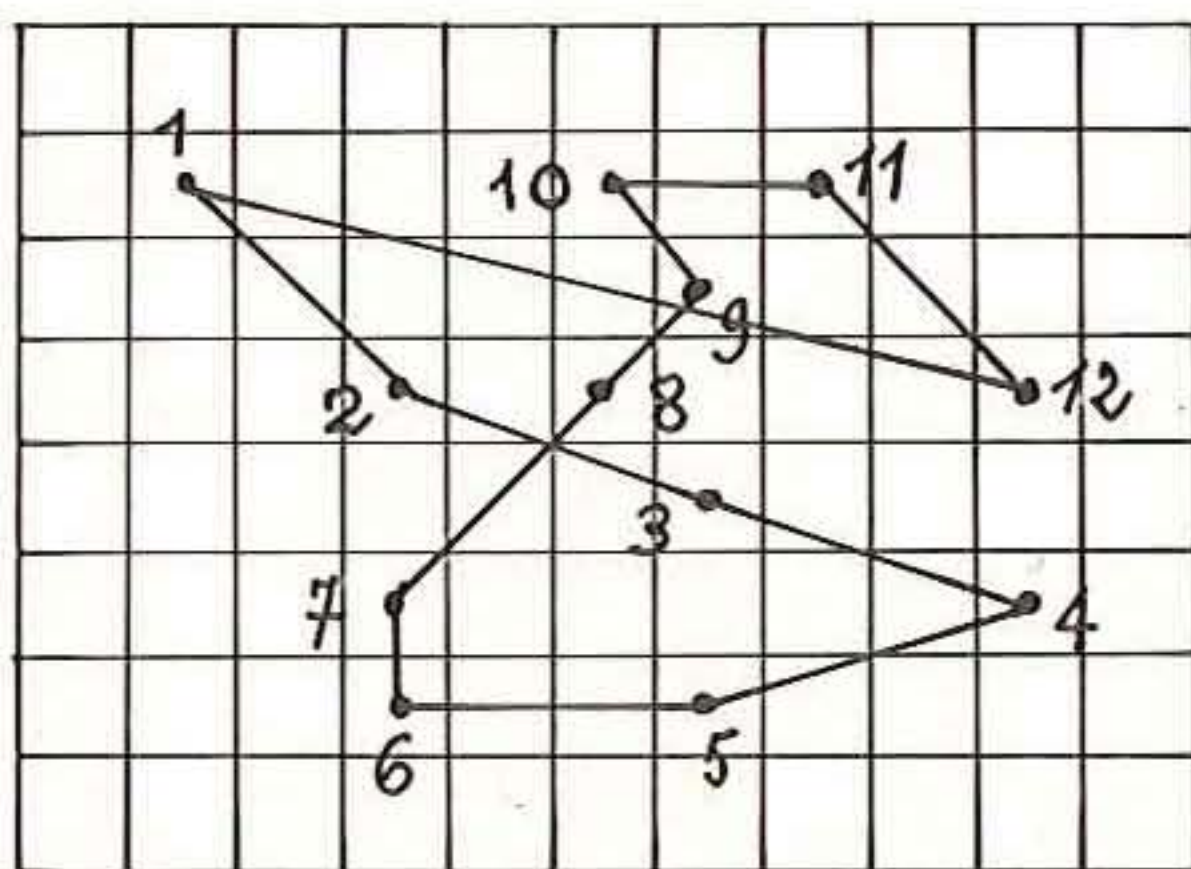
Alors s'il s'agit de calculer le nombre entier de 7 on a le droit d'écrire $741 \div 7 = 105$.

(Camarades mathématiciens est-ce exact? Me le dire S.V.P.)

Pour ne pas compliquer le problème, j'avais dit : « Combien peut-on remplir de seaux de 13 l avec les 741 l ? » Et non : « Combien de seaux faut-il pour remplir le fût ? » Car pour mettre les 6 l restants, il en faut presque un seau de plus ($\frac{6}{7}$) Et cela aurait pu déranger les enfants.

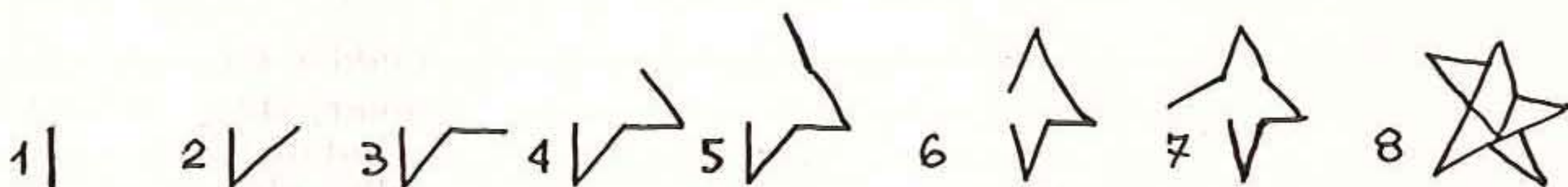
Mais dans son énoncé, Pierrick s'est trompé d'unité. Et il rit aussi fort que les autres quand il s'aperçoit qu'il a demandé en fait : « Combien y a-t-il de litres dans un fût de 280 l ? »

(B)



Pierrick reprend son travail du 23-11. Je n'ai pas su tirer profit de ces constructions parce que je ne suis pas calé en topologie. Ici, on pourrait critiquer la jonction du point 12 au point 1 car dans un cycle il n'y a pas d'ordre. Si le 11 est avant le 12, le 12 ne peut être avant le 1. Mais je n'insiste pas : je vous donne cette figure pour que vous me disiez ce que l'on peut en tirer. Offrez-moi des pistes de recherche, je vous prie.

(C)



Pierrick rentre à nouveau dans la danse des « chiffres ».

(D)

$$\begin{array}{r|l} 432101234 & 3 \\ 13 & 14403744 \\ 12 & \\ 01 & 1 \\ & 22 \\ & 13 \\ & 14 \\ & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 543 & 4 \\ 14 & 135 \\ 23 & \\ 3 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 5432 & 5 \\ 043 & 1086 \\ 32 & \\ 2 & \end{array}$$

Pierrick se remet aux divisions. Il a fait des progrès puisqu'il n'a commis qu'un oubli (le 0). Remarquez la prudence de sa démarche : il commence par 2, puis par 3, puis par 4. Il faut dire qu'à ceux qui avaient réussi leurs divisions par 2, j'avais conseillé de continuer par 3, par 4.

Je me réjouis de voir les enfants s'attaquer aux opérations parce que j'en aurai prochainement souci (après les vacances de Noël (pas avant, non, non, je veux m'en tenir à mon programme d'audace jusqu'à Noël. Je l'écris pour me fortifier dans mon courage).

$$\begin{array}{r|l} 6543210 & 6 \\ 05 & 1090531 \\ 54 & \\ 032 & \\ 21 & \\ 10 & \\ 4 & \end{array}$$

Je ne sais comment il se débrouille mais il connaît bien 9×6 .

(E)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45
46	47	48	49	50	51	52	53	54
55	56	57	58	59	60	61	62	63
64	65	66	67	68	69	70	71	72

$$\begin{array}{l} \dot{1}0 + \dot{7}0 = \dot{8}0 \\ \dot{8}0 - \dot{1}0 = \dot{7}0 \\ \dot{8}0 - \dot{7}0 = 10 \end{array}$$

Pierrick reprend le quadrillage à 9 de Ginette. Et il s'essaie à nouveau à un « tiercé » de classes. Mais il serait plus juste d'écrire $1 + 7 = 8$ car c'est le plus petit nombre de la colonne (en haut) qui donne généralement le nom à la classe.

D'ailleurs dans le module 9, il n'y a pas de classes $\dot{1}0$, $\dot{7}0$, $\dot{8}0$.

(A)

0	1	2	3	4
5	6	7	8	9
10	11	12	13	14
15	16	17	18	19
20	21	22	23	24
25	26	27	28	29

0	1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39

Ici se place un petit événement. A l'occasion de la reprise de l'étude des classes par Pierrick, j'ai expliqué à nouveau ce qu'elles signifiaient. Le quadrillage par 9 permet de voir la descente en escalier de 10-20-30-40-50-60-70. En haut de chaque colonne, il y a un nombre qui sert à nommer la classe. Mais l'inconvénient pour la classe des multiples, c'est que ce n'est pas le 9 qui donne son nom, c'est le 0. Car tous les nombres de cette colonne divisés par 9 donnent 0 pour reste (voir absolument le travail précédent de Pierrick). Alors, pour bien faire, il faudrait mettre le 0 au-dessus du neuf. Seulement, il serait placé en dehors du rectangle. Et c'est bien dommage. Heureusement, il y a un procédé qui permet d'avoir le zéro à l'intérieur du cadre, c'est de commencer par lui.

Mais cela change beaucoup de choses. En effet, quand on quadrille et qu'on compte les carrés, on commence par 1.

Exemple :

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Mais on peut aussi quadriller et mettre des nombres à l'intérieur des cases. Et pourquoi alors ne commencerait-on pas par le 0.

Exemple :

0	1	2
3	4	5
6	7	8

Je m'étais contenté de le dire aux enfants, en passant. Et le lendemain Joëlle avait réalisé ceci :

0	1	2	3	4	5	6
	7	8	9	10	11	12
	13	14	15	16	17	18
	19	20	21	22	23	24

J'ai repris alors mon explication. Pierrick en a été très content. Il a très bien compris. La preuve en est faite aujourd'hui avec des quadrillages à 5, à 6, à 10.

J'ai alors raconté aux enfants comment Monthubert m'avait appris cette façon de faire. Je disais :

« Mais Monthubert, quand on fait des quadrillages, les classes 0 sont nécessairement à droite, c'est-à-dire quand la bande est complète. Par exemple pour modulo 6 (comme dans le travail de Joëlle, ci-dessus) on a 6, 12, 18, 24 parce que l'on a 1, 2, 3, 4 bandes complètes de 6. Et pour le calcul de l'aire du rectangle, le résultat est donné immédiatement.

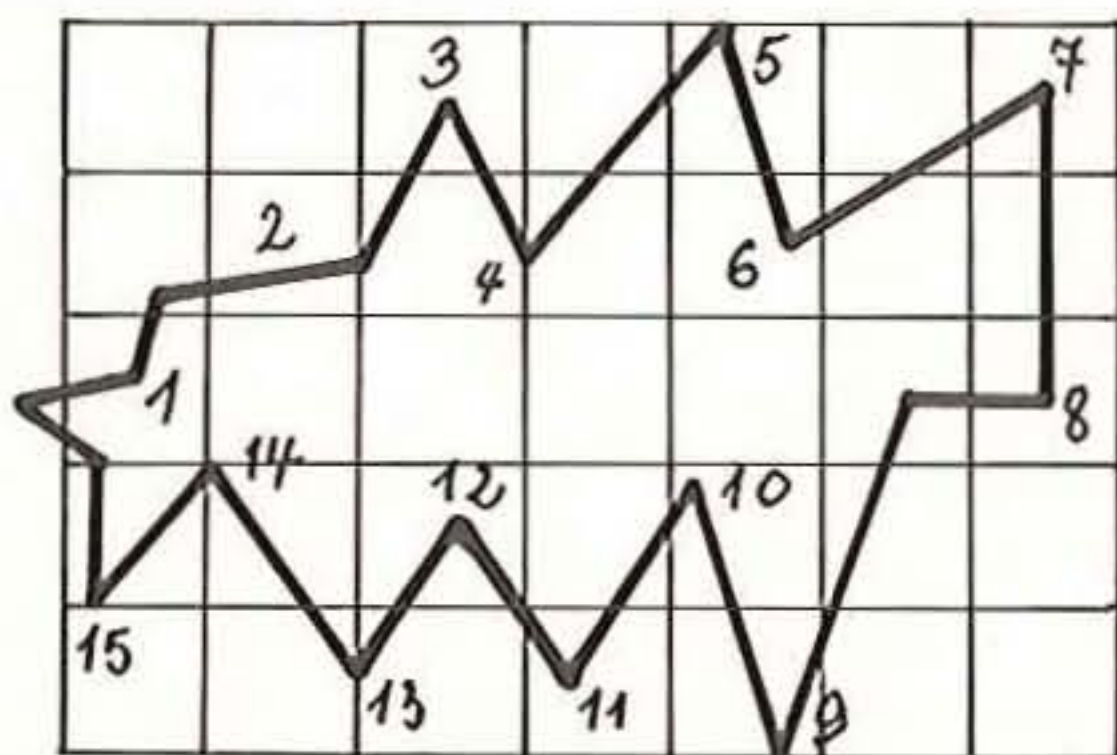
— Mais, m'a dit Monthubert, c'est vrai si tu comptes les carreaux. Mais si tu places des nombres, c'est différent. Et c'est bien plus pratique lorsqu'on veut changer de base. (Je ne me souviens plus pourquoi.)

— Ah ! bon. Mais on doit pouvoir faire les deux.

— Oui, bien sûr. Ou bien on numérote les carreaux, ou bien on place des nombres. »

Sur le travail de Pierrick (A de ce 13-12) on voit les classes 0 (les classes des multiples à gauche et non plus à droite).

(B)



1									11	12			
	2							10			13		
		3					9				14		
			4			8						15	
				5	7							16	
					6						17		

Je ne sais à quoi attribuer cette création de Pierrick. Je ne sais même pas dans quel cadre elle se place. Il y a une certaine régularité qui me fait penser à la piste que nous a offerte Ghislaine en nous ramenant, je ne sais d'où, la réalisation suivante :

Je dis aux enfants : « Qu'est-ce que ça peut bien être ? »

— Il n'y a qu'à le demander à Ghislaine. »

Mais Ghislaine sourit, gênée, sans dire un mot. Eric dit : « Monsieur, on dirait que ça rebondit. »

Cela me donne une idée. En effet, je viens de lire l'article

d'Elise Freinet qui parle de la tortue électronique. Je le dis aux enfants. Mais, non seulement je le dis, mais je le fais, c'est-à-dire que je marche dans le rectangle libre qui se trouve devant les tables. Et quand je touche le bord du rectangle, je fais une rotation de 90° et je repars.

Les enfants, très intéressés par l'aspect moderne de ma solution, me regardent faire. Mais Denis dit :

« Si c'était ça, Ghislaine s'est trompée car le 11 devrait être à la place du 12.

— Oui, je me suis trompée, dit Ghislaine.

— Alors c'est bien ça. »

Alors nous continuons à marcher en diagonale sur le dessin. Et nous constatons que la tortue mettra beaucoup de temps avant de s'arrêter dans le coin en bas et à droite où elle se trouvera coincée.

Ça, vraiment, ça plaît aux enfants qui ont déjà eu ou vu des voitures télécommandées. Mais je leur signale qu'ici il n'est pas question de télécommande, mais de programme fourni par avance et inséré dans la machine comme le programme de la machine à laver.

« Quel est le programme ici ?

— Tourner quand ça touche. — Tourner ? — Ou bien pivoter. — Ou bien faire une rotation. — Oui, de combien ? — 90° . — Attention 90° . Oui, mais regardez. »

Et l'on voit qu'il s'agit de 90° à gauche ou à droite.

Cela me fait penser à ce que nous avait dit Delbasty sur les nombres complexes $i^2 = -1$, i étant je crois la rotation de 90° à gauche. Je vous donne ceci à titre de graine seulement. Vous m'enverrez l'arbre quand il se sera développé.

Mais maintenant que je suis sensibilisé au problème, je vais aussi planter la graine dans mon jardin. Et si elle ne se développe pas, j'aurai la vôtre.

Mais j'y songe soudain : j'ai en ce moment un livre de Emile Borel sur « Le réel et l'imaginaire en mathématique et en physique ». Et je vais relire le passage sur l'explication géométrique de i . Car je l'ai lu en survolant cette question. En effet, je me disais : « Bah ! c'est pas la peine que je me fatigue. Je n'aurai jamais besoin de ça au Cours Élémentaire ». Mais voilà que je m'arrête à ce point précis : j'ai une vraie question. Alors je peux relire et je vais sans doute comprendre car j'ai maintenant une *vraie question*. Et quand je conseille aux camarades de ne pas bâcher, mais de chercher surtout à trouver des réponses aux problèmes pédagogiques et mathématiques qui se posent vraiment à eux, je le dis aussi pour moi.

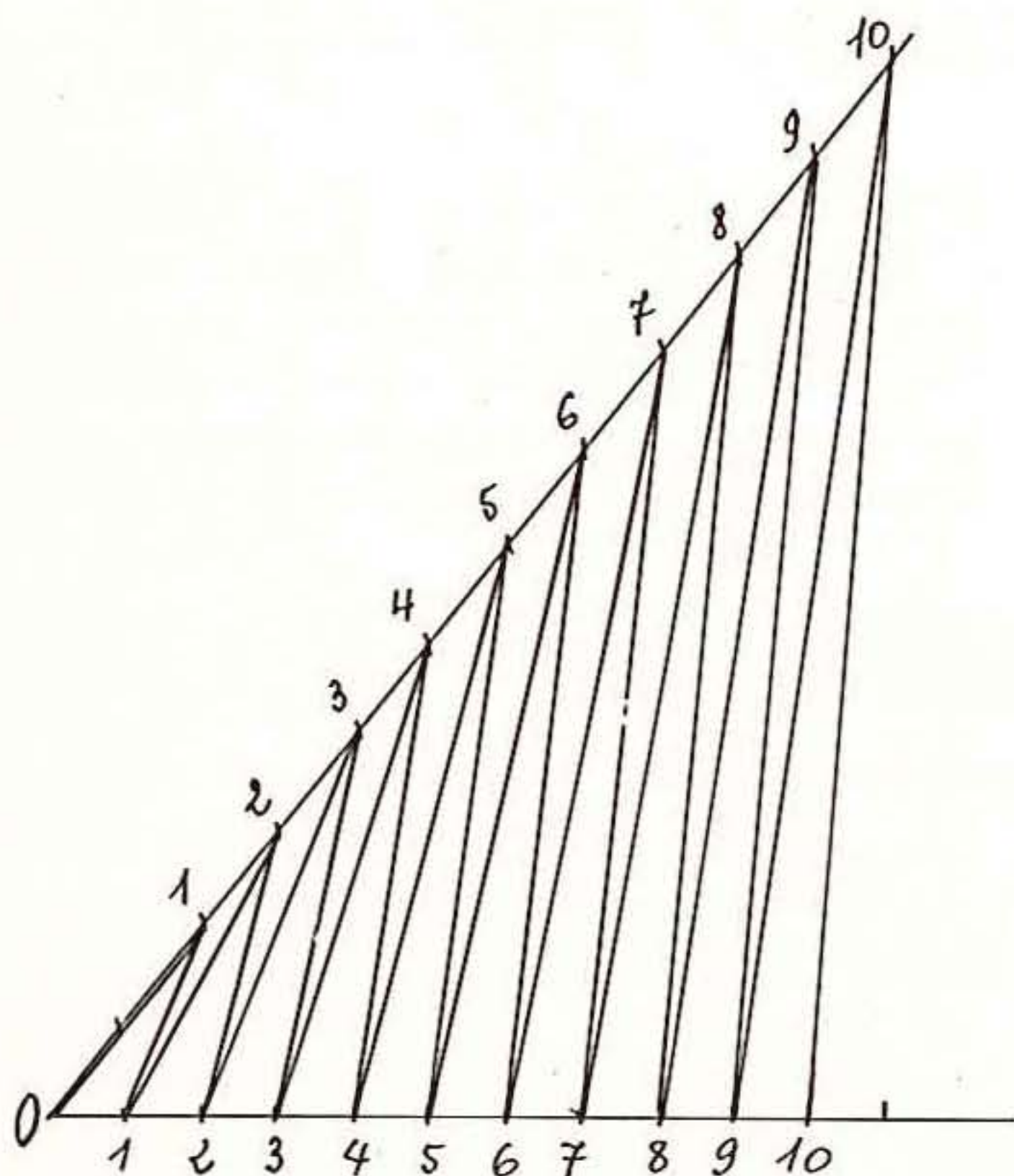
Et pour i^2 , je sais déjà que ce n'est pas si simple que je le crois. Consultons maintenant les carnets. Non, à part Pierrick (et encore, sans qu'on puisse vraiment l'affirmer), il n'y a pas eu dans le premier trimestre de reprise de cette idée qui avait pourtant passionné les enfants. (Par contre dans le second trimestre !!!). Pour Pierrick, j'y pense maintenant, on aurait peut-être pu dire que le programme c'était : tourner à 45° . Mais ce n'est pas vrai partout.

Tiens cela me fait penser à une idée : j'ai souvent rêvé de partir un dimanche avec le programme suivant : « Tourner à gauche, tourner à droite, tourner à gauche, tourner à droite à chaque fois qu'une bifurcation se présente ». Mais ici, dans notre presque-île (je suis au bord de l'Europe, de la France, de la Bretagne, du département de l'arrondissement, du canton, de la commune !!!) il n'y a pas de développement

possible. Ah ! si j'étais à Allouis, au centre de la France, ça vaudrait la peine d'essayer.

Nous venons de parler d'une création de Ghislaine qui a été prolongée par Pierrick. Est-ce que cela est suffisant pour m'autoriser à parler maintenant d'une création de Edith, la sœur de Ghislaine ? Non bien sûr. Et si je le fais, ça sera vraiment tiré par les cheveux. Mais ai-je jamais juré à personne, croix de bois, croix de fer, que je ne parlerai que du seul Pierrick. Non à personne, pas même à moi-même.

Pierrick a été pour moi le moyen idéal de tracer en gros la trajectoire de la classe tout entière. Et peu de choses en dehors de ce que j'ai transcrit méritaient d'être signalées. Cependant, je ne suis pas sûr que Pierrick aborde un jour le thème de Edith. Aussi pour plus de sécurité je le place ici. Je crois que cela vaut la peine de saisir l'occasion par les cheveux, même s'il n'y a pas beaucoup de cheveux à saisir.



le gauchissement, volontaire cette fois, que l'artiste adulte nous ouvre la porte de son être).

Mais même si cela nous procure beaucoup de plaisir, même si la gaucherie est pour nous préférable, il faut en sortir l'enfant. Et réaliser pleinement ce qu'il a voulu faire en s'assurant au préalable qu'il a vraiment voulu le faire. L'enfant peut bien nous le dire parce qu'il voit mieux sa création. En reportant la création au tableau le maître offre à l'enfant un miroir dans lequel il peut très bien ne pas reconnaître l'image de ce qu'il avait voulu réaliser. Et il peut décider en toute liberté de ce qu'il faudra en faire. Et s'il refuse la modification, il ne faut pas aller au-delà de son intention. De toute façon, un camarade plus amoureux de la perfection des structures reprendra l'idée inachevée et la portera à son plus haut point de perfection.

J'ai repris la création de Edith au tableau et nous l'avons « discutée » ensemble. Nous avons critiqué son départ. Il y a un décalage entre les chiffres du haut et du bas à cause du décalage du premier 1 sur la ligne oblique.

On sentait bien ce que Edith avait voulu réaliser.

A ce propos, je dois signaler que l'on sent souvent très nettement la structure qui sous-tend la création de l'enfant. Mais la réalisation comporte un gauchissement, justement parce que l'auteur est un enfant. Et c'est souvent ce gauchissement qui nous émeut et nous séduit sur le plan artistique. C'est souvent par là que s'introduit et se glisse tout notre plaisir de communion. Nous retrouvons souvent ainsi l'enfant naïf, maladroit et pur que nous avons été. (Et c'est souvent par

Cependant que celui qui aura refusé la modification pourra travailler dans l'« erreur » et découvrir des horizons insoupçonnés.

Ici Edith a dit qu'elle s'était trompée. La rectification des points et des traits nous a révélé plusieurs choses.

1°. Il y a deux familles de parallèles.

2°. Les deux graduations sont différentes parce que la ligne du haut est penchée (les parallèles verticales déterminent des segments plus grands). « Si les passages cloutés étaient comme ça en biais sur les rues, ce serait dangereux parce qu'on mettrait plus de temps pour traverser et la voiture aurait le temps de nous toucher ». Tiens, je n'y aurais pas pensé.

Il y avait certainement autre chose à voir. Nous les verrons bien un jour ou l'autre, une année ou l'autre. La preuve, c'est que cette création s'inscrit dans la ligne de la journée du 25-11 (A). Et c'est peut-être l'histoire de la tortue électronique qui l'a provoquée à la suite d'une mutation imperceptible de l'idée initiale. Au lieu de se heurter aux parois d'un rectangle elle se heurte ici aux parois d'un angle.

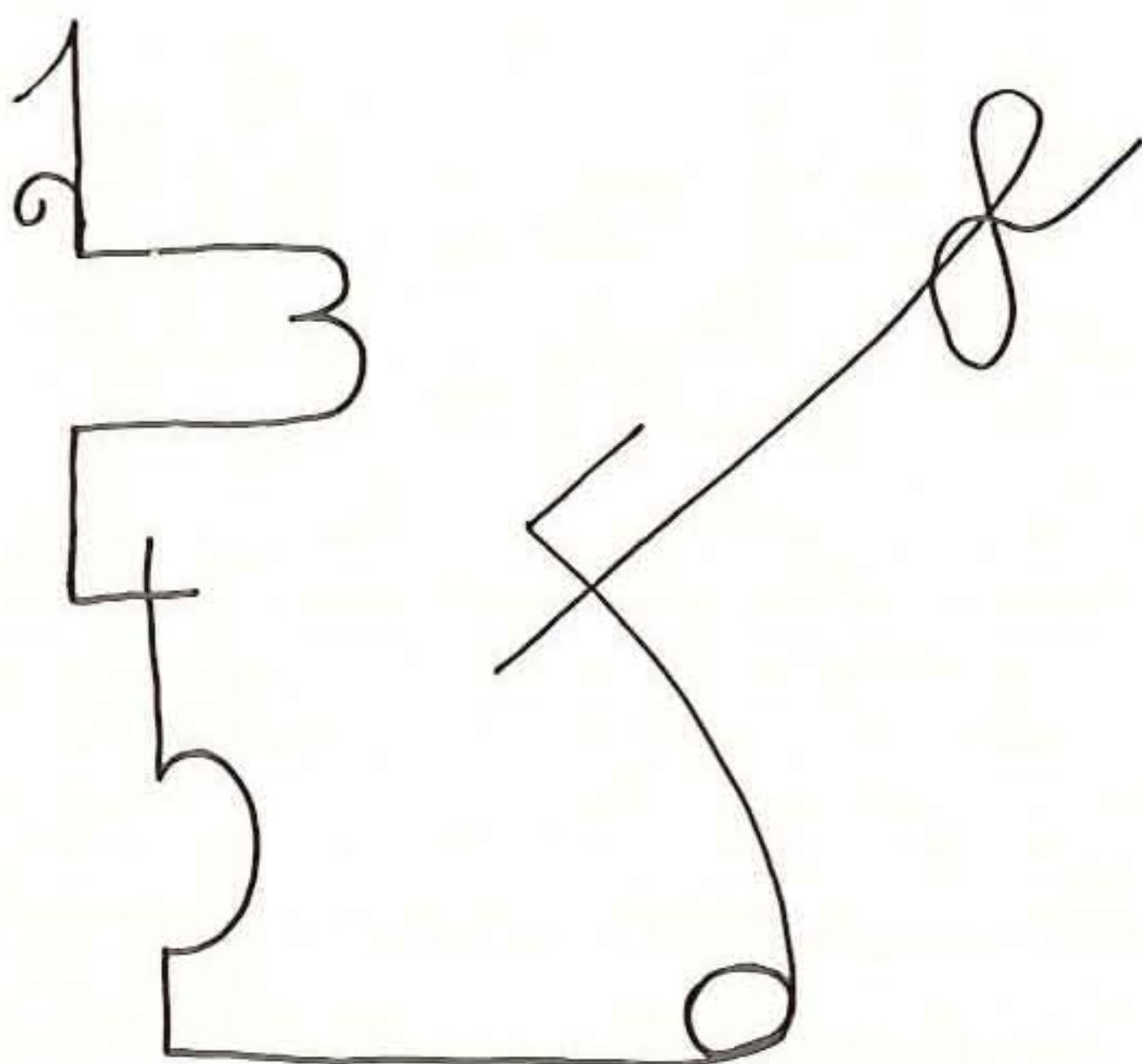
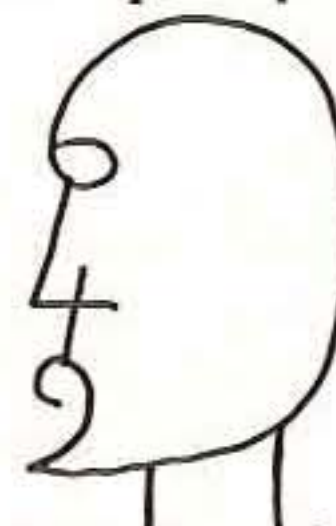
Et pareillement, l'idée présente « mutera ».

(C)



Voici le dessin de Eric qui ne manquait pas de charme.

Il s'agit d'une ligne fondée sur le dessin des onze premiers nombres. C'est une idée de Eric qui a systématisé, du moins je le crois, les dessins des bonshommes à la 6-4-2 qui plaisent tant à Jean-Paul.

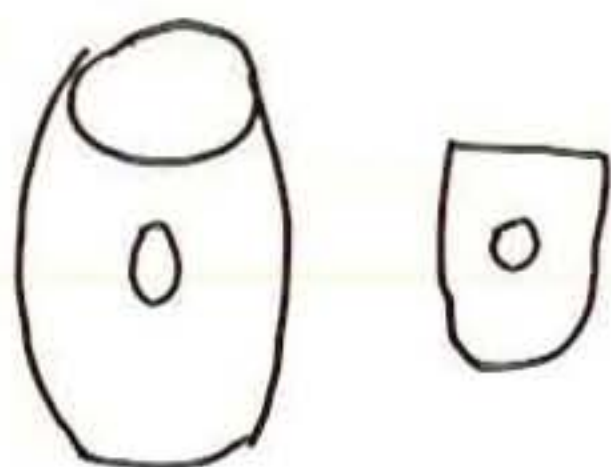


Il y a quelques années, je n'aurais pas considéré ce dessin. D'ailleurs je ne l'aurais pas obtenu parce que, n'ayant pas de témoin, l'enfant n'aurait rien produit. Dans la nouvelle façon de voir les classes, l'important, c'est qu'il y ait quelqu'un. Il faut qu'il y ait correspondance. Et surtout correspondance proche, à 3 mètres. Voici ce que le maître devient : le témoin numéro 1, le neutre dont l'enfant a besoin. Et qui lui renvoie son message. Et ceci n'est pas vrai qu'en maths. Le maître progresse quand il approche de l'état de neutre. Mais évidemment, il s'agit d'un neutre actif, qui entend, qui écoute, qui voit et non pas d'un neutre indifférent. Et c'est aussi va-

lable pour la psychanalyse passive (Voir Rémi à la conquête du langage écrit n° III).

Qu'avons-nous fait de ce dessin ? Que pouvions-nous en faire ? Qu'importe ! De toute façon, ce n'est pas moi qui pouvais le savoir. Les enfants n'en ont rien fait sur le moment. Il suffit d'accepter d'attendre : si ça doit repartir, ça repartira. Sinon, cela n'a aucune importance. Il se peut que cela reste indéfiniment dans la salle d'attente de l'esprit. Ce n'est pas grave.

(D)



« J'ai un fût de 2 200 l. Combien peut-on mettre de seaux de 100 l ? »

Solution

Pierrick reprend le problème du 11-12. Il n'a pas voulu rester sur son échec de la veille « Combien de seaux de 100 cl dans 180 l ? » Ce qui l'intéresse aujourd'hui ce n'est pas de trouver la solution de ce problème, c'est de rectifier son énoncé. Il ne semble pas que ce soit par amour-propre blessé. Ou, du moins ça ne doit pas beaucoup entrer en ligne de compte. Non c'est plutôt pour le plaisir du travail bien fait, de la vérité.

(E)

$$\begin{array}{r} 1234567 \\ \times 0125 \\ \hline \end{array}$$

Pierrick s'est donné une opération, une grande opération. Mais il n'a pas eu le temps ou le courage de la faire.

14 DECEMBRE

Nous approchons des vacances de Noël. Mais Pierrick devient de plus en plus productif. Et moi je peine de plus en plus à recopier mon brouillon. Quelle déveine nous avons, les imprimeurs et moi d'être tombés sur un garçon aussi « copieux ».

(A)

10	-	9	-	8	-	7	-	6	-	5	-	4	-	3	-	2	-	1
11	-	10	-	9	-	8	-	7	-	6	-	5	-	4	-	3	-	2
12	-	11	-	10	-	9	-	8	-	7	-	6	-	5	-	4	-	3
13	-	12	-	11	-	10	-	9	-	8	-	7	-	6	-	5	-	4
14	-	13	-	12	-	11	-	10	-	9	-	8	-	7	-	6	-	5
15	-	14	-	13	-	12	-	11	-	10	-	9	-	8	-	7	-	6
16	-	15	-	14	-	13	-	12	-	11	-	10	-	9	-	8	-	7
17	-	16	-	15	-	14	-	13	-	12	-	11	-	10	-	9	-	8
18	-	17	-	16	-	15	-	14	-	13	-	12	-	11	-	10	-	9

Pierrick reprend un tableau qu'il a déjà réalisé le 22.11. Mais une fois de plus il joue à l'agrandisseur : il reprend son idée en la développant. Cette fois, au lieu de se contenter d'aller jusqu'à 6 dans un sens et 4 dans l'autre, il va jusqu'à 10 et 9. Ou plutôt, est-ce qu'il ne serait pas parti de la colonne de gauche 10 11 12, nombres auxquels il aurait enlevé successivement 9 8, etc. Ce qui me fait penser à cela c'est que ces nombres de gauche ne sont pas précédés du signe —.

De toute façon, Pierrick aime les tableaux de nombres. En voici une seconde preuve.

(B)

1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5
2	1	1	2	3	4
3	2	1	1	2	3
4	3	2	1	1	2

Je me demandais bien quelle était la signification de ce tableau. Et surtout quel avait été son mode de construction. Mais je me suis souvenu qu'il s'agissait d'une reprise de la création de Philippe Le Bivic. Je dis bien *la* création de Philippe, car elle est unique. Et ce doit être la première fois que je nomme ce garçon. En effet, il ne s'intéresse absolument qu'aux nombres dont son carnet est recouvert. Sur ce plan, c'est vraiment le roi. Il connaît ses tables, réussit ses opérations. Il n'a pas l'esprit tellement ouvert. Mais quand il est sur une voie, il ne la lâche pas de sitôt. Bah ! il faudra bien des comptables et des calculateurs dans la société de demain. Rassuré sur son calcul, je me préoccupe d'inscrire en lui la compréhension des problèmes. Et pour cela je le suis spécialement : il invente chaque jour un problème et c'est sur son problème que la critique porte. Et peu à peu ça se met mieux en place dans son esprit.

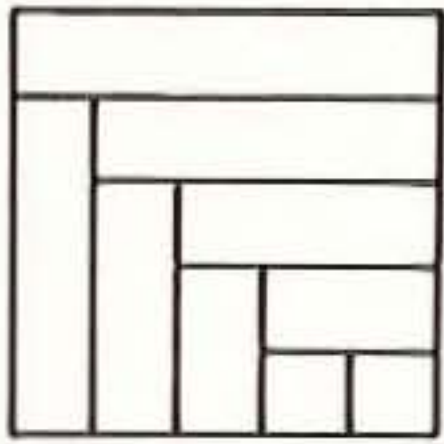
Il aime le calcul. Et s'il se trouvait qu'il adhère pareillement à une autre matière, ou à un autre secteur de la vie il pourrait, par rapprochement des deux domaines, se constituer une compétence solide : par exemple s'il aimait aussi les classements, les états, les commissions, il pourrait devenir un bon économiste. A moins qu'une troisième composante telle que sa vélocité, ou sa clairvoyance dans les jeux collectifs, sa faculté d'imitation, sa légère étrangeté, son complexe de l'ainé ne l'incline à exceller dans l'un de ces métiers qui n'existent pas encore. Vous le voyez, même les calculateurs ont leurs chances. Et dans une équipe, il rendrait de précieux services.

Regardez :

1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5
2					
3					
4					

Ici l'originalité de Philippe, c'est le processus de construction. Les lignes horizontales et verticales sont alternées.

C'est d'ailleurs une idée qui peut très bien être due au Cuisenaire qui sert souvent à construire des figures du type suivant :



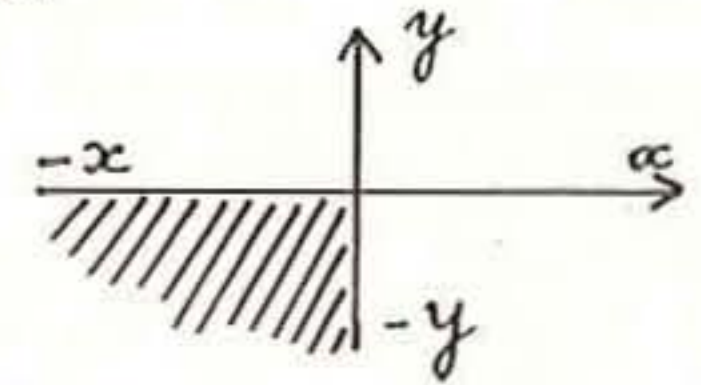
L'idée sous-jacente, c'est le refus de l'intersection. Elle pourra être utilisée dans les problèmes d'allées qui fleurissent au Cours Moyen. L'espace occupé horizontalement ne peut être occupé verticalement. Et lorsqu'on fait avec les réglettes un carré de 11 cm sur 11 cm, on voit à quoi est égale l'aire du « triangle » en escalier : à $\frac{L \times L}{2}$

Ici Pierrick a souligné les diagonales que nous avons déjà repérées chez Philippe.

(C)

Pierrick reprend, immédiatement, le tableau précédent et il le porte à 9 carrés sur 9. Comme il n'apporte rien de plus, je ne le retranscris pas.

(D)



Il reprend également le tableau A mais en plus petit (9×5).

Il y a une chose que je me suis retenu de dire aux enfants car cela aurait été de l'information (alors que ce qui est enrichissant c'est la découverte) c'est que dans le tableau A on peut sentir une représentation des points dans le secteur $-x -y$ des coordonnées cartésiennes. C'est pour le moins sous-jacent. Il me semble que nous tendons à cette représentation. Quand elle aura été découverte (et elle le sera inmanquablement à cause de la disposition de nos tables)

je pourrai alors rappeler la création de Pierrick.

(E)

a	0	1	2	3	4
b	0	1	2	X	X
$\bar{b}$	X	X	X	3	4

a	0	1	2	3	4	5	6	7	8
b	0	1	X	3	X	5	6	7	X
$\bar{b}$	X	X	2	X	4	X	X	X	8

Pourquoi cette soudaine reprise des ensembles complémentaires que Pierrick n'avait pas revus depuis le 26-11. Je regarde les carnets et je vois que Joëlle en traitait le 7-12 et Denis le 10-12. Et nous avons étudié la création de Denis le 13-12. C'est-à-dire hier. Donc, c'est normal que Pierrick la reprenne. Voici la création de Denis :

a	0	1	2	3	4	5	6	7	8
c	0	1	2	X	4	5	6	7	X
$\bar{c}$				3					8

E 1 2 3 4 J'avais tenu à la mettre au tableau parce qu'elle m'apparaissait riche de conséquences. En effet, elle conduit à la deuxième carte de Karnaugh, c'est la carte

Y 01 45 89 1213
 $\bar{Y}$ 23 67 1011 1415

La première carte étant

Z 0 2 4 6 8 10 12 14
 $\bar{Z}$ 1 3 5 7 9 11 13 15

Mais si le 25-11 Josiane avait introduit le 0, Denis ne l'a pas repris. Pierrick lui y pense et avec la carte *b* il était parti dans la bonne direction. Mais il n'a pas continué à répartir régulièrement ses nombres dans les deux sous-ensembles. C'est tout de même intéressant cette brisure de la régularité. Cela pourrait nous introduire à de fort belles et nouvelles choses.

Mais regardez la carte C. Là Pierrick tourne autour de la 3^e carte

X 0-1-2-3 8-9-10-11
 $\bar{X}$ 4-5-6-7 12-13-14-15

en attendant la 4^e

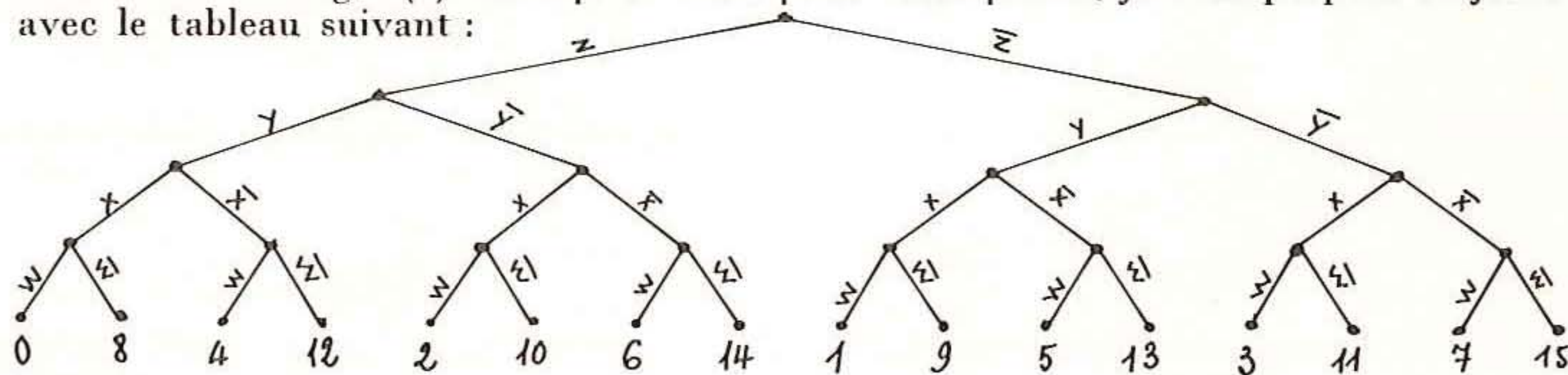
W 0-1-2-3-4-5-6-7
 $\bar{W}$ 8-9-10-11-12-13-14-15

Les 16 combinaisons des quatre cartes donnent successivement à l'intersection les nombres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 (ou si l'on préfère les situations 0, 1, 2, etc.).

Nous pourrions très bien calculer ces 16 situations dans notre classe car les enfants ont une parfaite connaissance de la dichotomie. En effet, ils ont l'expérience de la séparation de l'ensemble des élèves en deux sous-ensembles de filles et non-filles (F et $\bar{F}$) qui eux-mêmes se subdivisent en deux sous-ensembles de grands et de non-grands (FG , $F\bar{G}$, $\bar{F}G$, $\bar{F}\bar{G}$). Voir à la Fin du 8-11 (F).

Mais nous ne l'avons pas fait : cela ne s'est pas présenté. Et je n'y ai pas poussé parce qu'il s'agit de ne rien approfondir, de ne rien enseigner, mais de tout accepter. Nous embrassons large.

Je sais bien qu'au CE2 il n'est sans doute pas question de redécouvrir les cartes de Karnaugh (1). Mais pour vous, pour votre plaisir, je vous propose de jouer avec le tableau suivant :



(1) Je me trompais, nous les avons redécouvertes au second trimestre.

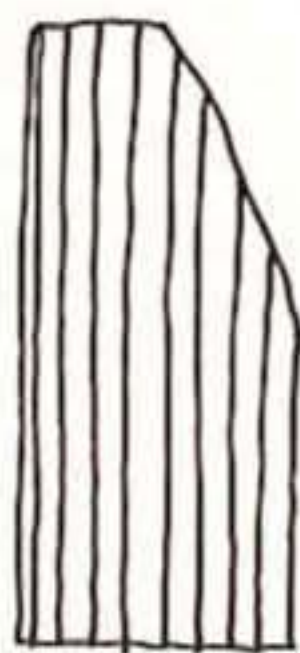
Exemple $Z \cap \bar{Y} \cap X \cap \bar{W} = 10$

Cela signifie qu'à l'intersection des ensembles $Z, \bar{Y}, X, \bar{W}$, il y a le nombre 10. Ou si l'on préfère, la situation 10. Je le sais parce qu'au Centre National d'Etudes des Télécommunications (C.N.E.T.) de Lannion, on se sert beaucoup de cette algèbre de communication (algèbre de Boole) pour les circuits des centraux téléphoniques. Cela n'a rien à voir avec notre expérience. Mais je veux apprendre. Et je sais que c'est quand on enseigne qu'on apprend. Alors j'essaie de vous expliquer. Et ce n'est vraiment maintenant que j'ai compris.

Je ferme la parenthèse en vous signalant que nous approchons très près de cette dichotomie lorsque nous manipulons le jeu de 32 cartes que j'ai perforé (sur une idée de Simone Pellissier). Les enfants ont souvent ce jeu entre les mains et ils tâtonnent abondamment.

Maintenant que cette structure est en place dans mon esprit, je saurai bien la voir au cours du second trimestre car elle apparaît partout et dans le moindre diagramme de Venn. Nous aurons sans doute l'occasion d'en reparler.

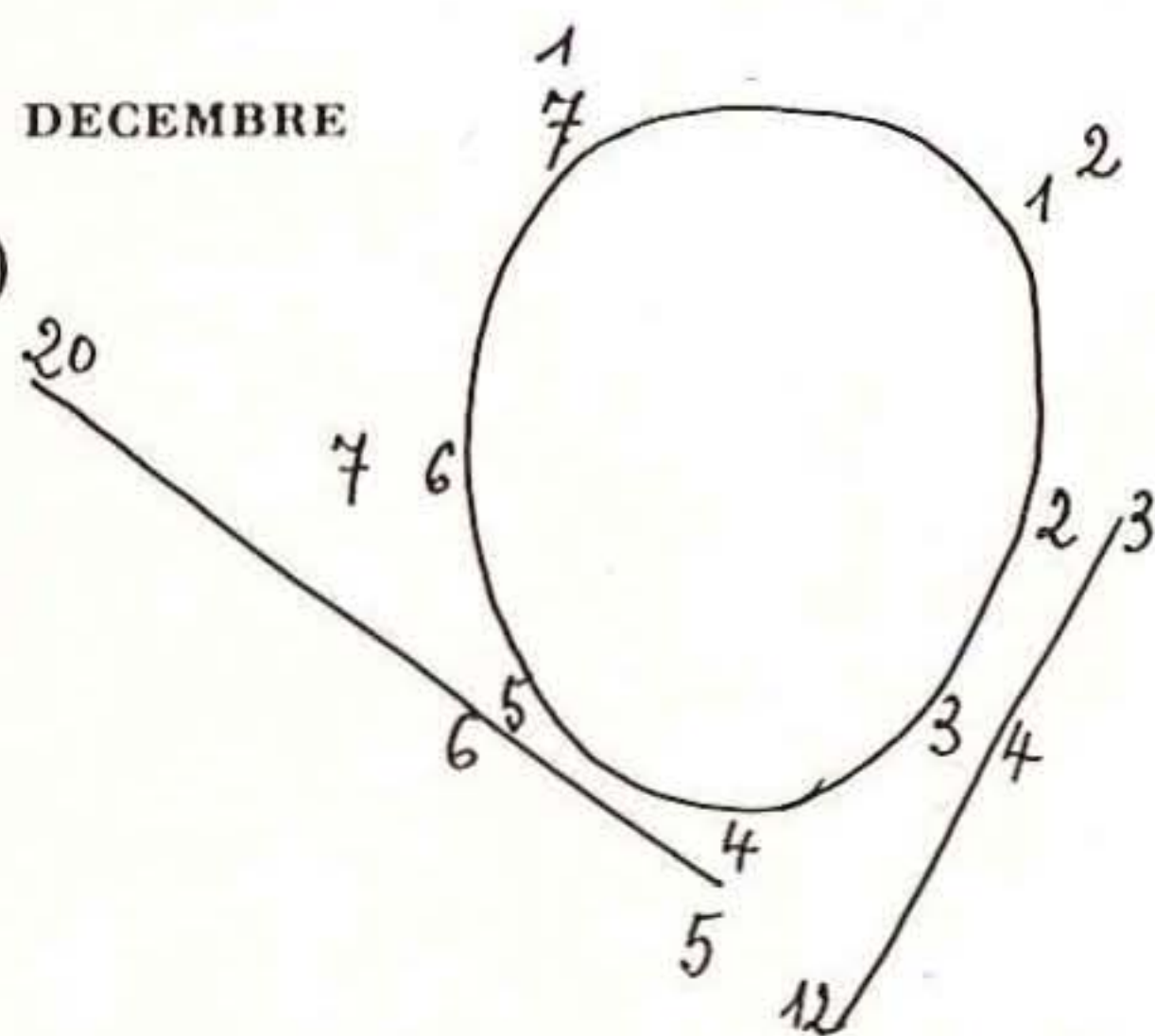
(F)



Je ne sais pas d'où ceci est dérivé, peut-être de la création de Edith (voir le 13-12). Mais ce pourrait être un point de départ captivant. Si l'on part un jour dans ce chemin.

16 DECEMBRE

(A)

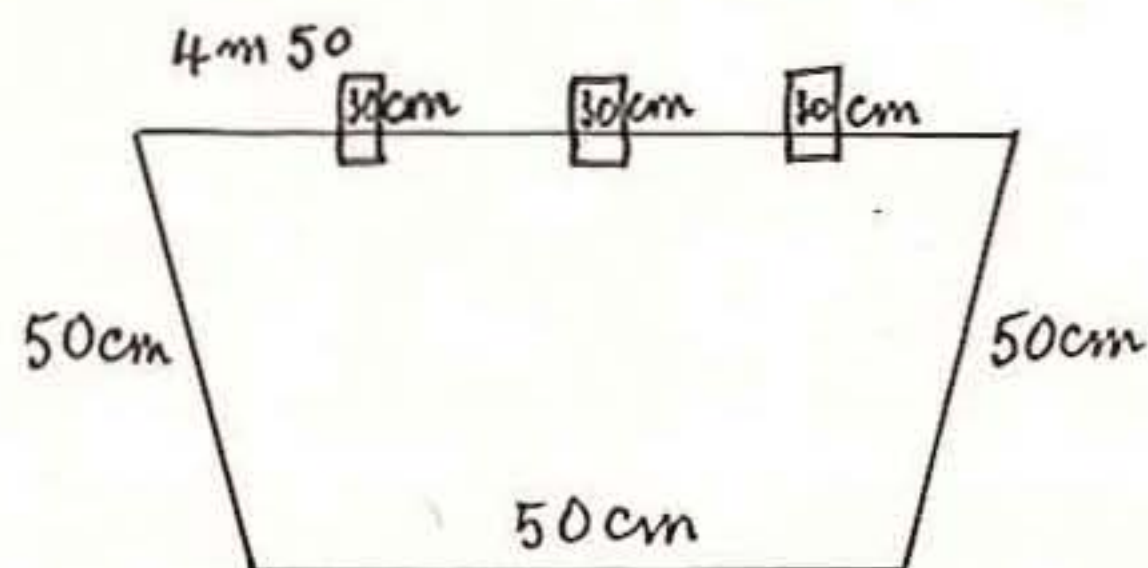


Il y a deux choses à considérer :
1°. Le décalage de $1/7$ de tour entre les nombres à l'extérieur et les nombres qui touchent le cercle.

On peut calculer $360 \div 7 = 51$.

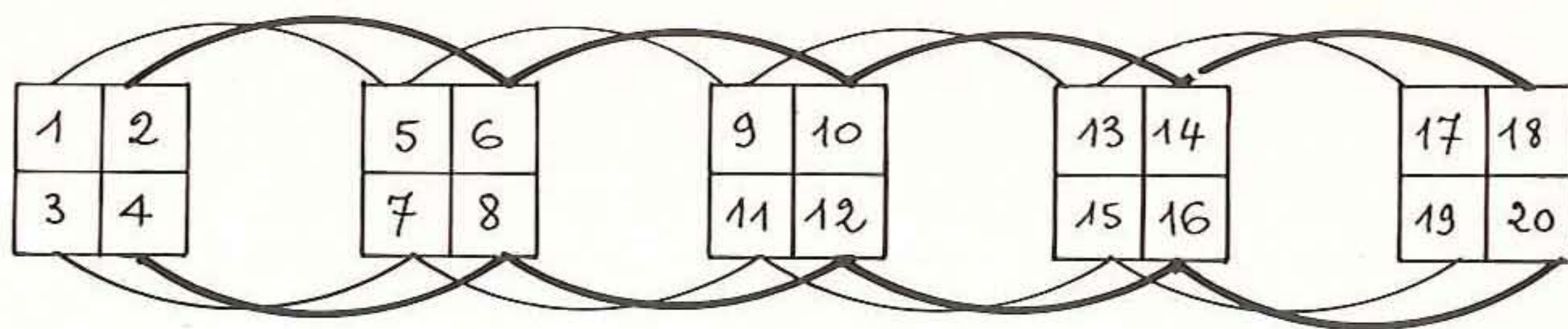
Et puis il y a une relation entre deux séries de 3 nombres et la relation c'est la multiplication. Je n'ai su en tirer aucun parti.

(B)



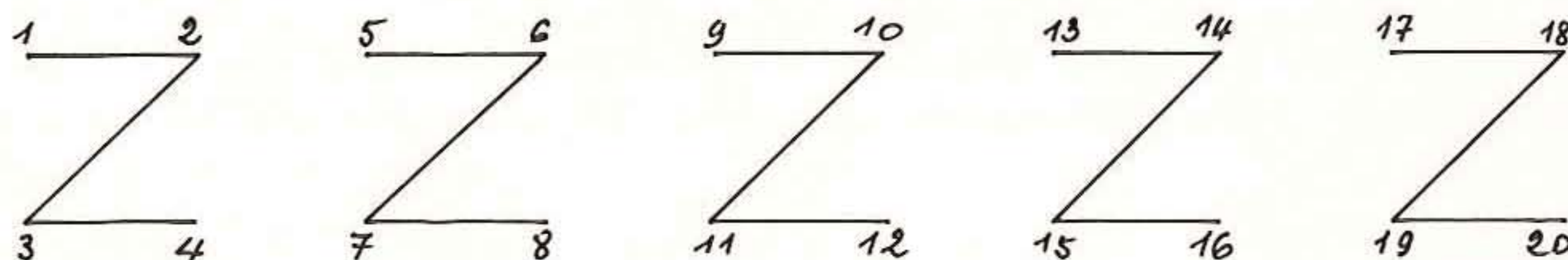
J'ai un bateau ?

(C)



Pierrick reprend une très ancienne création de Ghislaine (voir le 20-11) et il relie les nombres de la même classe (modulo 4).

(D)



Reprise identique. C'est le même travail (modulo 4) mais à partir d'une autre forme. Ici le 1, le 5, le 9, le 13, le 17 se correspondent également (classe 1 modulo 4).

(E)

P	a	t	r	i	c
a	t	r	i	c	k
t	a	a	r	a	l
t	a	i	b	o	e
e	é	n	ve	a	ve

Ceci est le prolongement d'une idée de Denis qui s'inspire des mots croisés du journal. Il est tout à fait normal de voir les enfants retrouver la vie à partir de leurs créations de quadrillage. Et il est également normal de voir les lettres remplacer les nombres. La critique a permis à Pierrick de comprendre que du point de vue « mots croisés » seul le mot *patte* dans le 1 vertical est correct. Ah ! si, il y a aussi *train* dans le 3 vertical.

(F)

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
7	-10	-11	-13	-15

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
18	-21	-24	-27	-30

Pierrick commence à tourner en rond dans les quadrillages. Est-ce pour prendre

la tangente qu'il introduit des nombres négatifs dans la dernière rangée. En y réfléchissant je viens de trouver la solution. La dernière ligne représente les totaux. Et maintenant que je le sais je m'aperçois que dans la création de gauche, le rectangle du bas est plus grand. Je m'étonnais aussi de trouver dans la dernière ligne à droite la classe d'équivalence 0 (modulo 3) (18-21-24-27-30) alors que à gauche aucune structure ne semble relier les nombres. Cela m'intrigue et me pousse à la vérification. Et je m'aperçois alors de l'erreur $2 + 7 = 10$. C'est donc la parfaite régularité de 18-21-24-27-30 qui m'a fait regarder 7-10-11-13-15. Je me suis dit : pourquoi n'est-ce pas une classe 1 (modulo 2). Et j'ai rectifié le 10 qui dérangeait la structure. Cette démarche est d'ailleurs courante : c'est celle de Le Verrier qui trouvait une anomalie dans la suite des nombres qui concernaient les distances des planètes au Soleil. Et il en a conclu à l'existence d'une planète inconnue qui fut découverte par la suite à la place prévue par les calculs.

Vous savez peut-être également que l'on essaie de dialoguer avec les êtres des mondes extra-solaires en leur envoyant des messages sous la forme 1.2.3.4.5. .7.8.9. S'ils ont perçu l'anomalie, ils doivent renvoyer le 6.

(G)

$$\begin{array}{r} 76543210123 \\ \times 125 \\ \hline 38271605115 \\ 153086420246 \\ \hline 1569135807575 \end{array} = 16$$

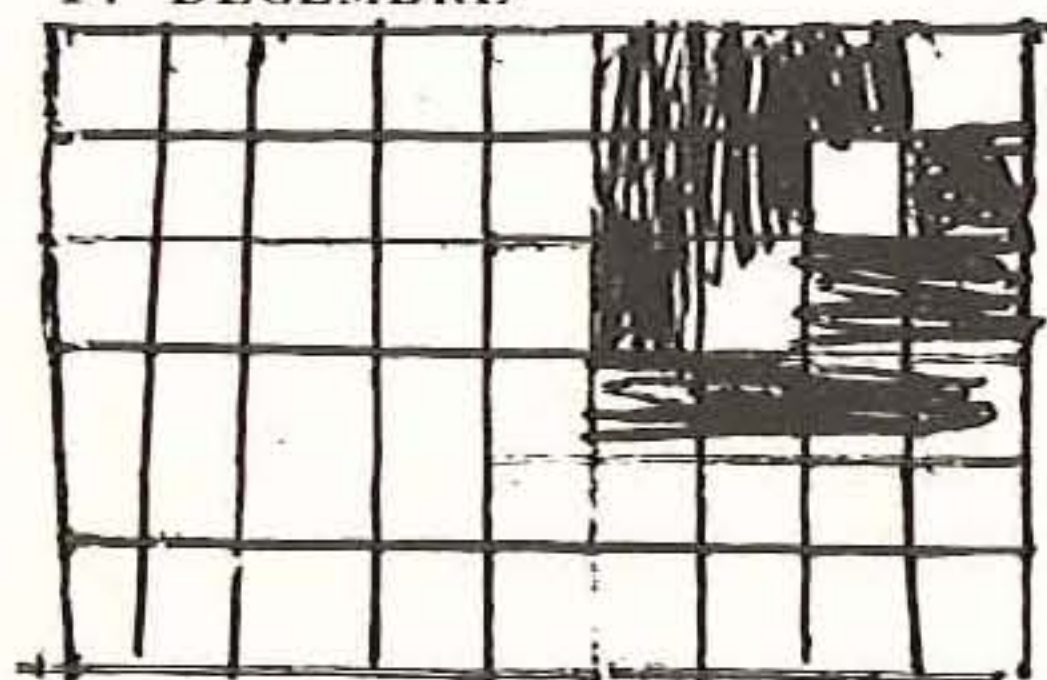
Pierrick a repris l'opération qu'il avait laissée en train le 13-12. Nous savons que ce garçon reprend souvent les travaux de ses camarades pour les amener plus loin. Mais il peut aussi reprendre les siens. Ici, il manque quelques petites choses. Mais bah ! ce n'est déjà pas si mal.

Nota. Je ne sais pas ce que signifie le 16. (modulo 9 ?)

$$\begin{array}{r|l} 765 & 3 \\ 16 & 271 \\ 05 & \\ 2 & \end{array}$$

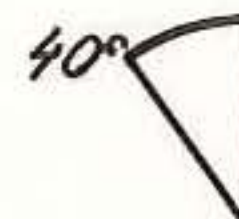
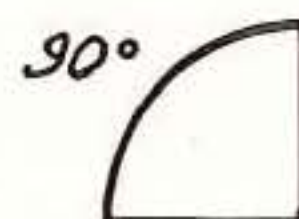
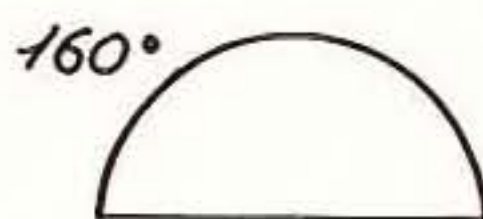
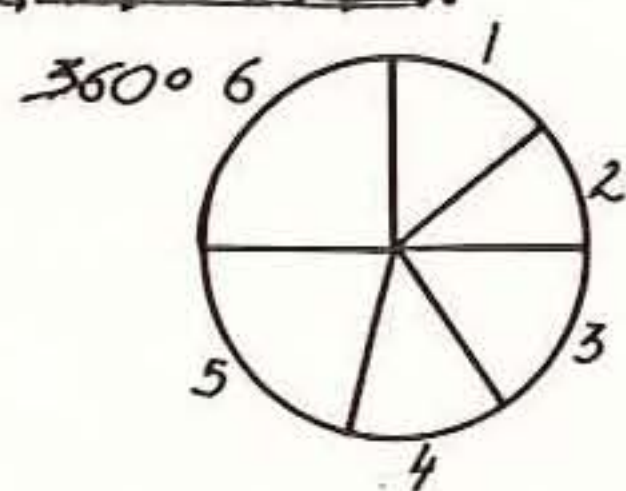
Hum ! ce n'est pas brillant. Non, non, tu n'as pas le droit d'avoir peur ! Du moins pas avant Noël. Tu peux déplier les rides de ton front.

17 DECEMBRE



J'ai tenu à donner le document original pour montrer que Pierrick a un nouvel accès de « noir ». Les traits sont véhéments. Ça n'a pas l'air d'aller très fort sur le plan affectif.

(B)



La critique de la classe a permis à Pierrick de comprendre ses erreurs : 160° (au lieu de 180°) et 40° au lieu de 45° . Les arcs ont l'air d'intéresser Pierrick. Et il reprend assez souvent les décalages (les rotations) introduites par Ghislaine le 26-11. Il n'est pas uniquement attaché aux rectangles.

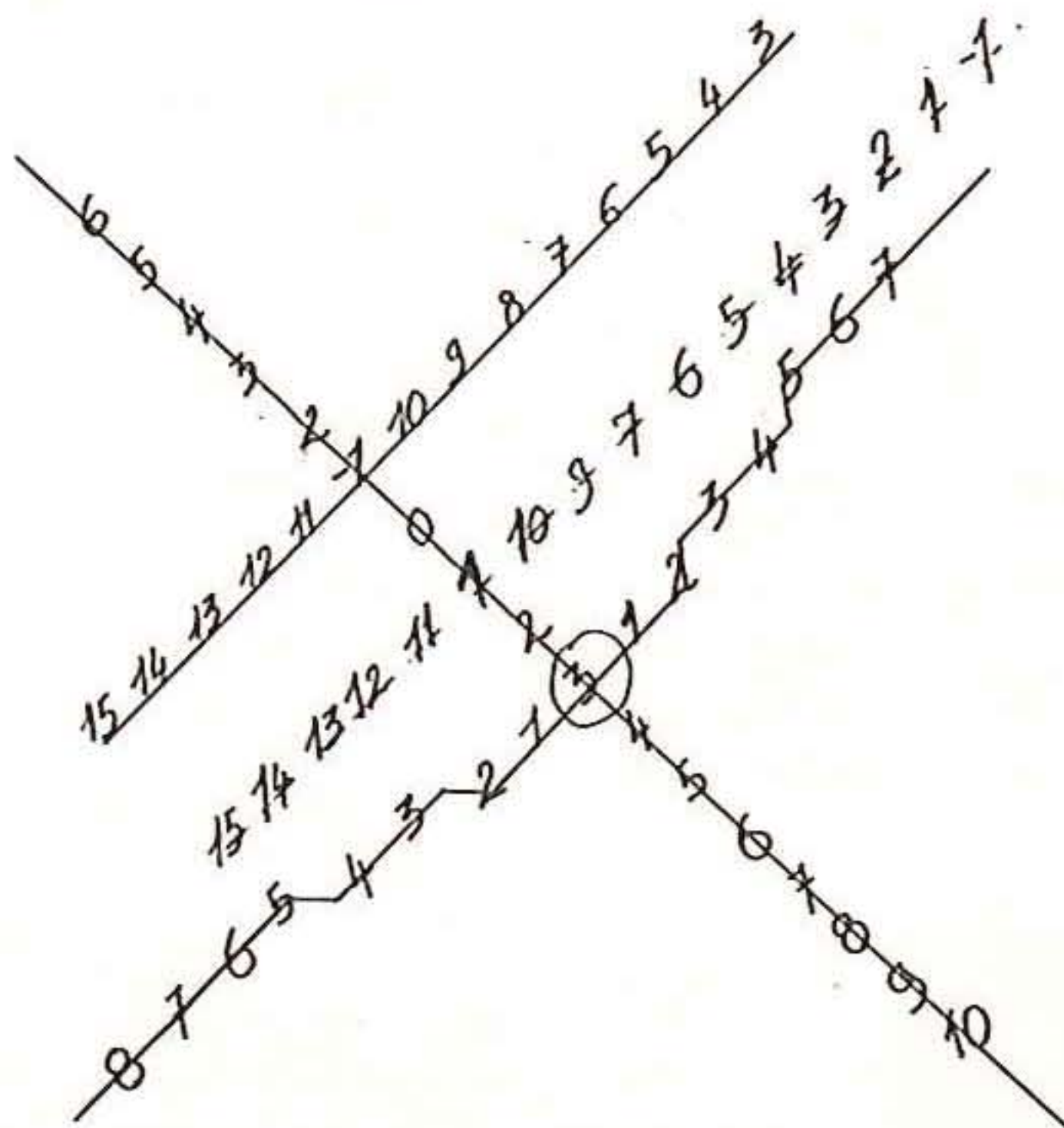
18 DECEMBRE

Nous approchons de la fin du trimestre. On n'aura pas tout vu évidemment. Mais on aura beaucoup vu. En effet, ce que Pierrick introduit là (création A) va peut-être nous mener loin. Mais, en réalité, là encore il ne crée pas, il prend la suite. Je me demande si Pierrick crée souvent. Je ne me rends pas bien compte. Il ne s'intéresse peut-être uniquement qu'aux développements des idées des autres.

Il y a quelques jours, je m'étais dit :

— Savoir si on débouchera un jour sur les coordonnées cartésiennes.

Mais quelle stupéfaction quand je m'aperçus qu'elles étaient déjà sur le carnet de Eric. Et je ne les avais pas vues ! Voici ce que Eric avait réalisé.



Nous n'avons d'abord examiné que les lignes perpendiculaires de chiffres en constatant en premier lieu qu'elles étaient perpendiculaires. Puis nous avons vu que les deux perpendiculaires (3-15) et (1-15) à la ligne 6....10 étaient parallèles entre elles.

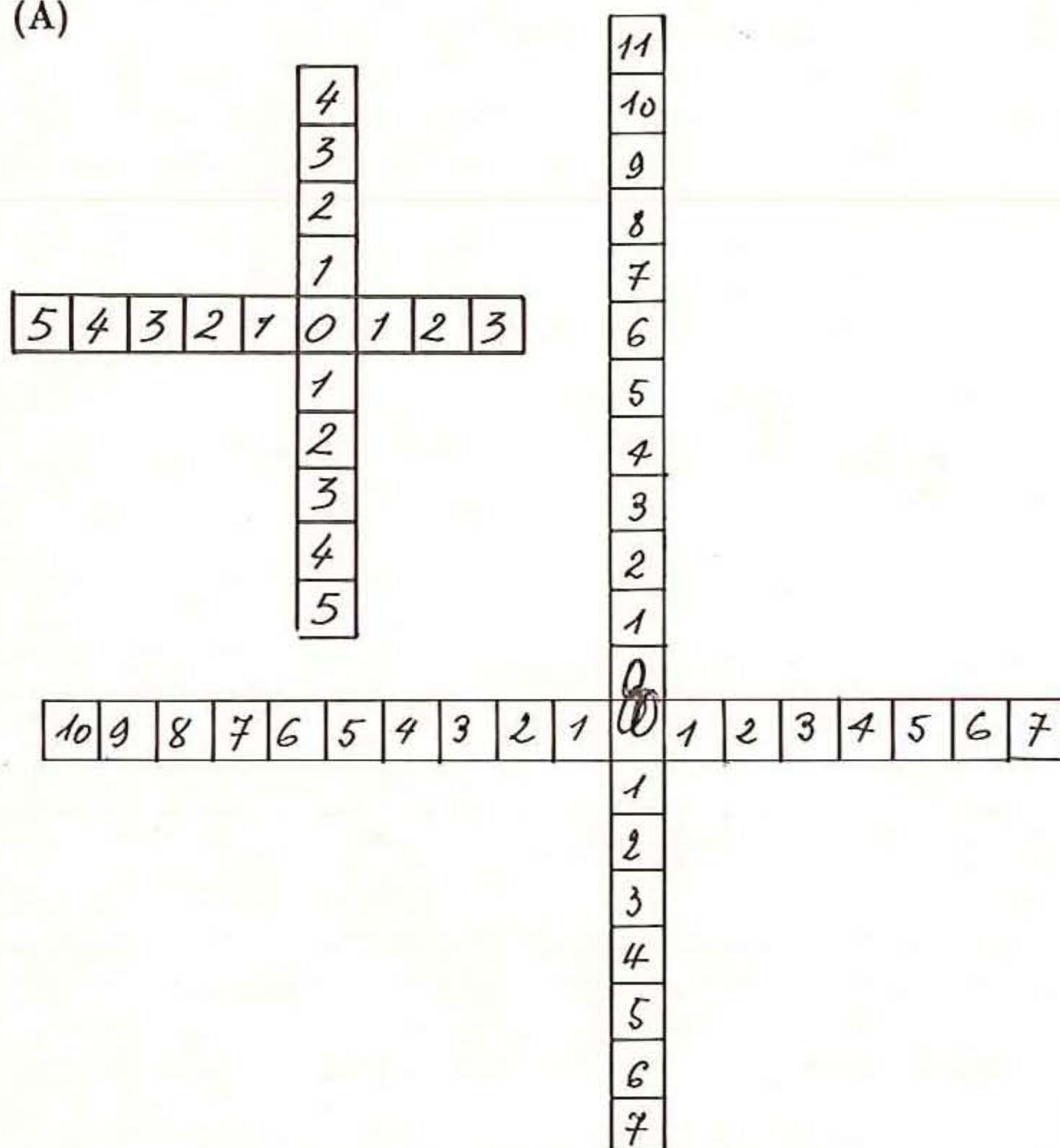
Mais il y a eu aussi des critiques. En haut de la ligne qui commence à — 1, Eric a oublié le 0. Et entre 11 et 12 il a mis le 1 de l'autre ligne. Certains enfants ont dit : « Il aurait dû passer par le zéro ».

Il se peut qu'ils se soient souvenus d'un travail que nous avons peut-être effectué il y a deux ans dans ma classe quand ils étaient au CP.

Mais je n'ai pas voulu non plus négliger la ligne sinueuse couverte de chiffres car il y a, à partir du 3 (ou du zéro qui l'entoure un départ à gauche et à droite. Et c'est une composée de cette remarque avec la remarque précédente qui a permis à Pierrick de prolonger la création de Eric.

Mais Pierrick la reprend dans le sens vertical.

(A)



On voit que Pierrick ne s'est pas contenté de sa première réalisation. Il a dû la trouver insuffisante. Mais la seconde fois, il a décalé le 0 de la case d'intersection. J'ai demandé à Pierrick ce que c'était cette création.

— On compte les carrés à partir du zéro.

Eh ! oui, c'est tout ce qu'on peut en tirer. Mais c'est le commencement de quelque chose.

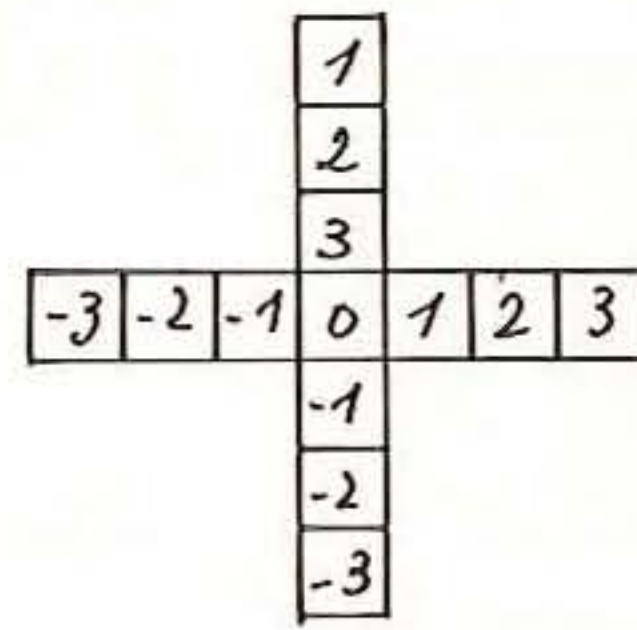
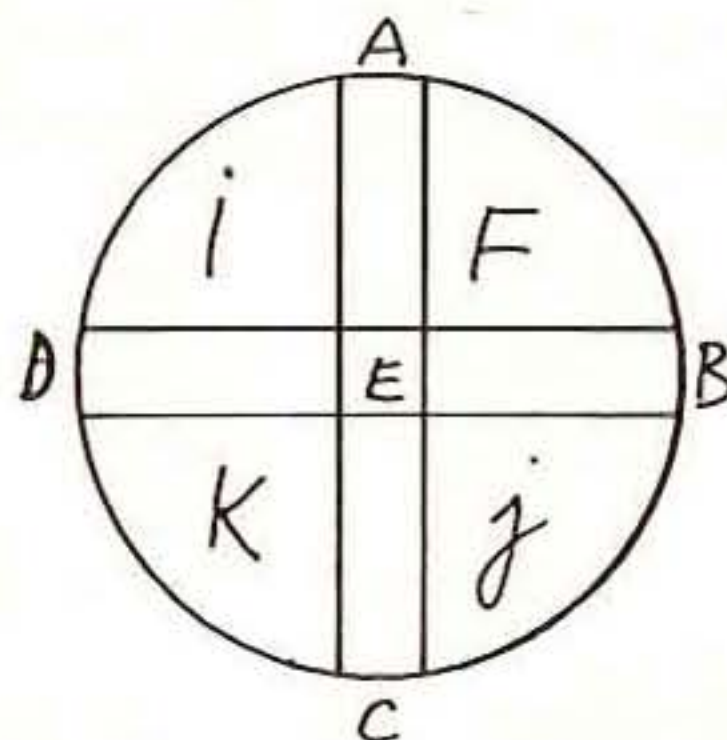
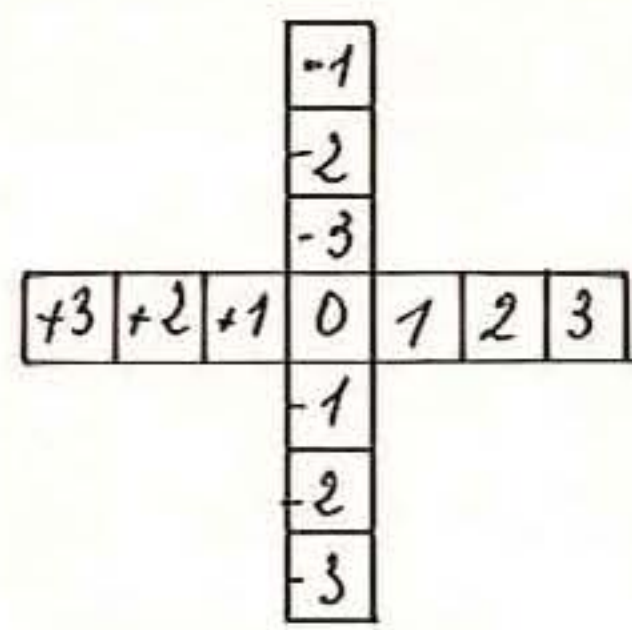
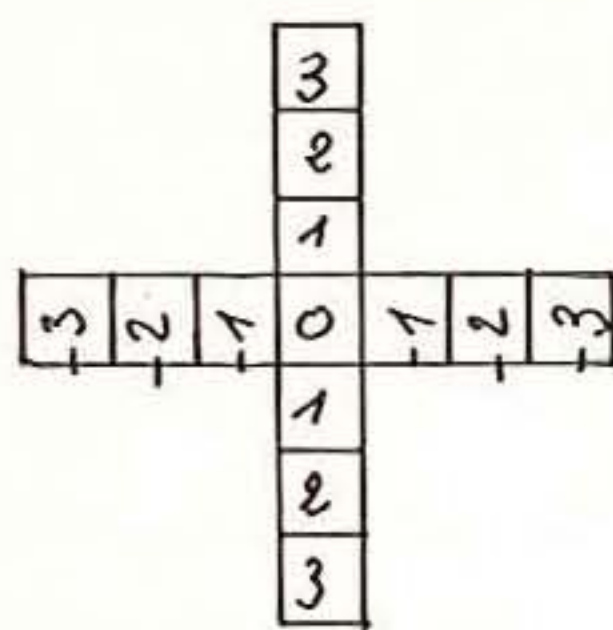
Voici ce qui a suivi ce travail :

Colette

Edith

Patrick

Eric



J'ai porté le travail de Eric au tableau. Et c'est lui-même qui a opéré la rectification des nombres en haut. Je me suis exclamé :

« Oh ! oh ! qu'est-ce que c'est que ça ? »

— C'est un thermomètre. — Oui je comprends. Mais l'autre ligne horizontale ?

— C'est un thermomètre couché. Ou bien quoi ? — Ch'ais pas. »

Je marche vers la cour : « Vous ne vous souvenez pas ? »

— Si ! Quand on va par là on avance, c'est la direction a . Et par là (je recule) c'est — a' . Et vers le tableau c'est b et de l'autre côté c'est — b' ».

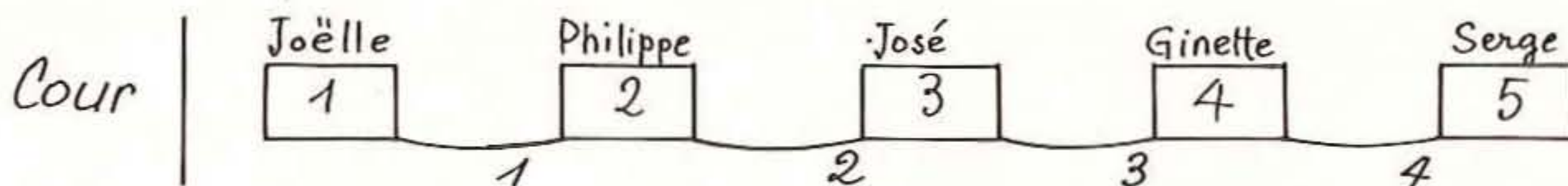
Je crois que cette affaire avait été greffée très tôt sur l'une des branches de l'activité mathématique de notre classe. En effet, dès le 11-10 Pierrick avait écrit la suite 18-21-24-27-30. Et, au tableau, nous avions, sur une idée de Gérard, prolongé la suite à droite et puis à gauche au-delà du zéro : — 6, — 3, 0-3-6-9-12-15-18-21-24-27-30.

Les enfants se souvenaient des nombres Z dont nous avions tout de même réussi à parler l'an dernier, malgré les mauvaises conditions de travail.

Et puis je crois que l'idée avait resurgi à l'occasion d'une création de Ghislaine

	1	3	5	
7	9	11	13	

On avait parlé du départ de 0 au lieu du départ de 1. Et de là nous avons dérivé sur la différence entre table et espace. En partant de Joëlle.



Si l'on compte les tables, on dit 1 en partant de Joëlle. Si l'on compte les espaces vides entre les tables, on dit 0 à Joëlle. Eric avait dit : — Oui, mais si on partait de José.

J'avais bondi sur l'occasion en disant : — Oui José c'est quoi ? — Zéro. — Et Philippe ? 1. — Et Joëlle ? 2.

Mais malin et taquin j'avais demandé. Et Ginette et Serge ?

Eric avait répondu sans hésiter : — Ginette — 1, Serge — 2.

Alors nous avons étudié et rappelé à ce propos les nombres Z. Et j'avais marché vers la droite (vers Joëlle, vers la cour). Et on comptait 1, 2 à partir de José. Mais ensuite j'avais reculé vers la gauche. Et on disait 2, 1, 0, — 1, — 2.

Par la suite, je ne me souviens plus à quelle occasion nous avons abordé le repérage des enfants dans la classe à partir de Patrick qui était dans le coin



Les enfants avaient défini une direction a et une direction b et chacun avait calculé ses coordonnées (ses a et ses b). Et là, il y avait eu une discussion, un ajustement pour savoir s'il fallait compter 0 à partir de Patrick ou 1.

Mais pourquoi a et b . Mystère. Peut-être que le plus ancien s'est souvenu de ce que l'on faisait dans la classe à partir du livre de Papy (il y a 3 ans).

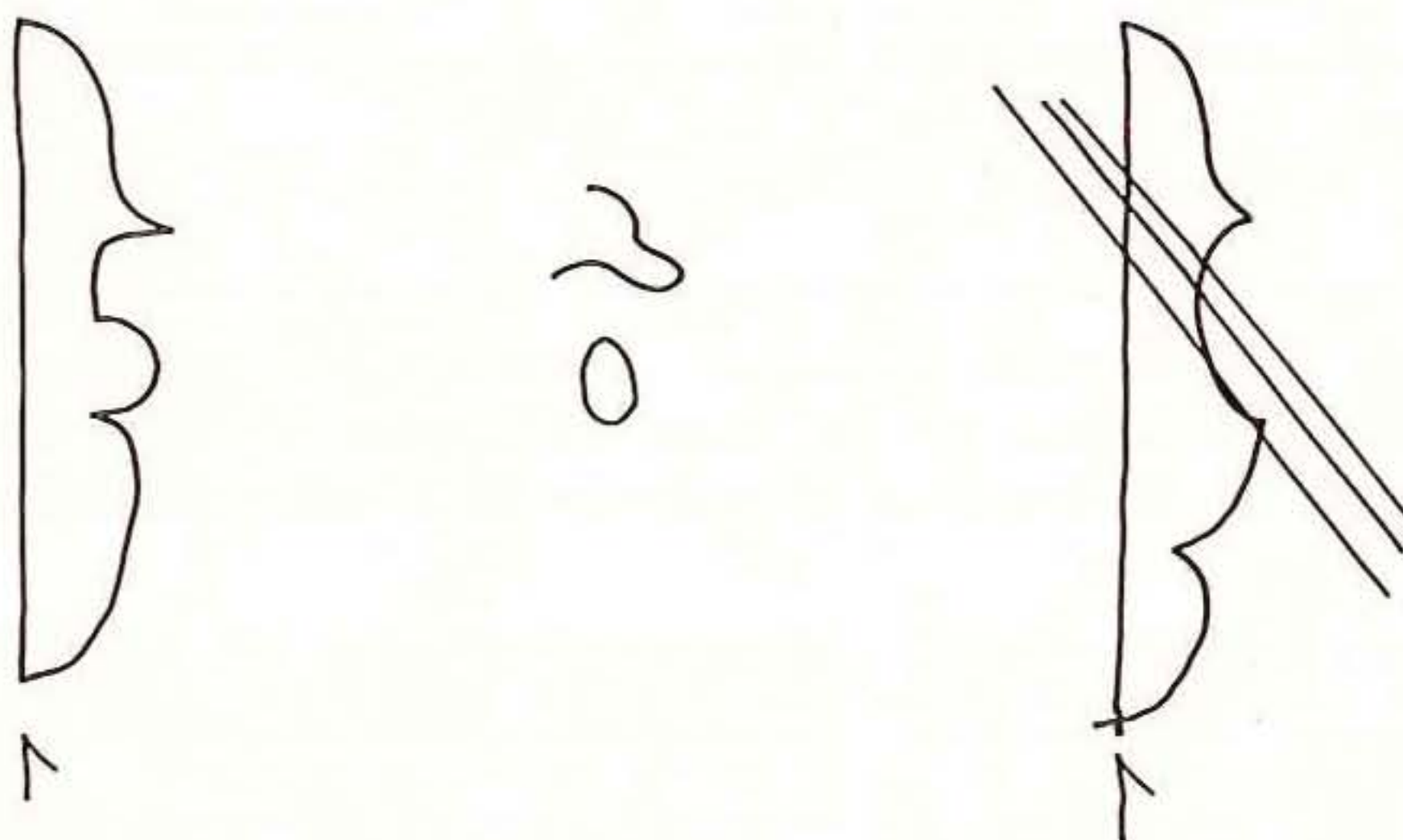
Bien entendu nous n'avons pas exploité plus avant la dernière création de Eric. Nous attendons qu'une autre occasion (soit réflexion, soit création, soit événement) fasse revenir à la conscience claire ce que nous y avons enfoui aujourd'hui.

(C)

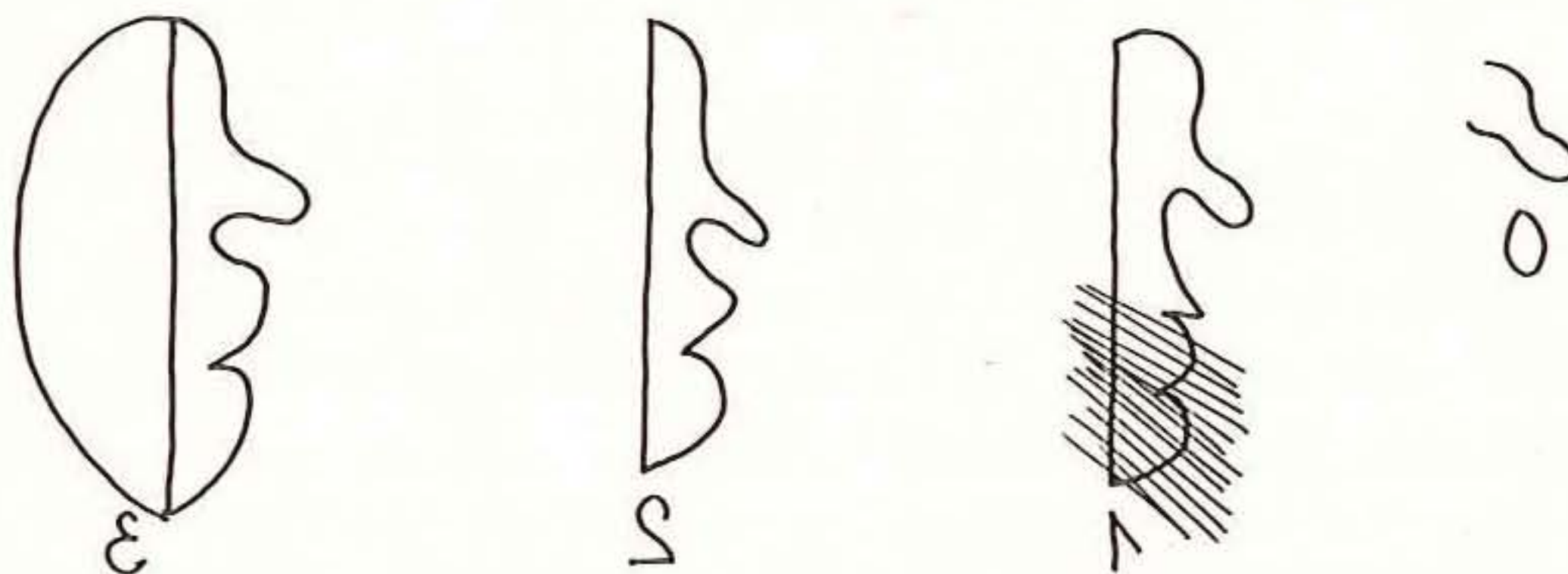


Je n'avais pas perçu cette production de Pierrick. Et pourtant, quelle magnifique occasion nous avions de parler des lignes considérées comme ensembles de points. Car s'il y a bien dessin d'enveloppe, il est en pointillé. C'était riche d'avenir. Mais je n'ai pas su voir. Bah ! ce n'est pas grave. On rattrapera l'occasion.

(D)

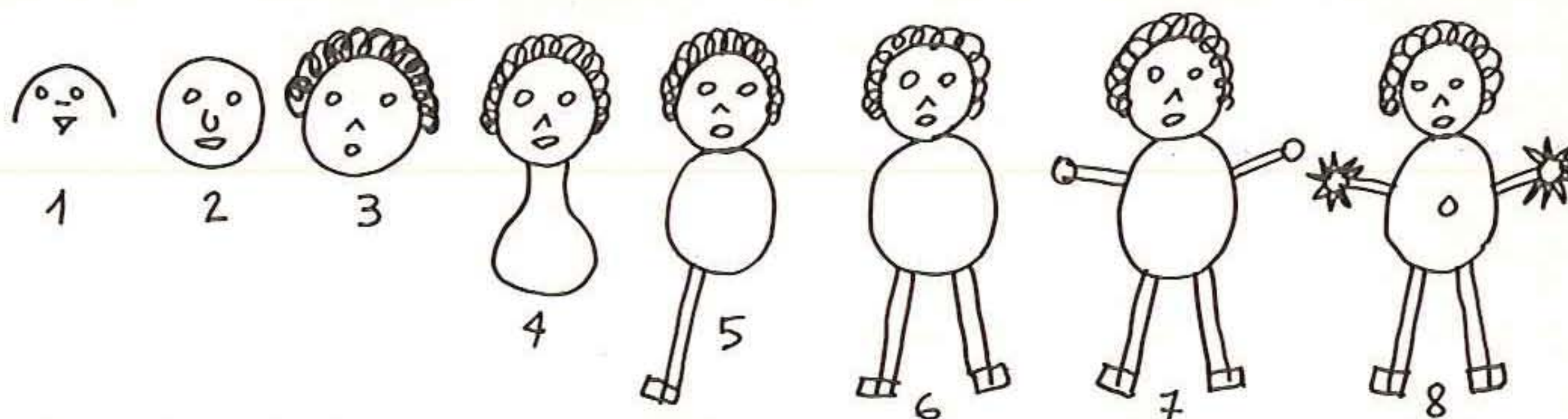


Pierrick a biffé le 1 de gauche car il n'était pas placé dans l'ordre : il précédait le 0.



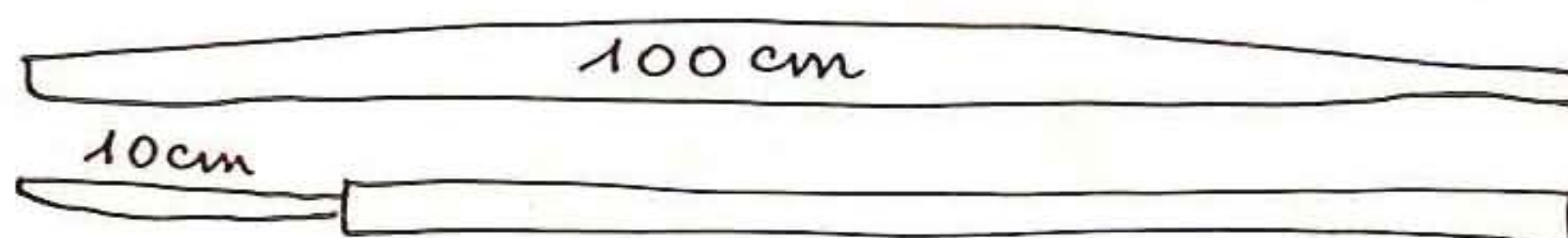
Pierrick a rayé le bas du visage du numéro 1 parce qu'il s'est aperçu que s'il arrivait trop vite au visage il serait arrivé trop tôt à la tête complète et il n'aurait eu que 3 chiffres au lieu de 4.

Car il s'agit de chiffres. C'est en effet une reprise humoristique de l'aventure « invention de chiffres » qui avait été basée sur la programmation des étapes de la réalisation d'un dessin. Voici de Stéphane (CE1).



Nous sommes ici loin des chiffres édithains.

(E)



Reprise du « tiercé » des longueurs. Pierrick aime vraiment cela. Pour moi, c'est ce plaisir d'avoir compris qui provoque la reprise de l'idée. Peut-être. Ou simplement la nécessité de répéter pour intégrer la loi à l'être quand cette loi a été découverte.

(F)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	35
36	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	53
54	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Quand j'ai vu ce quadrillage, je me suis dit : 17-35-53 Pierrick s'est trompé. Mais en y regardant de plus près, je me suis aperçu que c'était une reprise de la découverte du 13-12. J'ai dit aux enfants :

« Je croyais que Pierrick s'était trompé parce qu'il y avait 17-35-53.

— C'est vrai, dit Denis, il y a une différence de 18. Mais alors, il faudrait qu'il y ait 18 à la fin de la première ligne.

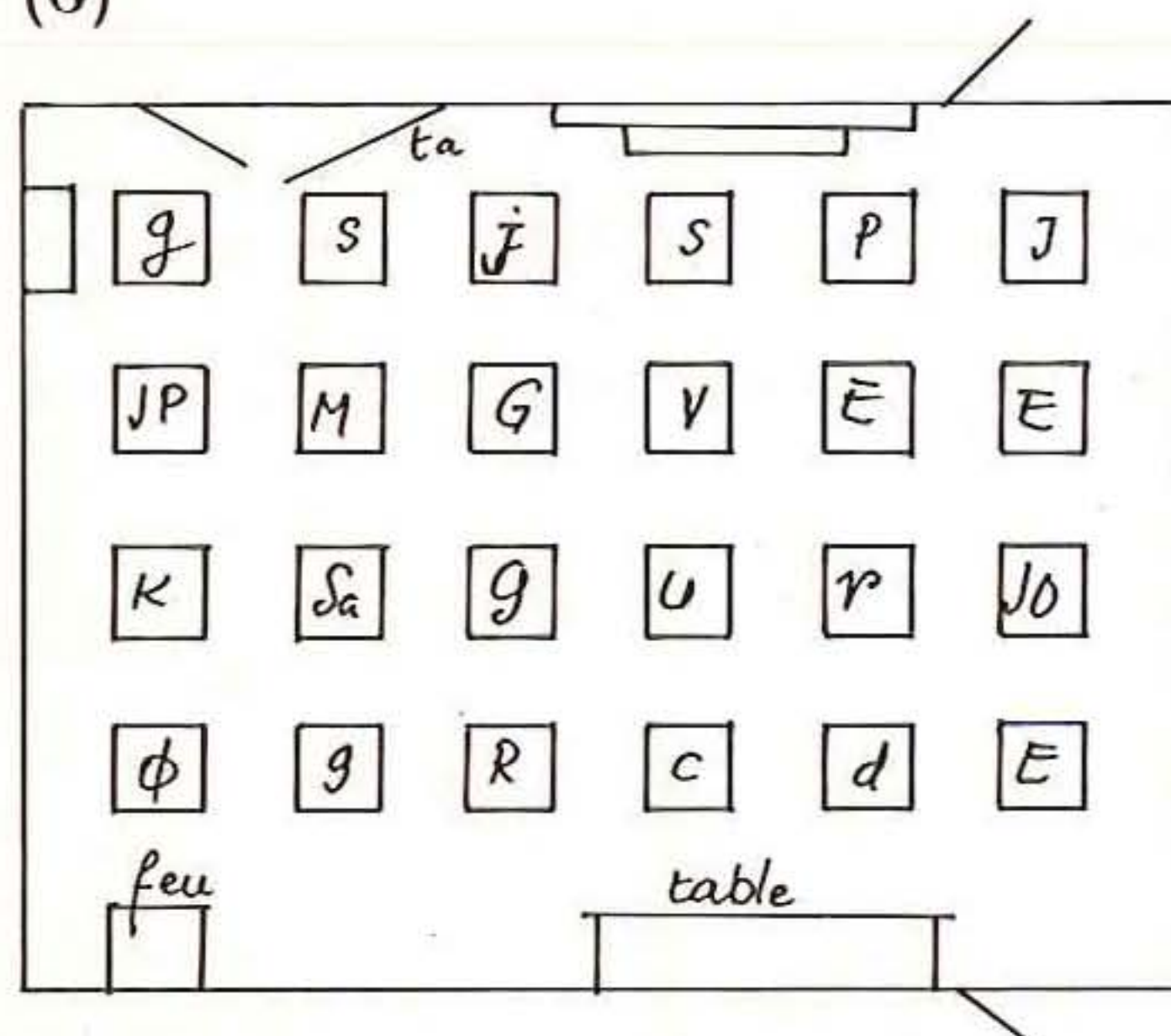
— Mais non, dit Hervé (CE1), c'est vous qui vous êtes trompé parce que Pierrick a mis un 0 au commencement. »

Eh ! bien c'est en effet cette inscription de la classe 0 à gauche qui a tenté Pierrick. La preuve, il avait commencé à écrire 1,2,3 dans les cases. Mais il a surchargé ses chiffres pour écrire 0,1,2 à la place. Nous avons donc à gauche la classe 0 (modulo 18) et à droite la classe 17 (modulo 18) (17-35-53 divisés par 18 donnent 17 pour reste). Seules ces deux classes l'intéressaient et les points sont inscrits à l'occasion du comptage des cases.

Et seule l'idée l'intéressait puisqu'il n'a pas été jusqu'au bout de sa réalisation.

Et puis il avait encore tant d'idées à exprimer ce jour-là.

(G)



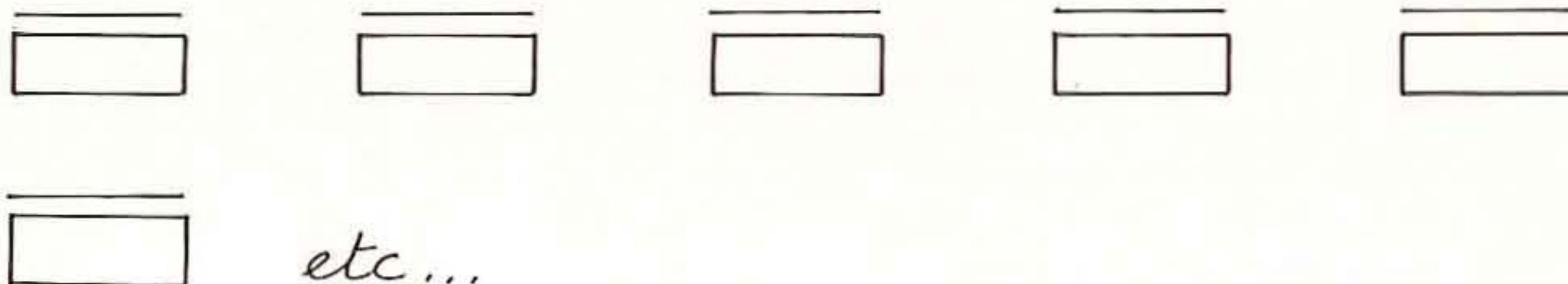
Voilà brusquement une nouvelle piste qui s'offre. Elle a été ouverte par Eric. C'est un garçon qui lit très bien et qui de ce fait a droit à des livres supplémentaires. Il avait pris un jour un livre de géographie et il avait vu le plan de la classe. Mais ce n'est que plus d'un mois après, peut-être deux, que cette idée a été matérialisée sur son carnet. Elle était latente ; en attente de cristallisation. Savoir quel mot de quel élève, quel dessin au tableau, quel croquis sur quel cahier, quelle vision subite de deux tables a pu déclencher le processus de décrochage de l'idée et sa chute le long du bras et du stylo à bille pour son étallement sur le carnet. Cette idée a eu

beaucoup de succès dans la classe. Peut-être pensait-elle qu'elle tournait en rond. Et elle était mûre pour prendre la tangente.

L'apport de Pierrick dans ce domaine, c'est l'ouverture des portes à l'intérieur et à l'extérieur de la pièce. Pour le tableau, il a bien compris qu'on ne devait figurer que le dessus ainsi que le dessus des tables et de l'estrade. Ses camarades ont eu plus de mal à accepter cette convention. Et ils donnaient souvent des pièces représentées « en plan » avec des meubles qui obéissaient à d'autres lois (dessin en élévation).

Ce qui a été intéressant, ce sont les prolongements de l'idée de Eric. En effet, pendant les récréations, les enfants ont fait des maisons sur le sable (nous en avons de grands espaces). Et nous avons eu aussi des dessins de façade avec indication des dimensions. Mais surtout, Yvon a apporté de chez lui un plan d'une maison que son père, menuisier-entrepreneur, avait réalisé. Nous l'avons regardé longuement. Et ainsi, Ghislaine qui interrogeait sur la façon de représenter les fenêtres, a eu la réponse à sa question.

Mais cette Ghislaine, si riche d'erreurs (mais aussi, il faut le dire, riche aussi d'idées riches) nous a fait faire un pas de plus. En effet, elle a apporté le dessin suivant :



Dessin dans lequel le siège était placé « devant » la table.

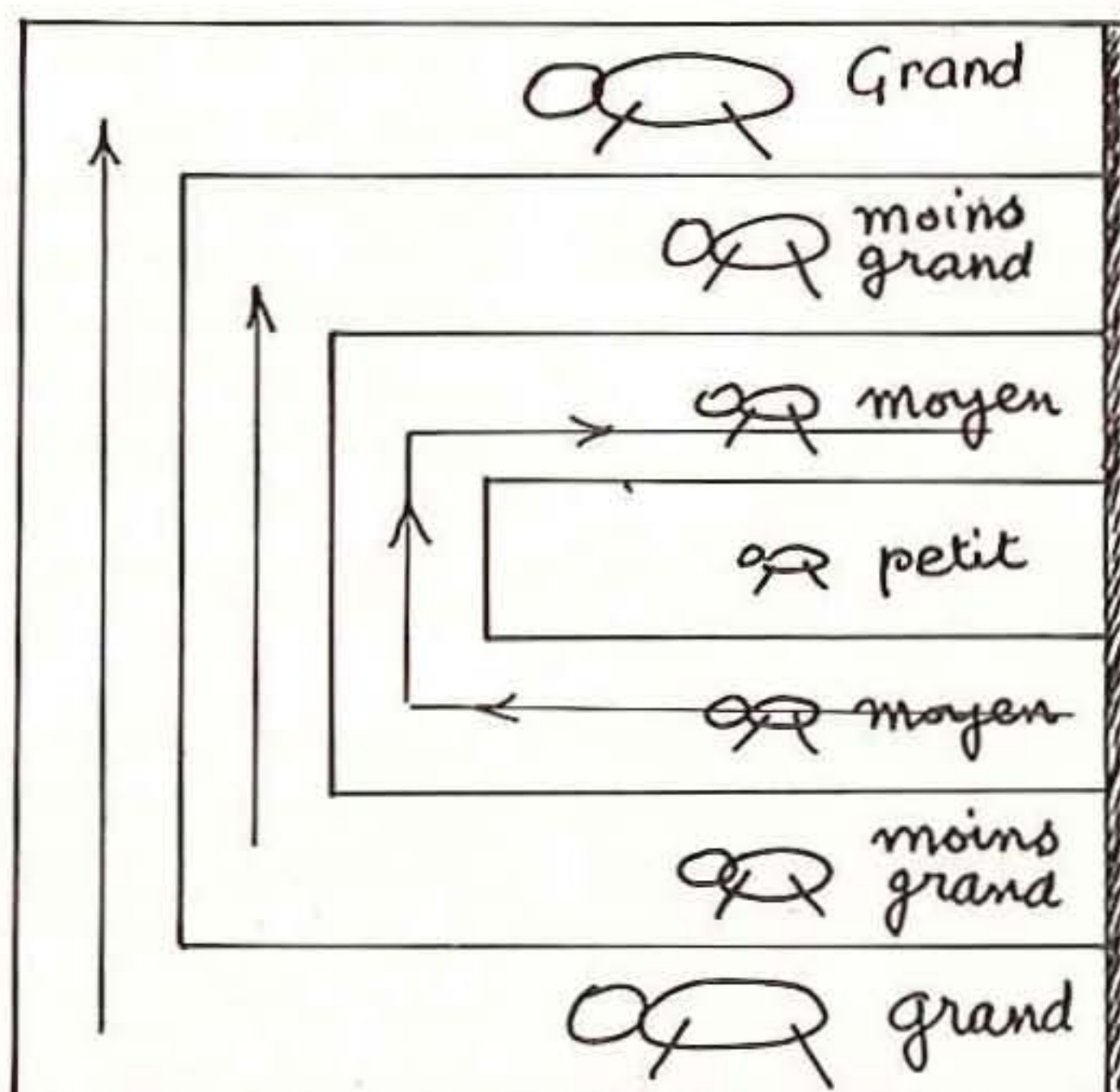
J'ai demandé :

« Ghislaine s'est-elle trompée ? — Oui, non, oui, non. » (moitié, moitié).

Alors j'ai reproduit le dessin sur un grand carton. Et je l'ai présenté « tête » en haut et tête en bas. Stupéfaction, dans ce dernier cas, il était juste. Alors a suivi une discussion sur l'orientation d'un plan, sur le nord des cartes. Et nous avons alors pris une carte marine de mon fils. Puis le globe terrestre avec pour référence mon voyage en avion au Canada. (Et aussi les voyages en avion des pères marins qui naviguent autour du globe).

Evidemment nous avons commencé à chatouiller les longitudes. Vous voyez l'importance de l'erreur pour la connaissance !

Mais moi je vois aussi l'utilité d'aller aux sources et de regarder les documents. En effet j'ai feuilleté le carnet de Eric pour voir ce qui avait précédé ce fameux plan. Et voici ce que j'y ai trouvé.



Qu'est ceci ? La représentation d'un hippodrome avec les différentes pistes adaptées aux différentes tailles des chevaux. C'est une idée qui remonte à très loin car c'est une transposition de ces circuits dont nous ne savions que faire (voir le 16-10). Et ces circuits étaient dérivés de nos représentations des parcours sous le préau.

Ici ce qui saute aux yeux, c'est la relation d'ordre. Mais un mot empêche que l'ordre soit totalement réversible comme il doit l'être généralement. Ce mot c'est *moins*. On peut dire : Grands, moins grands, moyens, petits. Mais si on dit : « Petits, moyens, moins grands, grands » ça ne va plus car « moins grand » peut

s'appliquer aussi bien au mot « moyens » qui le précède. Et ça introduit le désordre. Alors nous avons corrigé *moins* grands en *assez* grands. Et nous pouvions écrire :

Petits $<$ moyens $<$ assez grands $<$ grands et :

Grands $>$ assez grands $>$ moyens $>$ petits.

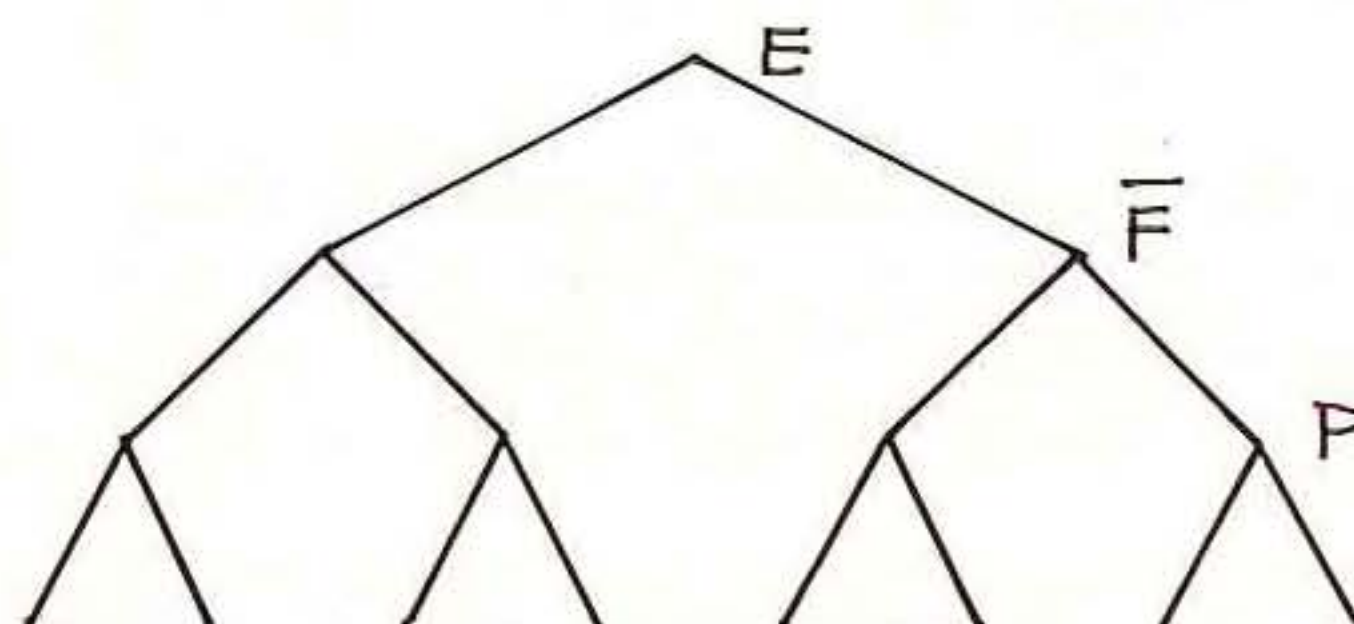
Donc les mots que l'on emploie peuvent avoir de l'importance. Il faut autant que faire se peut, employer les mots justes, les mots propres.

Mais je n'ai pas su voir la relation qui existait entre la taille du cheval et la dimension de la piste : il y avait une correspondance.

Par contre je me réjouis d'avoir perçu l'inclusion. Les enfants ont bien tenté d'inventer un signe. Mais il était si loin du signe officiel $\subset$ que je n'ai pas hésité à le leur donner. Il y avait encore un ordre pour les ensembles

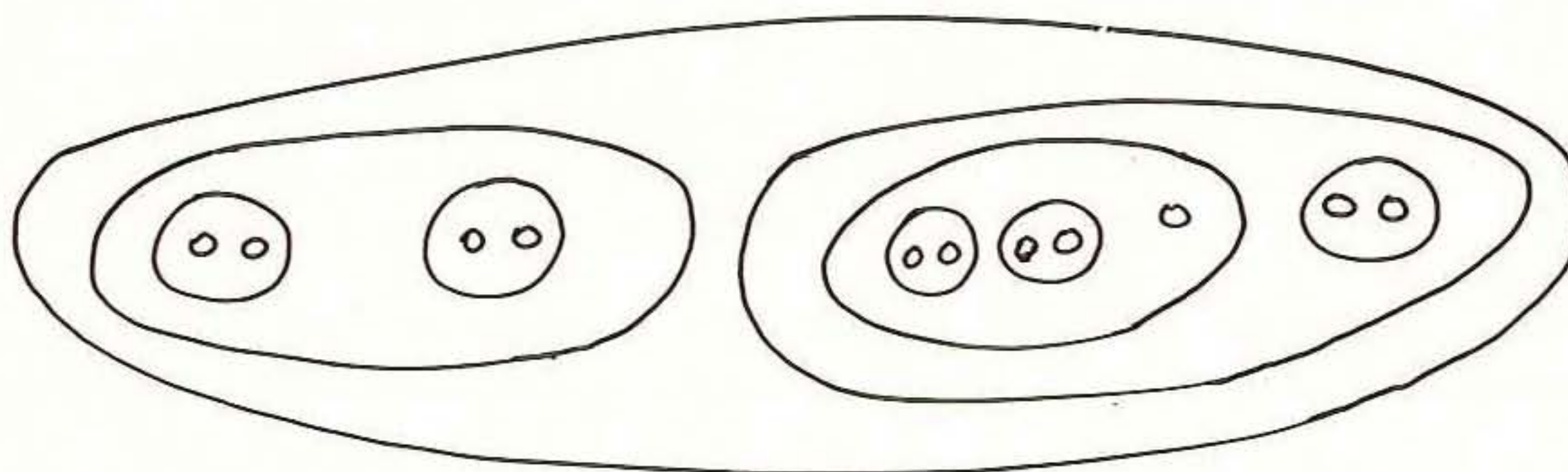
petits $\subset$ moyens $\subset$ assez grands $\subset$ grands.

Mais de cela nous avions une expérience profonde. En effet, en ressortant le tableau sur lequel nous avions dessiné l'arbre dichotomique de la classe, (voir 8-11), nous avons vu que l'ensemble des Petits était inclus dans l'ensemble des garçons (des non-Filles) qui était inclus dans l'ensemble des élèves de la classe. Et au lieu de dessiner



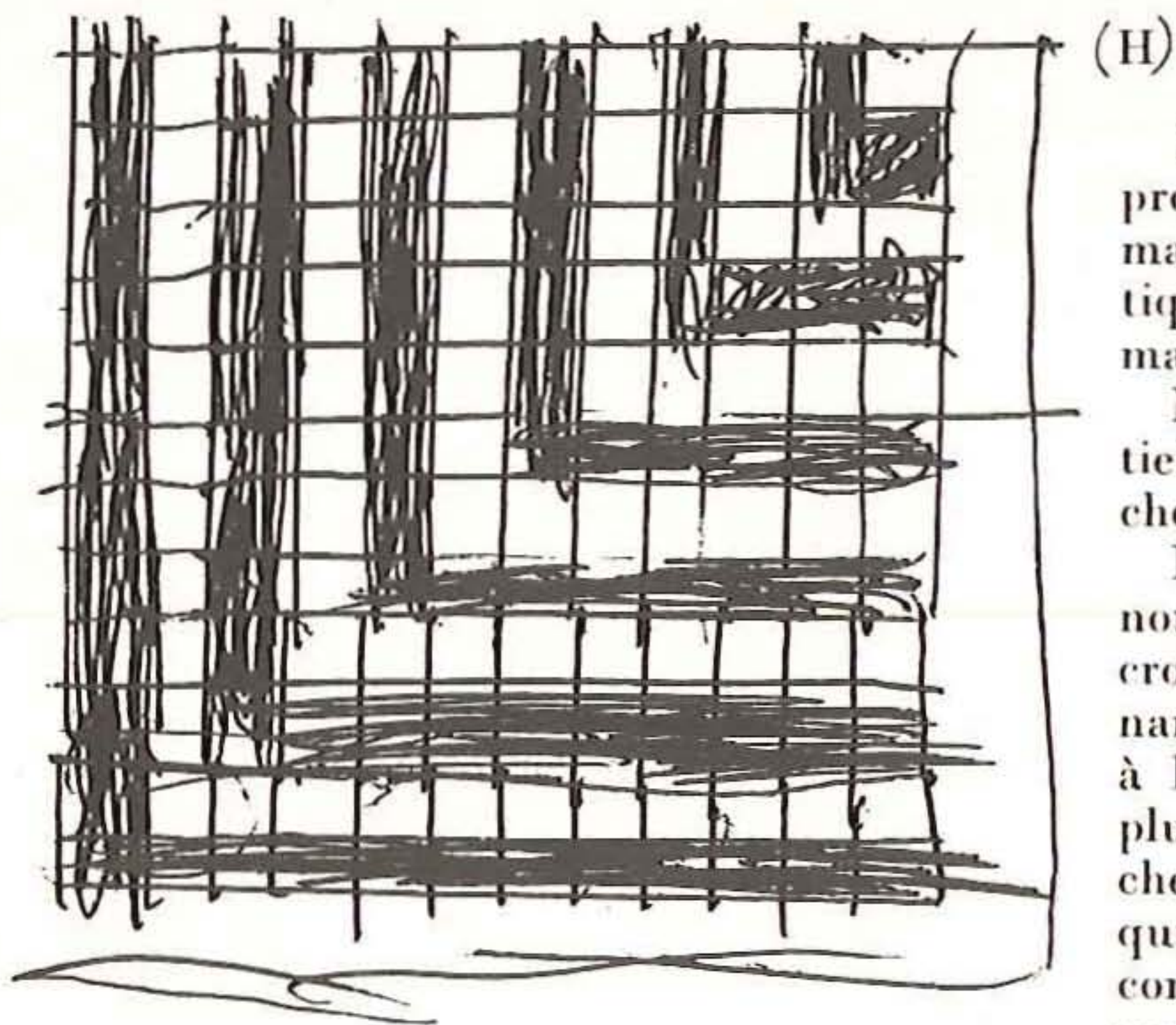
nous avons écrit $P \subset \bar{F} \subset E$

Mais j'ai proposé à mes enfants une autre représentation des élèves de la classe



Cette représentation devient vite confuse dès qu'il y a beaucoup de critères de tris et beaucoup d'éléments.

Mais elle a l'avantage de mieux figurer l'inclusion que l'arbre dichotomique qui fait moins appel à l'intuition sensible.



(H)

Nous en sommes à la huitième production de cette journée. On remarquera le griffonnement caractéristique de Pierrick qui ne s'était pas manifesté depuis un mois.

Mais l'essentiel n'est pas là, l'essentiel c'est que nous arrivons à quelque chose de captivant.

Depuis un certain temps, nous tournons autour des carrés. On pourrait croire qu'il y a, ici, cette idée d'alternance noir-blanc qui est si familière à Pierrick. Mais il y a plus, beaucoup plus. Ce qui peut orienter notre recherche, c'est la création A du 17-12 qui nous donne l'idée de carré. Elle contenait l'idée d'aujourd'hui en germe.

Je sais bien où elle a pris naissance. Dans la classe, nous avons des ateliers. Et l'atelier des mesures comporte des carreaux de mosaïque de 2×2 cm. Il y a des carrés jaunes et des carrés blancs. Et justement, le 16-12, Pierrick avait réalisé avec ces carrés la figure qu'il a reproduite aujourd'hui et qu'il avait peut-être essayé de représenter hier (17-12).

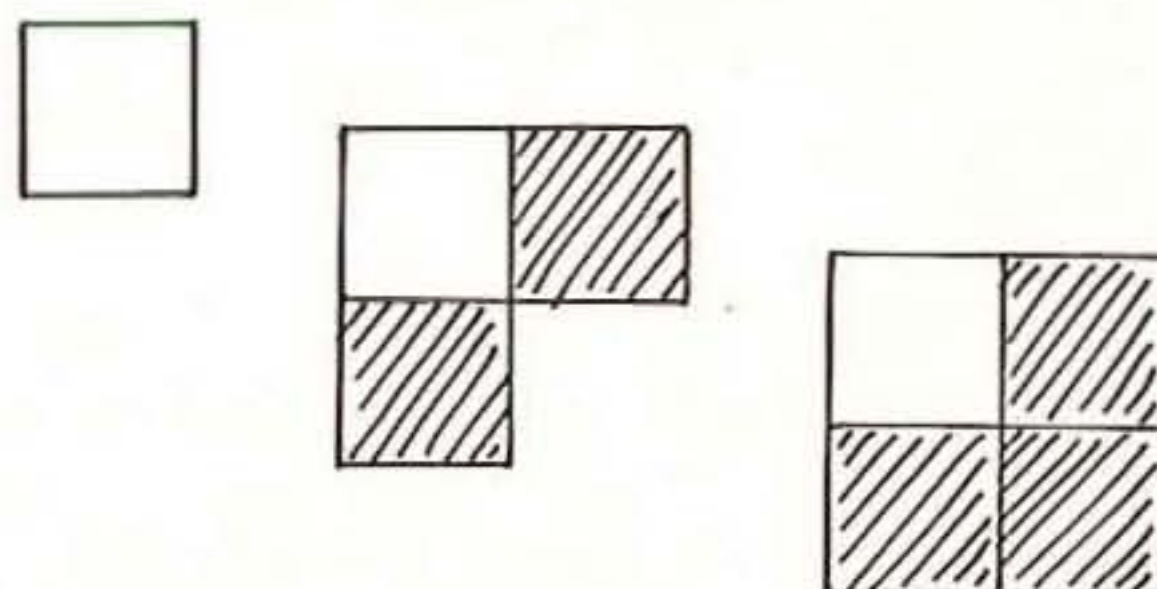
Nous avons étudié cette création au tableau. Et nous avons vu comment il avait procédé.

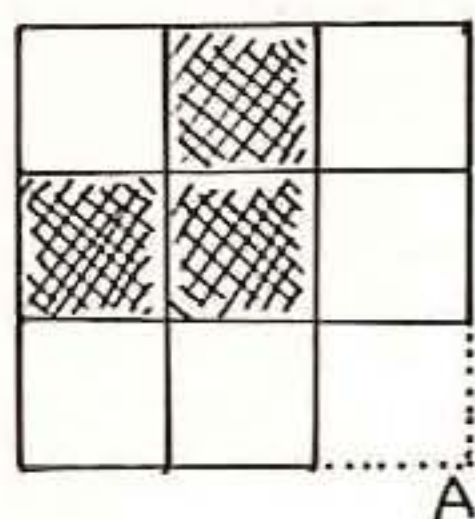
Alors nous avons reconnu quelque chose que Josiane nous avait révélé lorsqu'elle opérait ses calculs d'aire avec des carreaux de mosaïque (voir aussi le 3-12).

Les morceaux de carton étaient grossièrement rectangulaires. Josiane posait ses carrés « dedans » pour chercher la limite inférieure de l'aire et généralement ça ne tombait pas juste. Ça dépassait un peu sur la longueur et sur la largeur. Mais ensuite Josiane passait au « combien dessus » pour la limite supérieure de l'aire. Et pour cela, elle plaçait le long de la longueur autant de carrés qu'il y en avait déjà sur la longueur du rectangle intérieur et le long de la largeur autant de carrés qu'il y en avait à l'intérieur du rectangle sur la largeur. Mais cela ne suffisait pas parce qu'il y avait toujours un petit coin à boucher dans le coin A.

Voici maintenant comment Pierrick s'y prend pour réaliser sa construction de mosaïque.

Il pose un carré blanc
Sur deux côtés il pose un carré jaune et il est obligé de compléter par un carré de plus.
Il repart ensuite de ce carré de 2 sur 2.





Il place encore deux carrés blancs sur deux côtés. Et il y a encore un trou à boucher, etc.

C'est l'étude plus rigoureuse de la découverte du coin A à boucher que l'on avait aperçu chez Josiane (3-12). Avec Pierrick, nous avons continué jusqu'à 10 sur 10. En recomptant les mosaïques qu'il fallait pour chaque carré nous avons trouvé 1-4-9-16. J'ai dit :

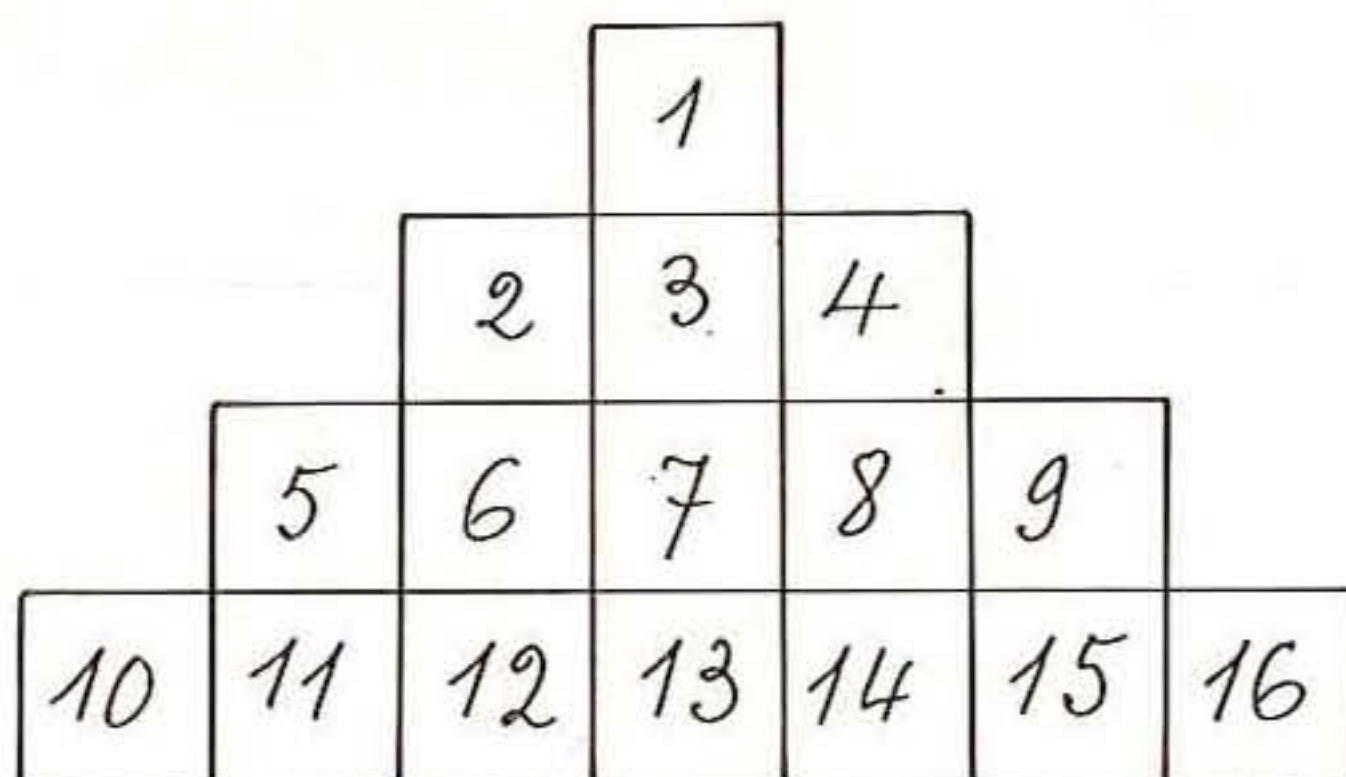
« Moi je ris. — Pourquoi riez-vous ? — Je ris. »

Aussitôt, ils ont cherché et l'un d'eux a dit :

« C'est comme la Tour Eiffel. »

Il faut que je vous dise que nous faisons encore cette année ce que nous avons toujours fait : nous épinglons les feuillets du calendrier sur une plaque de contre-plaqué suivant le choix des enfants : soit verticalement, soit horizontalement, soit en triangle ou comme ce mois-ci en Tour Eiffel.

(I)



Et sur cette pyramide, on voyait justement les nombres 1-4-9-16. Denis le « différencieur » avait déjà remarqué que la différence croissait de 2 à chaque fois (3-5-7) Mais personne n'avait remarqué que c'était des carrés. D'ailleurs personne ne savait ce que c'était le carré d'un nombre. Alors j'ai dit :

« Prenez 1 mosaïque, puis 4 mosaïques, puis 9 mosaïques et puis 16.

— Monsieur à chaque fois on peut faire des carrés. C'est le carré de 1, le carré de 2, le carré de 3, le carré de 4. »

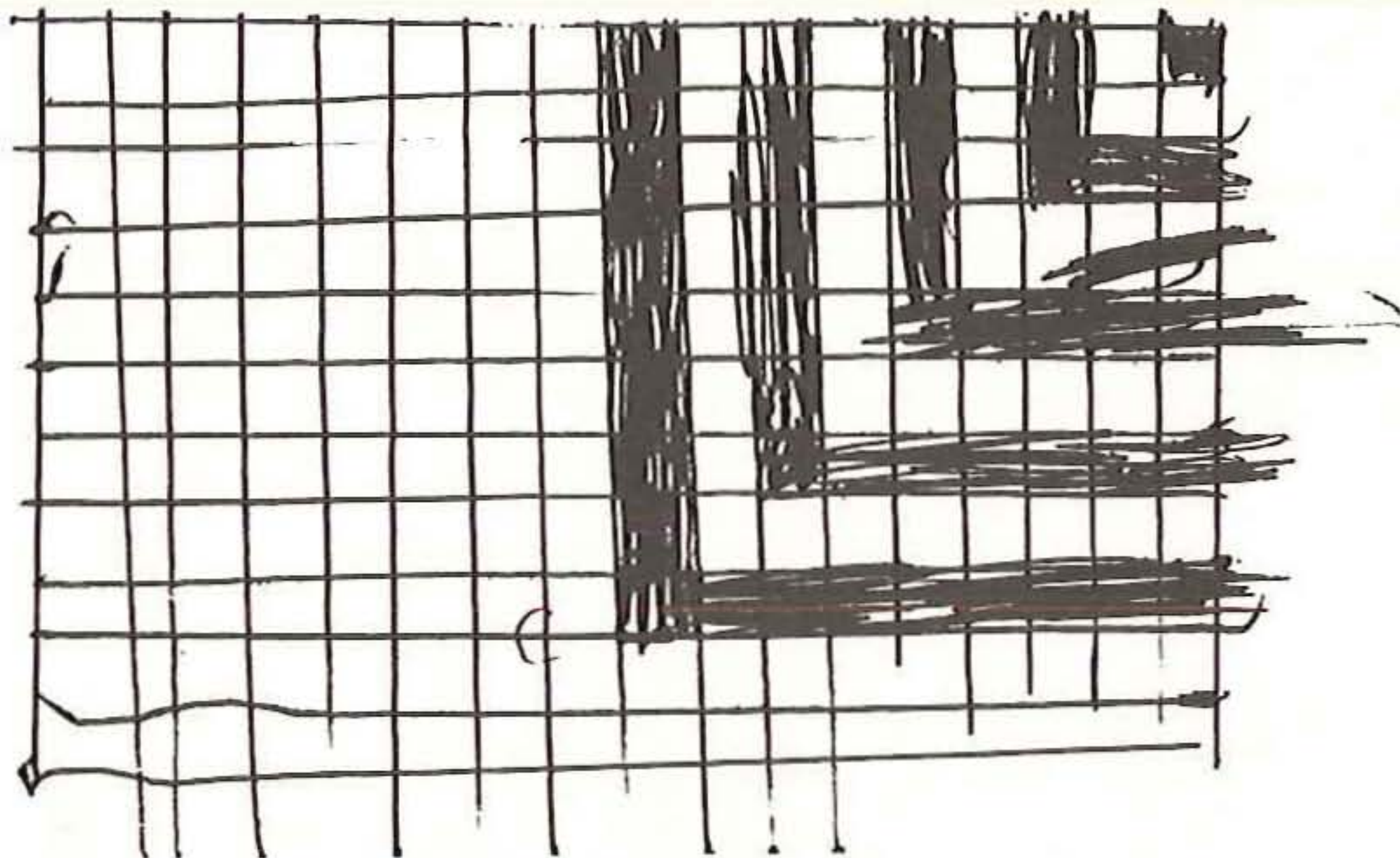
J'écris au tableau 1×1 , 2×2 , 3×3 , 4×4 . Et cela rappelle aussitôt à plusieurs enfants et en particulier à Pierrick les puissances que nous connaissons bien. Evidemment, à ce moment, c'eût été facile de tirer la couverture vers $(n + 1)^2 = n^2 + 2n + 1$. Mais à quoi bon précipiter les choses (cela s'est fait tout seul au 3^e trimestre).

Vous remarquerez peut-être que j'ai placé la lettre I en face de la Tour Eiffel. Oui, en effet, Pierrick a dessiné le lendemain non seulement ce qu'il avait réalisé avec ses mosaïques mais également le dessin de la Tour Eiffel.

Ce passage au dessin à partir de la réalisation pratique est intéressant car c'est le passage à l'abstraction ou, si l'on préfère au moins concret. Et qu'est-ce que mathématiser ? C'est travailler sur des abstractions en s'efforçant de « relier les abstractions aux perceptions et en essayant d'accorder économiquement les abstractions entre elles » (Mach'). Mais ce n'était pas fini pour cette journée puisque Pierrick ajoute trois nouvelles choses.

(J)

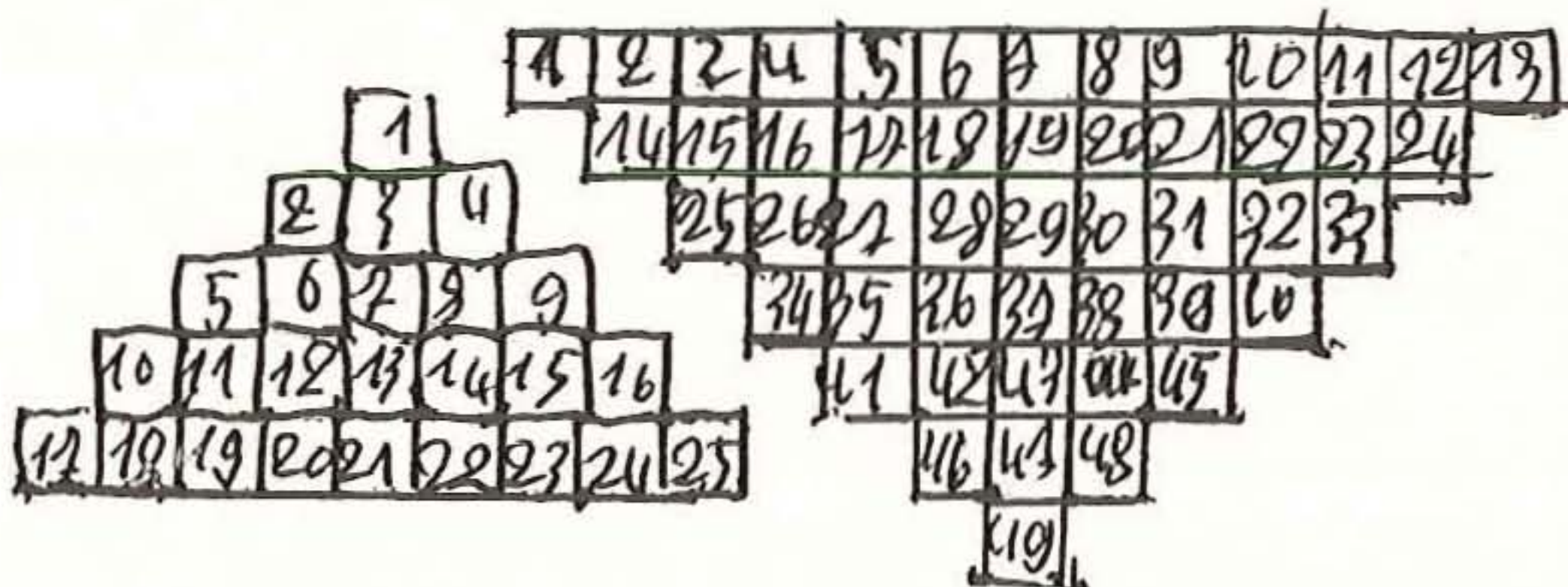
Il a essayé de reprendre sur un pied plus grand sa création H. (Cela fait plusieurs fois qu'il reprend et développe dans la même journée).



Mais le rectangle qu'il s'est donné ne convient pas pour un développement des carrés. Et il semble s'en apercevoir puisqu'il n'a pas réalisé le 11 sur 11 qu'il pourrait encore placer.

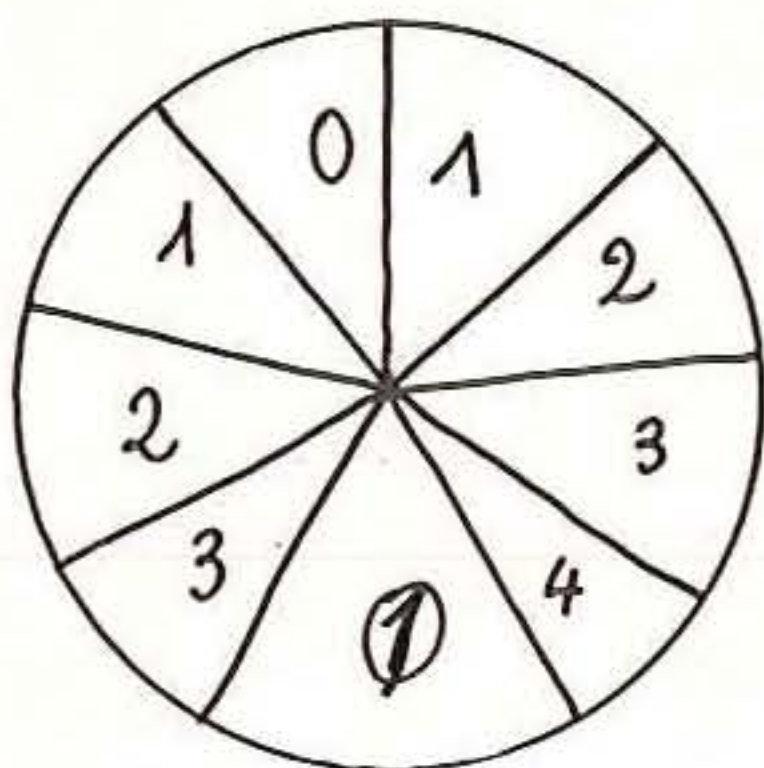
Je n'ai rien dit à Pierrick au sujet de cette non-congruité du rectangle pour le développement des carrés. Personne ne lui a rien dit. Mais il a dû s'en apercevoir, fugitivement. Et cette critique des faits s'est inscrite en lui. Il s'en souviendra.

(K)



En complément (ou en correspondance) avec la Tour Eiffel il y avait la pyramide renversée. Il n'y a pas grand chose à en retirer sinon que la différence entre les nombres extrêmes : 13 24 33 40 45 48 49 diminue de 2 (11-9-7-5-3-1).

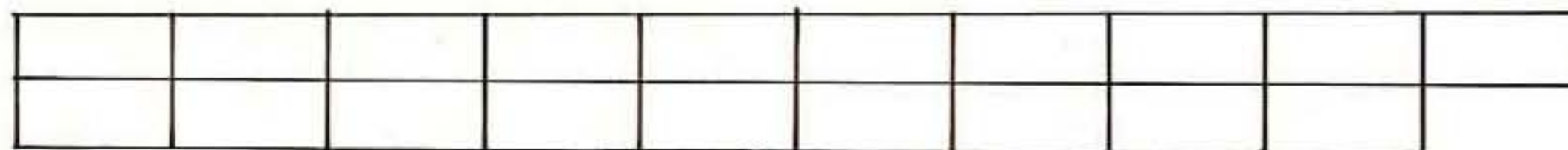
(L)



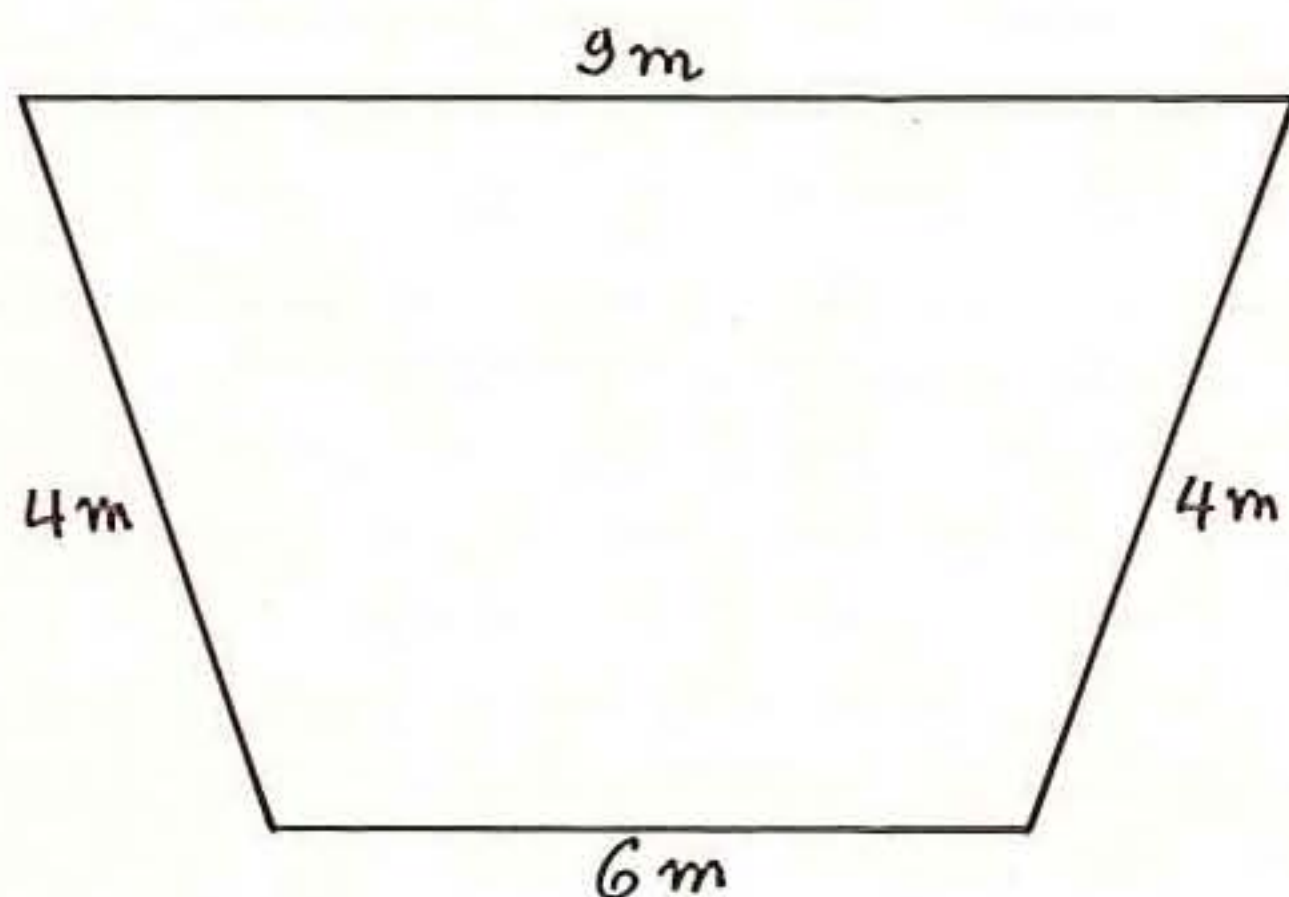
Pierrick aime bien le fractionnement des cercles. Et il n'oublie pas de s'y intéresser chaque jour.

20 DECEMBRE

(A)

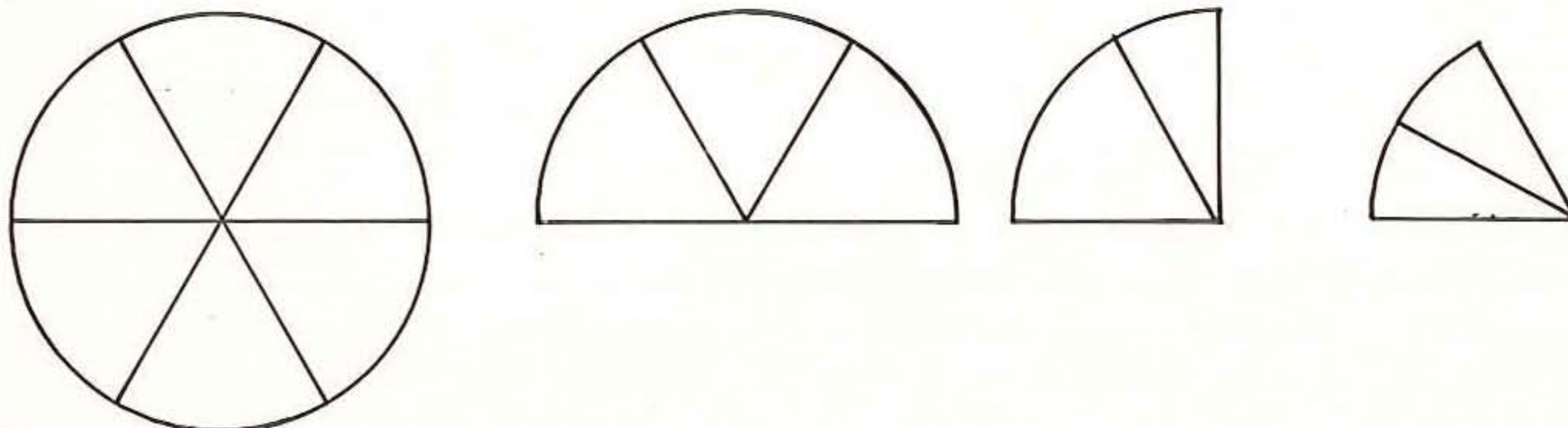


(B)



Rien à souligner
Ni à signaler.

(C)



(D)

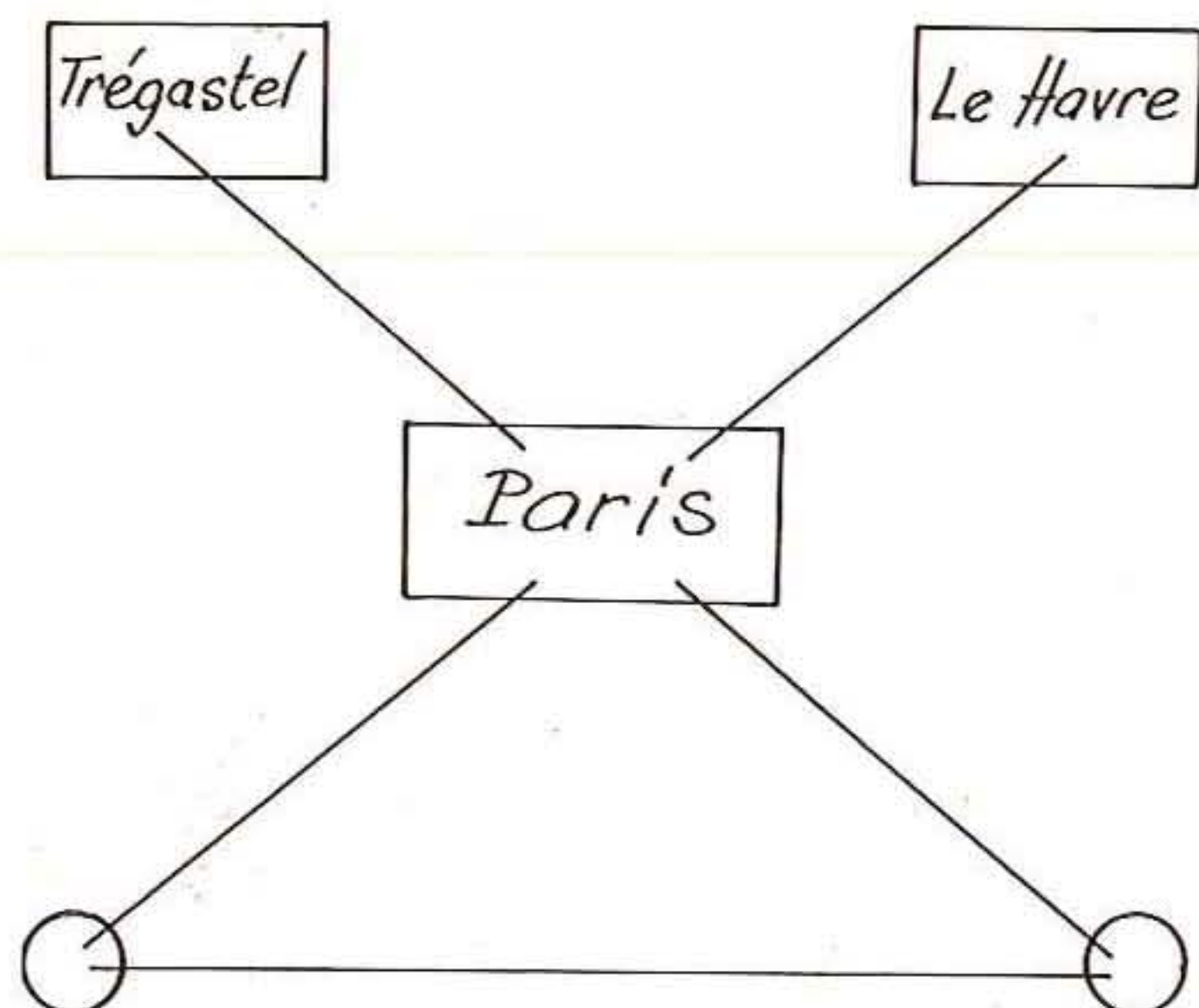
« Un coureur doit courir à pied 500 km. Combien d'heures faudra-t-il pour aller de Trégastel au Havre ? »

Solution

Il lui faudra.

Ceci, c'est une reprise d'un problème de Josiane qui est apparu brusquement dans notre horizon mathématique ou l'on trouve peu de nombres. Le voici :

J'ai un coureur qui doit parcourir de Trégastel jusqu'à Le Havre et de Paris. Combien de jours mettra-t-il pour aller de Trégastel



Cela nous a fait beaucoup discuter car il manquait beaucoup de données. Et nous avons parlé de distances, de vitesses, d'horaires, de temps. Nous avons aussi sorti la carte de France. Et ça a été le premier problème de courrier qui se trouvait ainsi greffé dans la classe. Si bien que, à ce dernier jour du premier trimestre 1968-69, nous avons eu tout naturellement des problèmes-événements qui avaient fait des problèmes références dans beaucoup de domaines : mesures de longueur, de surface, de capacité, de poids, de vitesse horaire, etc.

Le Havre et Paris viennent tout naturellement sous la bille de mes élèves parce que beaucoup de pères marins prennent souvent le taxi pour aller embarquer au Havre.

A propos du problème de courrier j'ai rappelé le problème de contenance qui datait de quelques jours seulement. J'ai redessiné le fût et, à côté, la mesure (seau de 13 l). Et nous avons cherché combien de fois (que j'écris souvent : pour distinguer du signe partager : — d'après Charlot, pédagogue suisse).

Et lorsque nous avons décidé de faire le problème de Josiane (calcul de la vitesse horaire) j'ai également dessiné au tableau le trajet total et le trajet par heure, l'un près de l'autre, dans le sens vertical, puis dans le sens horizontal.



Et Eric s'est écrié :

« Mais c'est comme pour remplir le fût : c'est encore « combien de fois ». C'est facile ces trucs-là, c'est toujours pareil ! »

Il avait compris qu'une même structure pouvait être rapportée à des domaines différents. Et là nous pouvions retrouver le « tiercé des fois » que nous avons déjà abordé lors du calcul des aires dérivé lui-même du calcul du nombre de tables que l'on pouvait mettre dans le couloir.

Je vous rappelle ce tiercé

Si	$6 \times 9 = 54$	
alors	$54 : 9 = 6$	(54 partagé entre 9 = 6)
et	$54 : 6 = 9$	(54 combien de fois 6 = 9)

Ce « tiercé » permet de mettre en relief les relations qui unissent, si l'on peut dire : la somme à partager, la valeur d'une part et le nombre de parts.

Puisque j'ai abordé cette triple relation je donne maintenant les généralisations auxquelles nous arriverons au cours du troisième trimestre.

Si $L \times 1 = \text{Aire}$
 Alors $\text{Aire} : 1 = L$
 et $\text{Aire} : L = 1$

Si $\text{Cardinal} \times \text{opérateur} = \text{Produit}$
 alors $\text{Produit} : \text{opérateur} = \text{Cardinal}$
 et $\text{Produit} : \text{Cardinal} = \text{opérateur}$

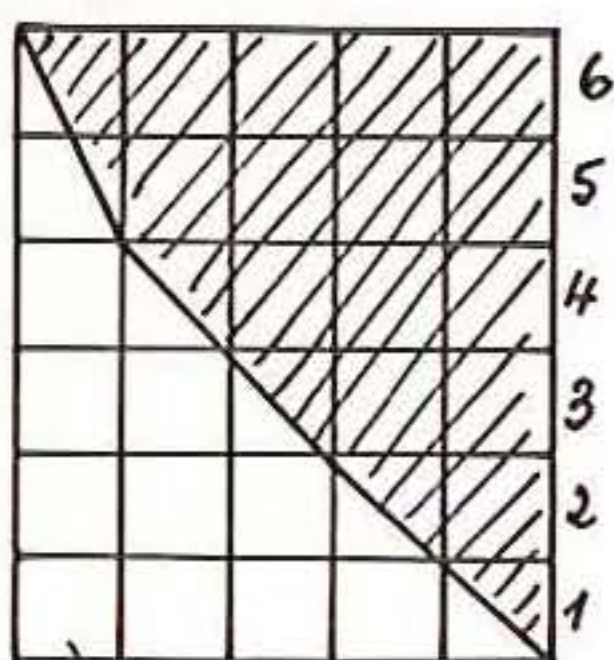
ou en généralisant encore davantage

Si $C \times o = P$
 alors $P : o = C$
 et $P : C = o$

Si $x \times y = z$
 alors $z : y = x$
 et $z : x = y$

(J'emploie x, y, z , avec $\times$ et a, b, c avec $+$)

(E)



Il me semble que cette fois-ci Pierrick tourne autour du calcul de l'aire du triangle que nous avons vu incidemment vers le début de l'année (25-11 I ; 30-11 B).

Mais maintenant j'y puis voir beaucoup plus. Et je saisis l'occasion qui m'est offerte par Pierrick de faire un retour en arrière (N'est-ce pas là le feed-back). Car un événement s'est produit : mon garçon Hervé m'a expliqué l'intégrale (de Rieman). Et à cause de cela j'éprouve le désir de revoir tout mon acquis, toute mon activité à la faveur de cette lumière nouvelle. Et ce qui m'arrive doit également arriver à tout le monde : tout nouvel événement oblige à repenser toute l'activité passée.

Cette fois, j'étais particulièrement préparé à recevoir l'information de Hervé. En effet, j'avais déjà eu une première information quand j'avais suivi, à la télé, l'émission de Chantiers Mathématiques où Revuz traitait d'une approche de la notion d'intégrale à partir des fonctions en escalier. J'avais suivi pendant un moment mais quand on était arrivé à

$$\sum_1^{\infty} \text{ et à } \int_a^b f(x) dx \quad \text{j'avais décroché.}$$

Ce qui m'avait fait décrocher c'était l'introduction, prématurée pour moi, du symbole totalement nouveau (Je ne puis en faire grief à Revuz qui s'adressait à des profs de maths).

Et puis surtout, ce n'était qu'une première information qui allait prendre sa place dans les Limbes et y rester longtemps.

Il arrive parfois que certaines informations tombent pile ; c'est-à-dire qu'elles arrivent juste au moment où l'on avait une telle saturation de faits et d'idées qu'il

ne manquait plus que le premier cristal pour cristalliser la solution tout entière.

Mais ce n'était pas le cas de celles de Revuz et Guilbaud qui me donnaient une réponse, alors que je n'avais pas encore de question. Et de ce fait cette réponse à un problème inconnu devenait elle-même un commencement de question. En partie seulement car tout de même, l'une de ses composantes venait éclairer la notion de limite qui existait déjà en moi.

Mais, avec l'information d'Hervé tout change. En effet, il me la donne au moment où la classe vient de faire une double découverte.

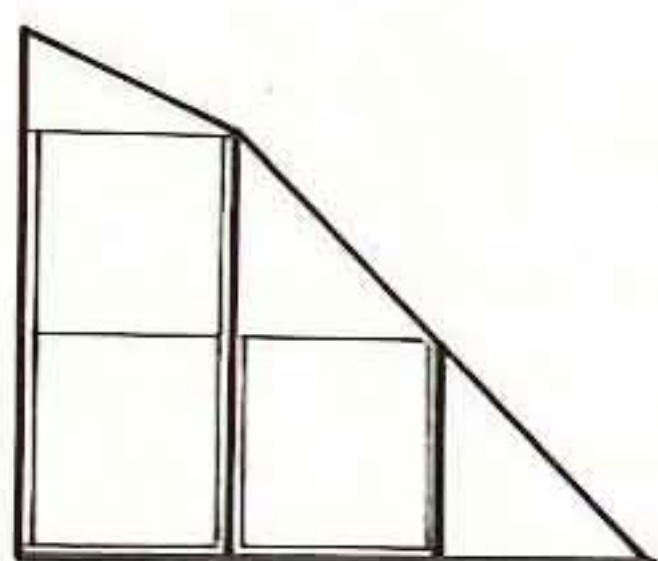
— Les carreaux de nos carnets sont des $1/4$ de cm^2 .

— Les carrés de mosaïque sont des quadruples cm^2 . C'est-à-dire que la surface de base de notre petit blanc Cuisenaire (1 cm^2) y est contenue quatre fois.

Donc un carreau c'est $1/4$ de cm^2 et 1 cm^2 c'est $1/4$ de mosaïque.

A ce moment-là également, je suis beaucoup mieux préparé à recevoir l'information d'Hervé. En effet, en travaillant avec les enfants beaucoup de questions se sont levées en moi. Il y a en moi une forte pression de questions ou, pour mieux dire, une forte charge que seule une réponse peut venir neutraliser. Mais quand l'esprit est très chargé, il peut s'emparer des réponses qui gravitent sur les orbites circumvoisins les plus éloignés.

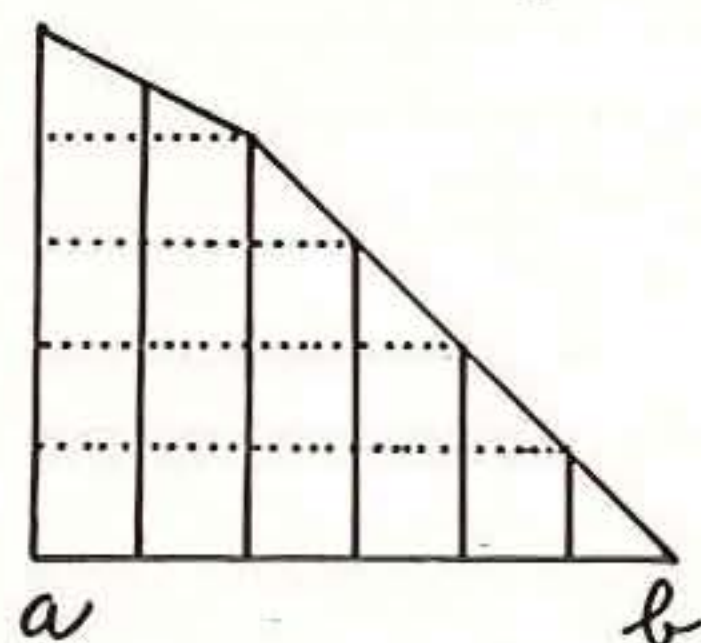
Je reprends maintenant le « triangle » de Pierrick en le renversant pour plus de commodité (c'est la partie ombrée de la création E).



En réalité ce n'est pas un triangle. Et c'est tant mieux parce que ce qui aurait pu être une hypoténuse peut être davantage considéré comme une courbe.

Je vais traiter la chose à ma manière car je ne veux pas faire un cours : j'en serais bien empêché. Au contraire même, je veux bafouiller bravement pour recevoir une pluie de critiques qui me permettront de faire un bond en avant.

Si l'on divise le segment de droite a b sur la base du centimètre, en traçant des perpendiculaires à partir des points de division on obtient trois colonnes verticales dans lesquelles on peut placer, au plus, 3 cm^2 .

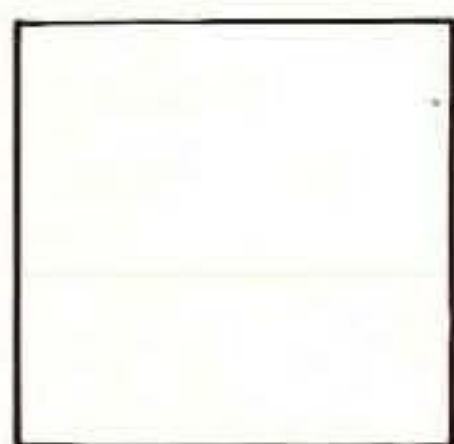


Reprenons maintenant le « triangle » initial. Si on divise le segment a b sur la base du $1/2$ centimètre, les perpendiculaires déterminent cette fois 14 carreaux de carnet, soit 14 quarts de cm^2 soit $3 \text{ cm}^2 \frac{1}{2}$.

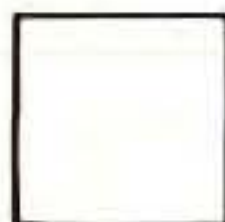
Et si l'on continue à travailler de la même façon en subdivisant, à l'infini, le segment a b on tend évidemment à obtenir une mesure de la surface intégrale de plus en plus précise.

Mais je vous rappelle que dans notre classe nous avons l'habitude de chercher, non seulement « combien de carrés dedans », mais aussi « combien de carrés dessus ».

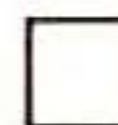
Et alors avec nos trois mesures naturelles



mosaïque



blanc



carreau de carnet

nous pouvons approcher de plus en plus la véritable mesure de l'aire considérée.

Regardez la figure dont nous calculons l'aire. Nous pouvons placer à l'intérieur.

A	0	mosaïque	→	0 cm ²
B	3	petits blancs	→	3 cm ²
C	14	carreaux de carnet	→	3 cm ² ½

Mais pour la recouvrir entièrement, il nous faut placer

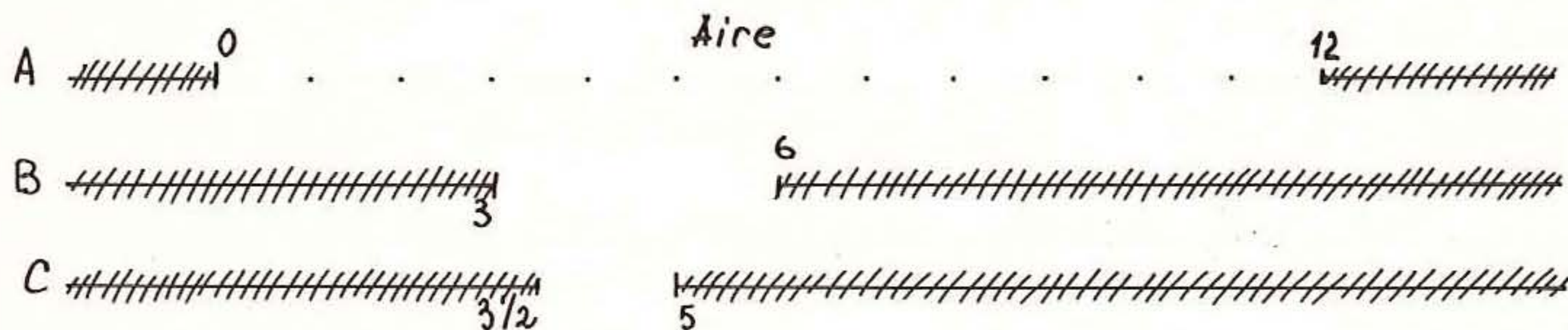
A	3	mosaïques	→	12 cm ²
B	6	petits blancs	→	6 cm ²
C	20	carreaux de carnet	→	5 cm ²

Dans le cas A l'aire est comprise entre 0 et 12 cm² → 0 < Aire < 12 cm²

Dans le cas B entre 3 et 6 cm² → 3 < Aire < 6 cm²

Dans le cas C entre 3 ½ et 5 cm² → 3 ½ < Aire < 5 cm²

Si l'on représente les divers cardinaux sur des lignes on obtient ceci qui parle énormément.



Dans le premier cas 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11 pouvaient fournir la réponse à la question « Combien de cm² ».

Dans le second cas seul 4 et 5 convenaient.

Dans le troisième cas, seul 4 convenait.

« Et si l'on continuait, Monsieur ?

— On ne peut pas continuer parce que dans la classe nous n'avons plus d'autres mesures plus petites. »

Mais Colette s'écrie :

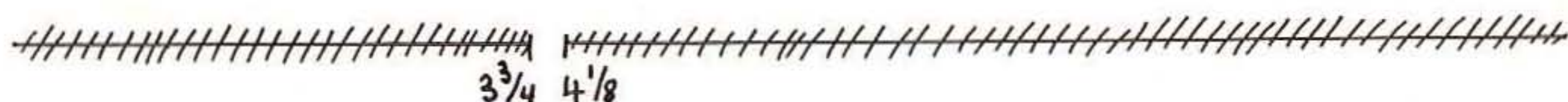
« Oh ! si : le papier millimétré. »

Et c'est vrai, dans l'armoire bibliothèque, j'en avais une grande feuille qui dormait depuis 100 ans. Mais je n'avais plus de courage. Aussi j'ai dit :

« Ça suffit bien comme ça. Ce qui est important ce n'est pas de savoir combien il y avait de cm² dans cette figure. L'important, c'était que vous compreniez qu'en prenant des mesures de plus en plus petites on obtenait de plus en plus de précision.

— Oh ! si monsieur, faites-le quand même. »

Cet âge est sans pitié et ne respecte pas le grand âge. Il a bien fallu que je m'exécute et nous sommes arrivés à $3 \frac{3}{4} < \text{Aire} < 4 \frac{1}{8}$ c'est-à-dire à



Eh ! bien, jamais je n'aurais cru que j'aurais pu être amené à traiter ce problème avec des enfants du CE2.

Evidemment, après cela ils ne connaissent pas l'intégrale de Rieman. Mais une bonne approche en a été faite. Une bonne graine se trouve plantée et si, par la suite elle rencontre des circonstances favorables elle pourra s'épanouir rapidement et intégralement.

Autre feed-back

Cette nuit, en rêvassant vaguement, j'ai compris combien j'avais été bête d'écrire au début du 20-12 : rien à souligner, rien à signaler. Alors que

c'est une mesure au double carreau de carnet, donc une mesure en base 2 (2^4) (Le cm² étant alors 2^2).

En calculant cette aire, on peut écrire le nombre total d'unité, c'est-à-dire de carreaux de carnet ($= 1/4$ cm²) dans le système binaire en divisant par le polynôme $2^n \dots + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0$.

C'est, si je ne me trompe — et je dois me tromper — un peu ce que l'on fait lorsqu'on divise 1970 années par le polynôme $10^3 + 10^2 + 10^1 + 10^0$.

1 9 7 0

Dans le cas présent, il y a 38 petits carreaux

Si on utilise la mesure double comme dans le présent dessin on a 19 mesures et il reste 0.

2^1	2^0
19	0

Mais si on continue à chercher maintenant combien cela fait de doubles mesures doubles (ou de quadruples mesures simples (1 cm²) on a

2^2	2^1	2^0
9	1	0

Continuons : combien y a-t-il d'octuples

2^3	2^2	2^1	2^0
4	1	1	0

Et il y a 2 seizuples

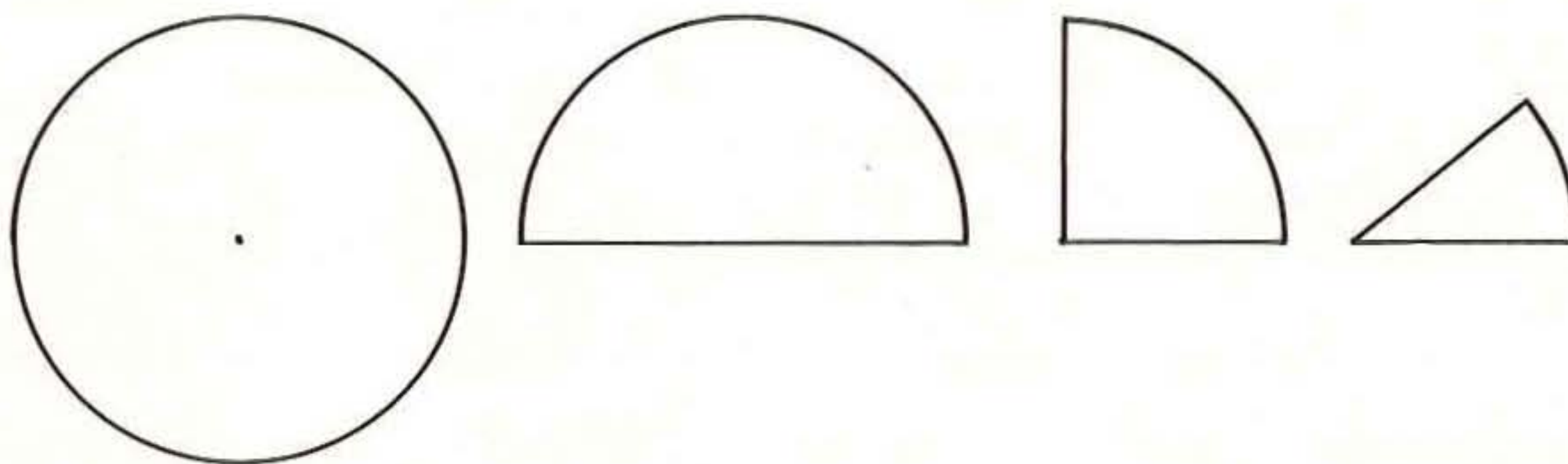
2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
2	0	1	1	0

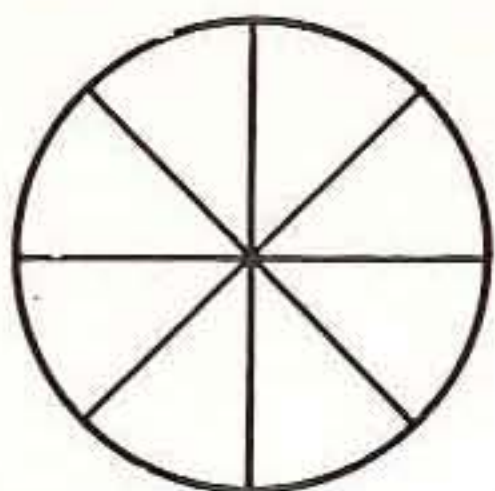
et 1 trentedeuzuple

2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
1	0	0	1	1	0

Soit donc 1 mesure 2^5 + 1 mesure 2^2 + 1 mesure 2^1 = 38 carreaux ce qui se dit chez nous 1 à Josiane + 1 à Prigent + 1 à Denis = 38.

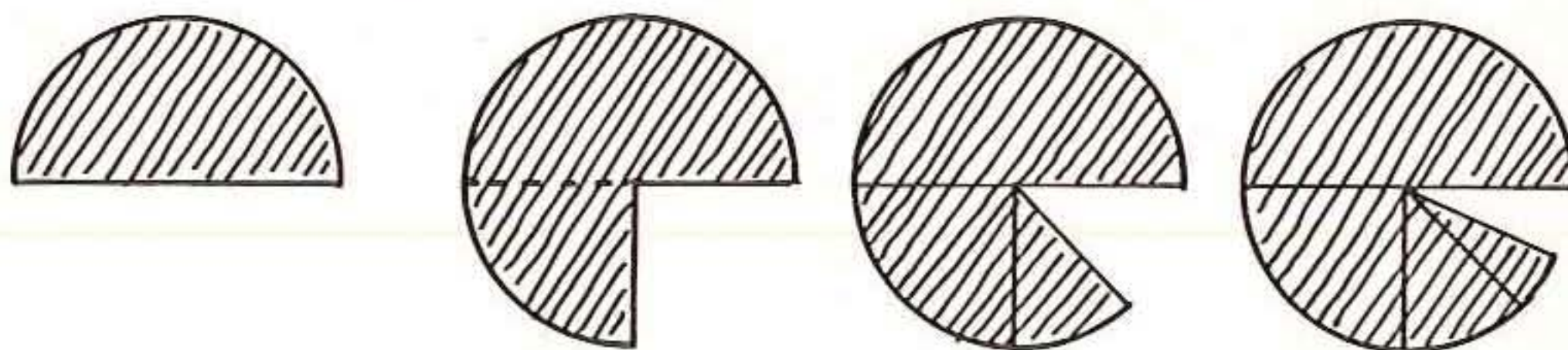
Mais où j'ai été vraiment stupide, c'est quand je ne sais pas voir l'idée profonde de Pierrick quand il s'intéresse à





D'autant plus que le même jour, il m'avait apporté une vignette de boîte de camembert qu'il avait traité de la façon suivante par pliage.

Si l'on réalise l'idée de Pierrick avec des ciseaux qu'est-ce que cela donne ?



On additionne : $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$

Et cette série comporte un nombre infini de termes. Et elle tend vers une limite qui est : 1.

Je sens que les enfants pourront très bien saisir cette notion de série convergente. Mais je sais qu'ils peuvent comprendre assez facilement la notion de « rationnels » binaires, quand ils possèdent bien le binaire.

Je me le réexplique, pour vous.

Dans le système décimal, pour mesurer à 0,1 près, on prend l'entier et on le divise en 10 morceaux. Le demi est alors 0,5.

Mais en binaire, pour subdiviser, on coupe l'entier en deux morceaux. Le demi est alors 0,1.

La preuve : $0,1 + 0,1 = 1$

$$\begin{array}{r} 0,1 \\ + 0,1 \\ \hline 1,0 \end{array}$$

Le quart c'est 0,01.

En subdivisant toujours par 2 on a 0,11111111

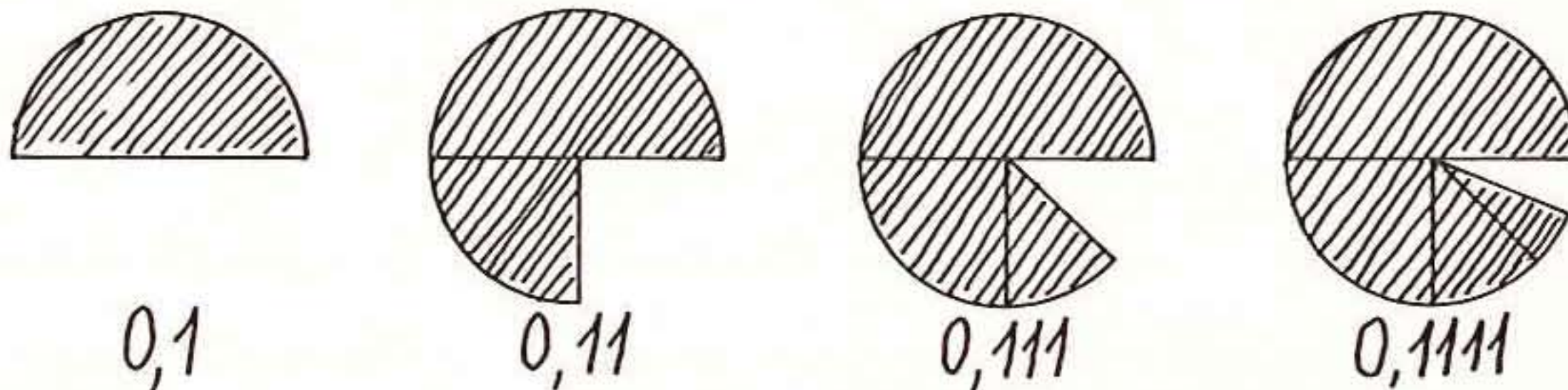
On a bien l'impression qu'on peut toujours diviser par 2.

Pour retrouver 1 il suffit d'ajouter à ce nombre une unité de la même espèce que la dernière.

Exemple :

$$\begin{array}{r} 0,1111111 \\ + 0,0000001 \\ \hline 1,0000000 \end{array}$$

On a donc :



Mais c'est dommage : ce sont les vacances de Noël. Et il va falloir attendre à la rentrée pour reprendre la question si elle se présente à nouveau.

Trégastel, le 22 mai 1969

P. LE BOHEC

CONCLUSIONS PROVISOIRES

Provisoires parce que ceci n'est qu'une partie de mon expérience qui porte sur l'année entière. D'ailleurs toutes les conclusions sont toujours provisoires.

Que peut-on dire provisoirement ?

Un enfant a une personnalité propre : il faut qu'elle puisse s'épanouir.

Un enfant a un passé, un présent : il doit pouvoir s'y appuyer ou s'en délivrer en créant.

L'enfant n'est pas seul : il vit dans un groupe. Il le ressent, il y puise, il reçoit, il agrandit, il renvoie, il prolonge. La voie la plus efficace de la connaissance c'est le tâtonnement expérimental, quand on peut y parvenir.

L'enfant a droit au tâtonnement expérimental, à la liberté de création dans des conditions optimales de groupe, de maître, de milieu.

Le maître n'est pas seul : il vit dans un groupe. Il le ressent, il y puise, il reçoit, il agrandit, il renvoie, il prolonge. Le maître s'enrichit des questions que soulève sa pratique et des réponses qu'il assimile mieux parce qu'il a des questions. Le maître a droit au tâtonnement expérimental dans un climat de liberté, d'échanges et de création. Le maître a droit à un changement des programmes, à un nombre réduit d'élèves (20), à une liberté, à des rencontres avec des collègues.

Le maître ne doit pas subir des cours de recyclage. Non, il doit être aidé dans ses créations mathématiques et éclairé sur sa pratique pédagogique.

Si le tâtonnement expérimental est valable pour l'élève il l'est aussi pour le maître.

Mais actuellement, l'inquiétude des maîtres est telle qu'ils sont prêts à tout subir pour accroître leurs connaissances. C'est ainsi qu'une camarade institutrice a pris « Itinéraire mathématique » de Touyarot. Elle fait tous les exercices pour les posséder avant la rentrée. Et elle comprend, évidemment, puisque c'est pour le CE2.

Mais il lui faut faire un effort considérable pour se mettre dans l'attitude d'esprit qui convient. Car l'analyse desséchée est complètement opposée à sa nature

qui est toute intuition sensible, résonance psychologique, rapidité de préhension d'une totalité.

Aussi est-elle, à bon droit, effrayée de ce qu'on va faire subir à des générations d'enfants en imposant sans discernement une même démarche à des êtres construits différemment.

« Mais alors, on va en faire des robots ; il y a là une manipulation, un irrespect, un viol même des personnalités. »

Elle a raison : c'est grave, très grave. Dans la vie, il n'y a pas que la mathématique et la science ; même si du point de vue des puissances économiques, ce sont les seules choses qui importent, qui sont rentables,

Mais d'autre part, il ne peut être question de priver arbitrairement les enfants de mathématique... Alors ?

Alors, la solution me paraît toute simple.

Il faut aider les enfants à construire leur mathématique propre (Et leur linguistique, et leur philosophie...). S'ils en ont envie. S'ils ne le font pas, c'est que le plus important à leurs yeux, à ce moment-là, c'est autre chose.

Et l'on sait, surtout après avoir lu « Les enfants libres de Summerhill » que les enfants peuvent parvenir au niveau qu'il faut, s'ils s'y mettent, dès qu'ils décident de s'y mettre.

Donc, à mon avis, il faut pratiquer le texte libre mathématique en respectant les libertés (Mais il faut que ce soit des « libertés en connaissance de cause », après avoir goûté à la chose). Les enfants pourront librement se laisser entraîner par la passion de leurs camarades ou n'être que témoins, observateurs, ou promeneurs solitaires dans leurs chemins particuliers.

Mais il faut peut-être continuer de prévoir, pour ceux qui en éprouveraient subitement le désir, des moyens rapides d'assimilations (bandes, livrets programmés, etc...)

Je sais bien que le problème ne trouvera pas immédiatement sa solution, surtout une solution immédiatement généralisable. Mais il nous appartient de poser la question de la lutte à mener contre le forçage, pour le respect des personnalités.

P. LE BOHEC

DES OUTILS POUR LE TRAVAIL INDIVIDUEL DES ÉLÈVES



BANDES ENSEIGNANTES (programmées)

Pour l'initiation mathématique des classes élémentaires :

« L'ATELIER DE CALCUL » (du CE au CM et classes de perfectionnement) basé sur l'expérimentation mathématique et la concrétisation du calcul pour l'étude des longueurs, poids, capacités, temps, monnaie, température, figures géométriques, fractions, partages...

30 bandes dont la 1^{re} spécialement établie pour l'aménagement et l'installation de l'atelier de calcul.

Pour la recherche et la création mathématique :

« L'ATELIER MATHÉMATIQUE »

Ces bandes sont les comptes rendus de recherches effectuées dans les classes et programmées par les enfants eux-mêmes, avec l'aide du maître.

C'est donc une forme de programmation naturelle placée sous le signe de l'expression et de la communication.

Mais en même temps qu'elles sont à l'origine d'un travail programmé, elles ouvrent des voies aux recherches libres.

Actuellement : 10 bandes livrables (symbolisations - permutations - quadrillages - classements - retournements - déplacements - coordonnées...)

LIVRETS PROGRAMMÉS

Une autre formule pour le travail individuel, sur le même principe que les bandes programmées, avec plages demandes, plages réponses, plages ouvrant des pistes de recherche...

Un complément au calcul vivant permettant aux enfants de travailler individuellement sur des situations mathématiques (et en particulier numériques) courantes en respectant au maximum les divers modes de raisonnement.

Ces livrets sont groupés par séries de 10 sur un même concept mathématique :

Série C.3 (0 à 9) Application linéaire

Série B.1 (0 à 9) Ensembles-relations. (à paraître)

Tous autres renseignements : CEL - BP 282 - 06 - CANNES



Paraît sous la responsabilité juridique de l'Institut Coopératif de l'École Moderne - Pédagogie
Freinet - 06 - Cannes — Président : Fernand DELÉAM. Responsable de la rédaction : Michel
BARRÉ — Printed in France by Imprimerie CEL — Cannes — Dépôt légal :
3^e trimestre 1970 — N^o d'édition 268 — N^o d'imp. 1 577 — Prix du numéro simple 1,50 F