L'ÉDUCATEUR

DOCUMENTS

La méthode naturelle de mathématiques

N° ISSN : 0013113X

N° 195
Supplément au n° 3 de novembre 1987
60e année
10 numéros + 3 dossiers
France : 181 F
Étranger : 240 FF

non numéroté

La pratique de la pédagogie Freinet, si elle s'appuie sur des principes de base, ceux que Freinet appelait les invariants, n'est pas régie par un dogme. De même, si elle se veut résolument matérialiste, elle ne saurait être réduite à un recueil de recettes.

Elle est en permanence, et de façon dialectique, action et recherche, recherche et action, somme de recherches et d'actions individuelles (de personnes ou de petits groupes) versées dans ce creuset de recherche-action collective qu'est le Mouvement de l'École moderne.

La pratique de la pédagogie Freinet conduit des milliers d'éducateurs à explorer des domaines très divers, tant pour ouvrir de nouvelles pistes que pour mener plus loin des pistes déjà bien pratiquées. Aussi arrive-t-il que les voies des uns ou des autres divergent en apparence ou aboutissent provisoirement à des pratiques très différentes. C'est alors que la confrontation est nécessaire, dans un esprit coopératif et le plus objectivement possible.

Les Documents de L'Éducateur ont pour but de permettre cette confrontation, en permettant la communication des travaux d'une personne ou d'un groupe de personnes à tous ceux qui vivent de près ou de loin la vie du Mouvement de l'École moderne. Leur publication n'engage le Mouvement qu'à poursuivre sa recherche, ce qui est déjà beaucoup.

SOMMAIRE

Photographies : Gilles GOUSET : p. 6 (en haut), 22 - X. NICQUEVERT : p. 6 (en bas), 12, 13 - X. : p. 9 - BERTELOOT : p. 18.

AVANT-PROPOS

La méthode naturelle de mathématiques

Le moment semble venu où l'on pourrait à nouveau parler de méthode naturelle de mathématiques. En effet, la grande peur des maths modernes a fini par s'estomper. Car, non seulement les nouveaux enseignants ne font plus de complexe vis-à-vis de ce savoir qu'ils ont maîtrisé, mais il a lui-même perdu beaucoup d'importance. Et, en haut lieu, on appuie même, maintenant, sur la pédale douce.

Donc, une grande majorité de praticiens, ou tout au moins de freinétistes, se trouve à nouveau en mesure de s'intéresser à la pédagogie des maths. En fait, il y a une vingtaine d'années, il ne nous avait manqué que peu de temps pour asseoir définitivement cette idée de méthode naturelle. Seuls ceux qui avaient maîtrisé le nouveau savoir avaient pu se lancer sur cette piste. Mais ils étaient trop peu nombreux pour pouvoir valablement se faire entendre. Et l'idée était retournée à l'état de latence. Mais la voilà à nouveau éveillée et prête à reprendre son essor. Alors, allons-y, accordons-lui enfin toute l'attention qu'elle mérite.

Mais qu'est-ce que ça peut être, une méthode naturelle de mathématiques ? C'est l'extension à ce domaine des principes de la pédagogie de Freinet. Très tôt, Freinet avait été frappé par le fait que toutes les mères du monde savaient apprendre à parler leur langue à leurs enfants sans jamais avoir besoin de recourir à des exercices de grammaire ou de conjugaison. Et puisque c'était possible pour l'apprentissage de langues aussi difficiles que le russe, l'allemand, le hongrois, le basque, le français, le breton... pourquoi ne pas étendre cette façon de procéder à tous les apprentissages ? Et, à l'usage, de nombreux praticiens se sont aperçus que Freinet avait bien raison de penser cela. Personnellement, pendant vingt années et même plus, j'avais pu reconnaître les excellents résultats que donnait cette méthode en français, en « écri-lecture », en expression orale, chant, gym, création manuelle... Et, de son côté, Jeannette, ma femme, l'avait également utilisée avec profit en écriture, étude de l'environnement, dessin, peinture (un atelier de vingt-trois années !).

Le parallélisme de nos classes — un CP-CE1 et un CP-CE1-CE2 — nous avait permis des confrontations. Et comme j'avais souci de saisir le dessous des choses, je ne laissais pas de construire ma petite théorie. Mais, ma chance, c'était de pouvoir en discuter avec Freinet et Élise. Je leur écrivais beaucoup pour leur soumettre mes hypothèses et pour en recevoir la critique. Si bien qu'un jour, je me suis senti suffisamment consolidé sur le plan théorique pour laisser enfin s'épanouir en moi la question suivante :

« Puisque tant d'apprentissages, de prises de possession du savoir relèvent de cette méthode, pourquoi les mathématiques y échapperaient-elles ? Qu'est-ce donc qui dans leur nature justifierait de leur incapacité à se laisser couler dans le même processus ? Qu'est-ce qui pourrait bien faire qu'elles ne fussent point également justiciables de cette pédagogie ? »

Et bien, pour le savoir — et fidèle en cela aux principes de Freinet — il n'y avait qu'à essayer. C'est ce que je tentai à la rentrée de 1965.

Évidemment, je ne partais pas de zéro. J'avais une grande expérience de ce niveau d'enseignement (vingt-cinq années) et je pouvais donc y aller sans crainte, en faisant entièrement confiance à mes possibilités de rattrapage ou de réparation. D'ailleurs, je me fixai une limite bien précise, me disant :
Jusqu'à Noël. Mais je te défends bien d'avoir peur avant Noël !

Et puis, j'avais une grande expérience du calcul vivant, cette chose qui m'avait tant scandalisé quand Freinet l'avait inventée ; mais je me l'étais peu à peu appropriée. Cependant, je voulais aller au-delà de ce calcul vivant. Je sentais confusément que c'était un peu étriqué par rapport à la réalité, que la réalité était autrement complexe, profuse, luxuriante... Pourquoi n'y retrouverions-nous pas les richesses insoupçonnées qui s'étaient révélées à nous dans les autres domaines ?

Mais les mathématiques, qu'est-ce que c'est ? N'est-ce point la mise en relief des structures sous-jacentes à tous les objets en relations ? N'est-ce pas aussi une façon économique de les représenter au moyen de symboles écrits, et de les faire jouer entre eux ? Ce qui se fait d'ailleurs naturellement puisque c'est dans la nature de l'être humain de symboliser :

« Les choses jouent l'homme, alors l'homme rejoue les choses. » (M. Jousse)
Et puisqu'on a affaire, non pas à HOMO SAPIENS, mais à HOMO SAPIENS DEMENS alors jouons mathématiques sans exclure DEMENS de la classe, sans le réserver à la récréation ou aux jours de congés.

J'ai dit aux enfants — qui étaient des fils d'artisans et de marins :
« Voilà, je vous donne un carnet de créations mathématiques où vous pourrez travailler à n'importe quel moment de la journée.
— Mais c'est quoi une création mathématique ?
— C'est ce que vous voulez à partir de chiffres, de nombres, de lettres, de points, de traits. Ce sera vos textes libres mathématiques. Vous n'aurez qu'à inventer. »

Alors ils s'y sont mis sans complexe car ils avaient déjà une forte expérience de la liberté et de la fantaisie.

Mais, sans le savoir, nous avons bénéficié d'une certaine chance. En effet, c'était une classe à deux cours (trois par moments). Et c'est ça qui a permis de fonctionner juste. Et quand j'ai donné à Monique Quertier le conseil de diviser son CE2 en deux, sa classe aussi a fait un bond en avant. Elle avait 24 élèves. Comment voulez-vous travailler avec un groupe aussi nombreux ? C'est impossible.

D'ailleurs 24, ce n'est pas un groupe. Un groupe c'est, paraît-il, entre 6 et 17. Alors elle a fait deux groupes de 12. Et ça a tout de suite beaucoup mieux marché. Moi aussi, j'ai eu une année un CE1 de 13 et un CE2 de 14. Quand le CE2 travaillait sur les créations, le CE1 accomplissait, avec des fiches, un travail de régulation, de mise en ordre, de systématisation du savoir qui convenait d'ailleurs parfaitement à certains tempéraments d'enfants — les « sérialistes ». Puis, on inversait les groupes et d'autres enfants pouvaient alors trouver une nourriture mieux adaptée à leur nature. Et de cette façon, on obtenait les couples : exploration-consolidation, fantaisie-sécurité, globalité-analyse, ouverture-fermeture, systole-diastole, etc.

Suite en page 2

Mais je me laisse aller à des considérations d'ordre théorique. Je ferais mieux de rentrer dans les détails de fonctionnement car, évidemment, mon expérience ne serait d'aucune valeur si elle n'était pas généralisable. Dans un premier temps, le mieux ne serait-il pas d'extraire de mes brochures ce qui pourrait, à mon avis, être utilisable. Car, dans les dossiers pédagogiques nos 46, 47, 48 et 56, 57, 58, 60, 61 d'avril 1969 et juillet 1970, j'ai fait le compte rendu détaillé de mes expériences. Ces brochures sont épuisées (1) mais ceux qui en auraient suffisamment faim pourraient les retrouver dans le grenier de quelques anciens. Elles contiennent quelques petites erreurs mathématiques sans importance mais l'ensemble me paraît encore juste car je me soucie avant tout de pédagogie.

Je me contente ici de quelques éléments de la brochure : « Première expérience de mathématique libre dans un cours élémentaire première année ». Et je résumerai le contenu des deux brochures consacrées à « Un trimestre de mathématique libre au CE2 ».

Je dois dire que j'ai peut-être bénéficié de conditions favorables pendant ces trois années et que j'ai pu insister sur l'aspect mathématique. L'année suivante, avec le CE1 qui m'arrivait du CP, j'aurais certainement dû me contenter d'être plus modeste. Et nous en serions sans doute restés au calcul vivant. Ceci pour dire que suivant les circonstances, on peut aller plus ou moins loin. Mais je dois signaler que le niveau de mes élèves n'était pas exceptionnel et qu'on peut travailler de cette façon et obtenir ces résultats avec une majorité d'enfants. Alors, ça vaut la peine d'essayer, d'autant plus que ça peut ouvrir des pistes même pour ceux qui ne sont pas encore épanouis par et pour les mathématiques.

De toute façon, on est plus sûr de progresser si on part de l'expression-création-représentation de chaque enfant.

En ce début d'année 87-88, l'enthousiasme est grand : la méthode naturelle de mathématiques est en train de prendre définitivement son essor. Les praticiens-trouveurs (praticiens-trouvères) que nous sommes chantent une autre façon de vivre les mathématiques. Et déjà se profilent les idées de programmes naturels de recherche et enrichissement (voir le Pas-de-Calais) de groupe multiplicateur, de maths génétiques, de maths expressives, affectives, thérapeutiques...

Certains disent : maths libres ou maths naturelles. Moi je préfère : méthode naturelle de maths pour qu'il n'y ait pas de confusion avec le calcul vivant qui n'est qu'un moment de la méthode et surtout parce que, pour moi, une méthode est naturelle quand elle correspond à la nature de l'être humain. Et, en lisant Le nouvel esprit scientifique *de Bachelard (1966 l'année de la mort de Freinet) on s'aperçoit qu'on est dans le coup :*

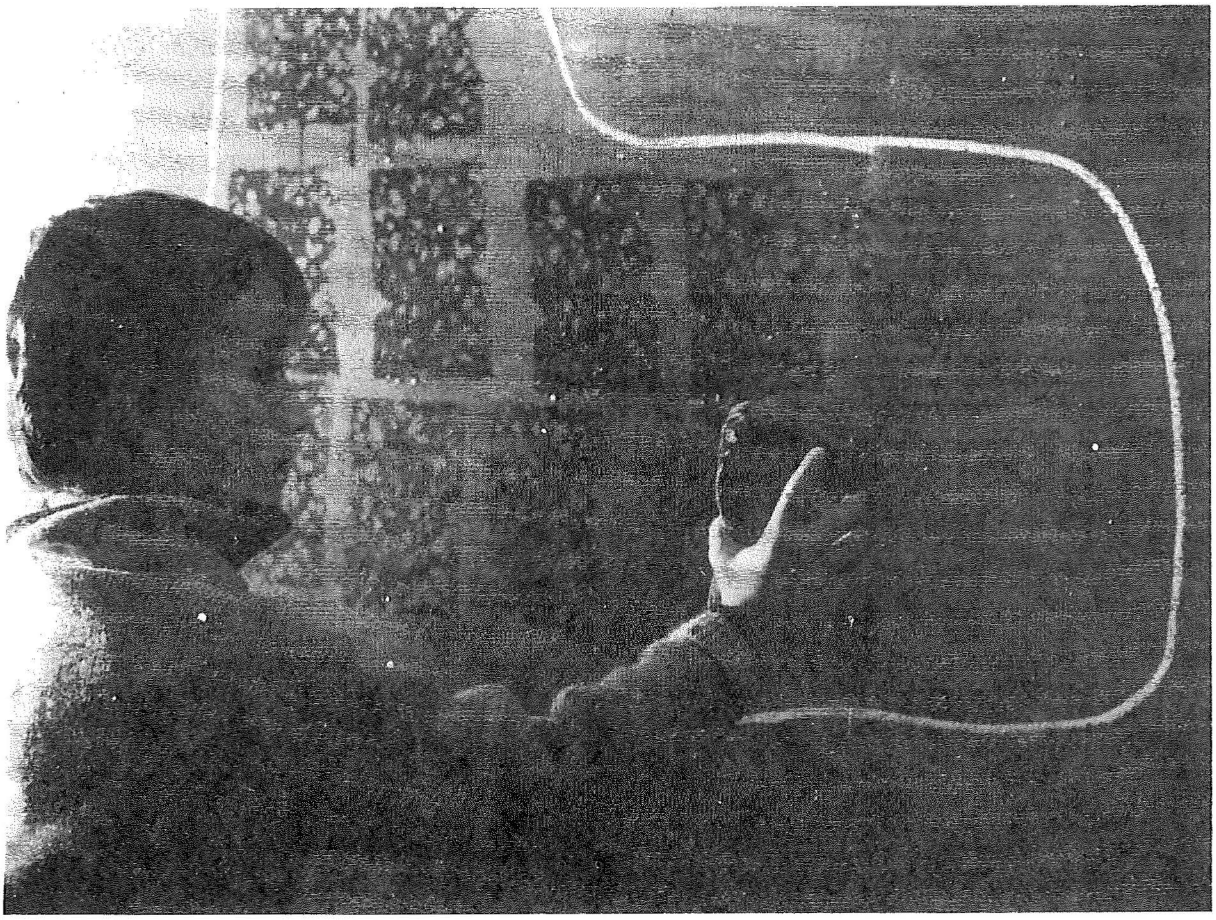
« Les parallèles existent après, non avant le postulat d'Euclide. »

« La science ne vise pas seulement à l'assimilation des choses entre elles mais aussi et, avant tout, à l'assimilation des esprits entre eux. »

« Le relativiste nous rappelle que notre conceptualisation est une expérience. Le monde est alors moins notre représentation que notre vérification. »

« Le philosophe qui suit la discipline des quanta... s'habitue à mesurer métaphysiquement le réel par le possible dans une direction strictement inverse de la pensée réaliste. »

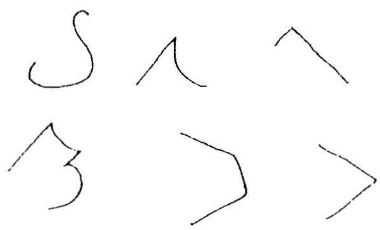
Paul LE BOHEC



(1) On peut encore se procurer le 56-57-58 à PEMF.

Extraits de la brochure : Première expérience de mathématique libre dans un cours élémentaire

Nous avons cherché un signe pour les inégalités et, par chance, les inventions tournaient toutes autour du signe officiel.

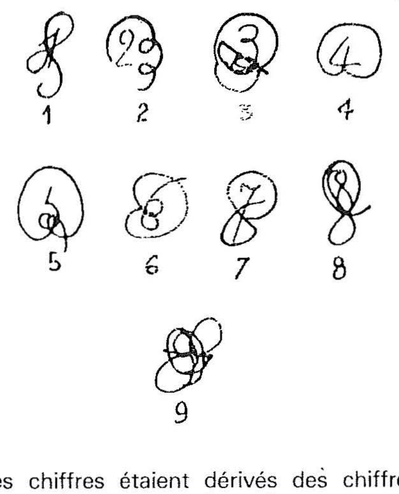


En partant de la bouche qui s'ouvrait du côté du plus gros gâteau, les enfants ont très bien retenu ce signe.

Pour la multiplication et la division, nous avons eu les signes classiques.

CHIFFRES

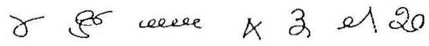
Et comme il faut s'attendre à tout, un jour, j'ai trouvé sur le carnet de recherches de Jacques la création suivante :



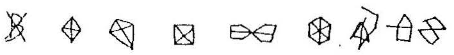
Ses chiffres étaient dérivés des chiffres arabes. Les autres enfants l'ont remarqué puis, pendant un moment, ils n'ont fait que cela.

Voici quelques-unes de leurs créations (les premiers nombres) :

Patrice



Rémi

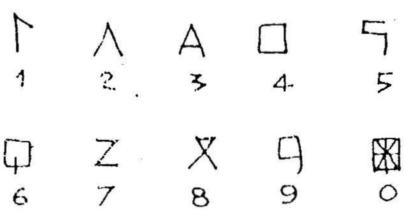


J. F.

Je regrette de ne pouvoir présenter ici que quelques témoignages de cette recherche, de cette création intense de chiffres.

Nous en étions arrivés à une conclusion d'un niveau assez élevé puisque nous avions trouvé que de bons signes devaient être rapides, jolis et surtout différents.

Alors, chacun des dix élèves du CE1 a fourni un chiffre et nous avons eu les « chiffres » de la classe. Les voici :



De là, plusieurs pistes se sont offertes.

Nous avons observé les chiffres arabes et conclu à leur excellence : ils sont rapides, jolis et différents à condition de bien les faire. Oui, l'humanité a bien fait de les adopter.

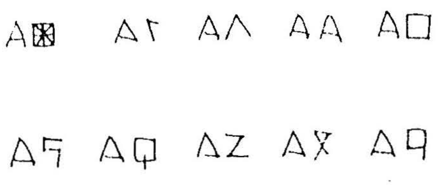
Patrice s'est écarté de la voie commune. Il a voulu faire du zèle : il a inventé vingt chiffres différents pour les 20 premiers nombres.

Mais la critique de la classe lui a permis de comprendre que, puisqu'il avait déjà inventé 1 - 2 - 3 etc., il n'avait pas besoin de signes spéciaux pour 11 - 12 - 13, etc.

De son côté, Jean-François a inventé des signes pour les dix premiers nombres. La critique lui a permis de comprendre que pour 10, il ne devait pas inventer un nouveau signe puisqu'il avait déjà le *1.* Il suffisait d'inventer le zéro. Dans son 10, on devait retrouver son *1.*

C'était déjà aborder le principe de la numération.

Plusieurs enfants se sont mis à écrire les cent premiers nombres avec les chiffres de la classe. Et cela nous a permis de prendre conscience du rôle que jouait le chiffre des dizaines, rôle parfaitement souligné, par exemple, dans la ligne des 30.



Cette construction « à côté » permettait de saisir sur quelle loi se fondait notre pratique quotidienne. Et c'était, par recoupement, une occasion de confirmer ce qui n'avait été que confusément aperçu l'année précédente. Avec cette différence que, cette fois-ci, les enfants raisonnaient sur leurs propres chiffres ; ce qui présentait évidemment plus d'attrait et permettait de poser un regard neuf sur d'anciennes choses.

Cette activité de symbolisation si excitante pour l'esprit me paraît très intéressante et même indispensable. Par tâtonnement expérimental, l'enfant peut comprendre cette activité car c'est en symbolisant qu'on devient symbolisateur. Si l'enfant est bien entraîné, il ne fera aucun complexe devant les symboles des autres. Cela m'apparaît capital, car ce sont souvent les symboles qui sont à l'origine des blocages en mathématiques : ils se présentent trop souvent à la queue-leu-leu et se bousculent sans attendre que les premiers aient été acceptés. Aussi, le service d'ordre se trouve-t-il rapidement débordé.

Il faut donc procéder à une démystification des symboles. Pour aider à cela, j'écris parfois, au tableau, la liste de mes élèves, de la façon suivante :

—●—	P	J	b	—•—
Michel	Patrice	Jacques	Le Blanc	Rémi
ρ	π	F		
Robin	Pierrick	Jean-François		

On vient de voir, par ce premier exemple de création de signes, que l'on peut tout accepter des enfants et que leurs inventions permettent presque toujours de découvrir des notions et des domaines intéressants.

Le calendrier

Voilà quelque chose de simple, de familier à l'École moderne qui s'en sert souvent pour son calcul vivant.

Savoir ce qu'il y a dans ce calendrier. Voici le mois de janvier par exemple.

Janvier

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

Et puis, voici le mois de février.

Février

1	8	15	22
2	9	16	23
3	10	17	24
4	11	18	25
5	12	19	26
6	13	20	27
7	14	21	28

Dans ma classe, nous avions affiché octobre, novembre, décembre sous la forme horizontale de janvier : 1 - 2 - 3, etc.

Mais pour briser l'habitude naissante, nous avons introduit un système différent d'affichage sur la plaque de contre-plaqué.

En fait, la dominante, c'est le système janvier. Il faut toujours une dominante parce qu'il faut une référence solide. Et s'il y avait égalité des présentations horizontale et verticale, la référence serait fluctuante, ce ne serait pas une référence, mais une confusion. Aussi, le mois de janvier est-il constamment affiché (ce pourrait être octobre, décembre).

Mais la présentation du système février introduit la possibilité d'une autre présentation. C'est bien de semer cette graine qui empêche les enfants d'être conditionnés définitivement à un système. Il faut introduire la deuxième possibilité parce que les tableaux que fournit la vie sont présentés indifféremment sous les deux angles qui se complètent.

A vrai dire « c'est la même chose, à part que c'est le contraire ».

Mais il est d'autres présentations :

Voici celle qu'a voulue Patrice (708) pour mars.

			1			
		2	3	4		
	5	6	7	8	9	
10	11	12	13	14	15	16
	17	18	19	20	21	
		22	23	24		
			25			
	26	27	28	29	30	31

Première constatation

On aurait dû attendre avril parce que avec 30 jours, cela aurait été parfaitement symétrique.

Deuxième constatation

Ce que l'on peut voir à gauche dans 1 -2 - 5 - 10 - 17 - 22 - 25 c'est la progression arithmétique (et la régression) de la différence (raison 2).

1 - 3 - 5 - 7 - (5 - 3)

A droite également

1 - 4 - 9 - 16 - 21 - 24 - 25

Différences : 3 - 5 - 7 - 5 - 3 - 1.

Oui, mais, en plus, 1 - 4 - 9 - 16, ça ne vous rappelle rien ?

Soyez tranquilles, les enfants la découvriraient bien, cette succession de carrés, si cette présentation restait en permanence au tableau.

Pour avril, Robin a voulu le carré de 5.

Avril :

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27			30
28	29			

Après, on ne pouvait mettre ni le carré de 4 ni celui de 3, mais simplement celui de 2 et celui de 1 :

$5^2 + 2^2 + 1^2 = 30$

Pour mai, Pierrick a dit :

« On va mettre d'abord le carré de 1 puis le carré de 2, puis celui de 3 et comme cela jusqu'à 10. »

Mais nous avons vu qu'on ne pouvait pas aller si loin.

Ça donnait :

$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 1^2 = 31$

Là aussi, cela aurait été mieux en avril

$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 30$

C'eût été plus net.

Pour juin, voilà ce que ça a donné :

1						
2	3					
4	5	6				
7	8	9	10			
11	12	13	14	15		
16	17	18	19	20	21	
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

En fouillant cette structure on a découvert que 1 - 3 - 6 - 10 - 15 - 21 - 28, c'est successivement :

1,1 + 2,1 + 2 + 3,1 + 2 + 3 + 4, etc.

Pierrick scrute le calendrier

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

puis il dit :

« Ça y est, j'ai trouvé quelque chose. 8 c'est une rangée complète de 1. »

Patrice enchaîne :

« 15 c'est 2 rangées de 7 et 1
22 c'est 3 rangées de 7 et 1
29 c'est 4 rangées de 7 et 1 »

Je demande alors :

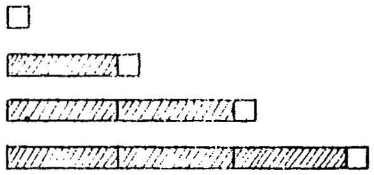
« Et 1 ? »

La réponse ne se fait pas attendre :

« C'est zéro rangée de 7 et 1. »

Nous prenons alors les réglettes de la classe et nous mesurons 8, 15, 22, 29 par la réglette noire 7. Et à chaque fois, nous voyons qu'il reste un petit blanc.

1
8
15
22



C'est donc la famille « reste 1 » quand on mesure par 7. Ou encore, pour employer un terme « moderne » famille reste 1 (modulo 7).

Ou encore, on peut dire c'est la classe « reste 1 » ou classe 1

et 2 - 9 - 16 - 23, c'est la classe reste 2 (modulo 7) ou 2 (modulo 7).

Vous voyez, ce sont des choses de la vie courante. Il suffit d'ouvrir les yeux pour les voir. C'est cela, la caractéristique de la pédagogie Freinet des maths. On peut tout trouver dans la vie.

Si, par exemple, vous allez à la poste et parce que vous êtes distrait, vous la dépassez sans y prendre garde, il faudra bien revenir sur vos pas pour jeter votre lettre à la boîte. Malheureux ! vous êtes en pleine relation de Chasles.

Je vous l'affirme : maintenant, la vie va éclairer les maths et les maths vont éclairer la vie. Et vous comprendrez même la géométrie vectorielle, etc.

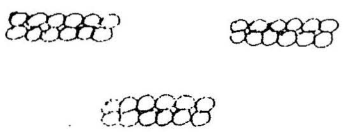
Systèmes non décimaux

On peut les aborder aussi par le calendrier parce qu'il fait partie de la vie.

Mais il y a d'autres choses bien intéressantes dans la vie, par exemple la pêche aux ormeaux (ou les douzaines d'œufs).

C'est facile, les systèmes non-décimaux. C'est même enfantin puisque les enfants les assimilent très bien. Mieux que les adultes qui ont été si bien conditionnés au système décimal qu'ils perdent la boussole lorsqu'ils sortent de leur cage. On peut jouer sans danger avec ces systèmes parce que l'on dispose d'une référence solide imposée par la vie : le système décimal. Il ne se diluera jamais dans l'atmosphère. Il est bon que les enfants se sentent à l'aise dans tous les systèmes. C'est facile lorsqu'on part de la vie. D'ailleurs, dans la vie, les petits Anglais, les Canadiens, les Américains sont bien obligés d'en tenir compte. Mais en France aussi, c'est facile. Surtout quand l'on revient de la pêche.

Vous étalez votre cueillette sur la table. Vous avez 36 ormeaux par exemple. Vous ne les comptez pas, un par un, non, vous fabriquez des douzaines. Et cela fait



3 douzaines

Vous aviez trois dizaines et 6 ormeaux et vous en faites 3 douzaines et zéro. Vous pouvez faire un tableau :

douzaines	ormeaux seuls
3	0

Ainsi 36 s'écrit 30 dans le système à base 12

10		12		
3	6	3	0	(1)

Si vous avez 65 minutes, cela fait

soixantaines	minutes seules
1	5

ou

heures	minutes
1	5

Donc 65 s'écrit

60	
1	5

Revenons au calendrier

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

Il y a 4 semaines et 3 jours, on peut écrire

semaines	jours		7	
4	3	ou	4	3

Et c'est dans le système décimal que l'on écrit par convention sans préciser la base

31 et non

10	
3	1

Mais le calendrier disposé verticalement est encore plus lisible dans le système 7 parce que les semaines et les jours seuls sont à leur place.

1 8	1 1 1	1 1 1 1	1 1 1 1 1
2 9	1 1 1	1 1 1 1	1 1 1 1 1
3 10	1 1 1	1 1 1 1	1 1 1 1 1
4	1 1	1 1 1	1 1 1 1
5	1 1	1 1 1	1 1 1 1
6	1 1	1 1 1	1 1 1 1
7	1 1	1 1 1	1 1 1 1

7		7		7		7	
1	3	2	3	3	3	4	3

c'est

10 17 24 31

(1) C'est une notation de mon invention. Je crois qu'on doit écrire 30_{12} ce qui signifie 30 dans le système 12.

Cette constatation est très intéressante parce que les enfants qui inventent le damier à cent cases dans le sens « vertical » comprennent mieux pourquoi ils trouvent

1	11	21	31	41	51	61	71	81
2	12	22	32					
3	13	23	...					
4								
etc.								

Et cela leur permet de mieux assimiler le damier à 100 cases « horizontal ». Il faut démystifier le système 10 et ne pas laisser croire qu'il nous est descendu du ciel et que c'est un mystère.
D'ailleurs, on peut laisser tâtonner abondamment dans les systèmes car, chers enseignants du calcul, qu'est-ce que c'est que ce travail, sinon de la division ?

« Non, la division c'est ça »

$$\begin{array}{r|l} 31 & 7 \\ \hline 3 & 4 \end{array}$$

« Oui, bien sûr, mais nous avons vu que c'était aussi

	$7 + 7 + 7 + 7 + 3 = 31$	$d + d + d + d + r = D$
et	$31 - 7 - 7 - 7 - 7 = 3$	$D - d - d - d - d = r$
et	$(4 \times 7) + 3 = 31$	$(d \times q) + r = D$
et	$31 - (4 \times 7) = 3$	$D - dq = r$

Et voilà que ça aussi

7

4	3

31

c'est de la division. »

Mais alors le système décimal, c'est de la division ? Mais oui.

C'est même, il me semble, la division d'un nombre par le polynôme

$10^n \ldots + 10^4 + 10^3 + 10^2 + 10^1 + 10^0$

Naturellement, on arrive rapidement aux tableaux à 3 cases, à 4 cases, etc.

7

1	2	3

c'est 66

7

1	2	2	4

459

Explication

7^3	7^2	7^1	7^0
1	2	2	4

459

et le tâtonnement est très intéressant. C'est de la division où l'on se soucie beaucoup des restes.

Nous, nous sommes favorisés parce que nous avons un trésorier des 1, un trésorier des 10, etc. Voici leur nom

Philippe les 1 000 Bouffant les 100

Patrice les 10 Brient les 1

Puis, on est arrivé à

Philippe

10^3

Bouffant

10^2

Patrice

10^1

Brient

10^0

Cette personnification des puissances est intéressante parce que lorsque nous changions de système nous retrouvions nos garçons.

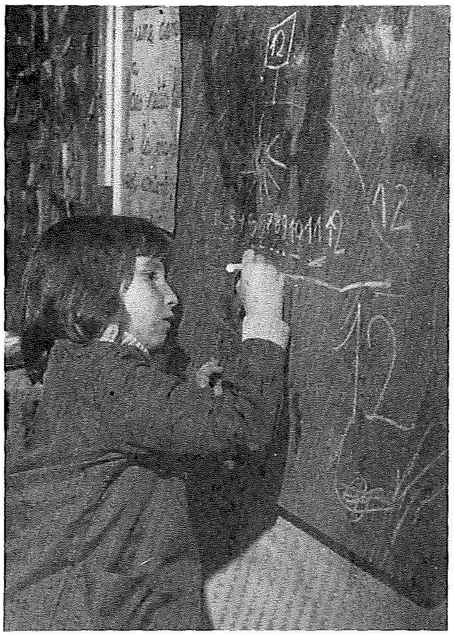
Système 7

Philippe	Bouffant	Patrice	Brient
7^3	7^2	7^1	7^0

Système 2

2^3	2^2	2^1	2^0

Naturellement, nous avions aussi des paquets, des sacs, des valises pour les puissances *1,* puissances *2,* puissances *3,*



mais nous les abandonnâmes rapidement.

Je n'insiste pas sinon pour dire que, après, pour nous, 1986 c'était clair.

10^3	10^2	10^1	10^0
1	9	8	6

---

(1) Remarque : les Canadiens ont le système binaire dans la vie courante.

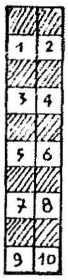
gallon	*demi-gallon*	*chopine*	*pinte*	*demiard*
2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

Quadrillages

Cette activité a été une révélation pour moi. Jamais je n'y aurais songé ! Ce qui prouve que si le maître se contente d'offrir ce qu'il sait, de maintenir le groupe dans les seuls chemins qu'il connaît, il y a, pour les enfants, un manque à gagner considérable.

Et l'on a tout intérêt à faire confiance à la créativité enfantine qui déborde heureusement le maître et ses étroites limites.

Un jour, nous avons reçu la brochure sur le rectangle, de Serge de Buzet. Les enfants se sont emparés de l'idée et ils se sont mis à tâtonner sur les quadrillages. Et soudain, Jacques a écrit des nombres à l'intérieur. Et l'aventure riche et originale des quadrillages a commencé.



Nous avons examiné cette création de Jacques et nous avons vu qu'il y avait la colonne des impairs et la colonne des pairs. (La parité plaît beaucoup aux enfants.)

Voici maintenant ce que Robin a fait : il a écrit les 100 premiers nombres comme s'il voulait faire un damier à 100 cases mais il a colorié en rouge toutes les cases paires et cela donne des bandes blanches et rouges.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Robin, très content de sa réussite, recommence.

Mais cette fois c'est à 36 cases.

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36

On le voit, c'est simple, la parité donne une structure de bandes.

Christian attiré par la beauté des créations de Robin se lance sur cette piste ouverte par Jacques. Et soudain, que découvre-t-on : la structure de damier.

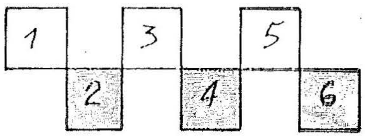
Comment cela se fait-il ?

Alors que pour le carré de 10 sur 10 et le carré de 6 sur 6 les pairs étaient rangés par bandes ; ici, cela change. La question est posée mais elle ne reçoit pas de réponse, du moins, pas immédiatement.

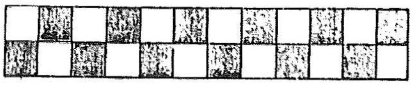
Comment cela se fait-il ?

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

Et voilà que Robin crée.



En observant cette création, on découvre que ça commence par un blanc et ça finit par un rouge parce qu'il y a un nombre exact de couples (blanc-rouge). Or, les couples, on les connaît, ça oui ! parce qu'on a eu les réglettes Cuisenaire entre les mains. Je vous rappelle la fameuse égalité référence de Rémi.



blanc + rouge + b + r + b + r + b + r = r + b + r + b + r + b + r + b ou 4 (b + r) = 4 (r + b)

Quelle coïncidence extraordinaire. Ici, nous avons encore des couples « blanc-rouge » qui se raccrochent donc ce 15 février, à des couples aperçus le 15 octobre.

On s'aperçoit que, pour le carré de 7 sur 7 de Christian, en haut, il y a 3 couples complets et il reste 1. Le quatrième couple est partagé en deux alors que pour 6 et 10 les couples restaient complets. Alors ?

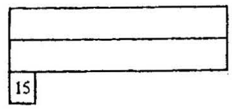
Alors, quand la ligne du haut est un nombre pair, on a des bandes et, quand c'est un nombre impair, on a un damier, parce que celui qui est seul dérange toute la ligne suivante.

Mais la construction de Christian ne nous avait pas apporté que cela. En effet, Robin et Michel s'étaient écriés :

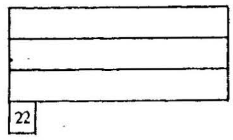
« Mais, Monsieur, la création de Christian c'est la même chose que le calendrier. C'est juste pareil.
— Comment cela ?
— Parce que dans la première rangée du calendrier, il y a aussi 7 feuillets.
— Ah ! tiens, oui c'est vrai. »

Et les enfants découvrent que là aussi, comme sur le calendrier, le 8 est sous le 1 parce qu'il y a une rangée de 1.

1 rangée et 1



2 rangées et 1



3 rangées et 1

On retrouve les classes d'équivalence : 8 - 15 - 22 sont de la même famille : la famille reste 1 (quand on divise par 7) (modulo 7).

C'est la famille de Jacques.

On peut écrire :

$$1 \equiv 8 \equiv 15 \equiv 22 \text{ (modulo 7)}$$

C'est-à-dire :

1 équivalent à 8 équivalent à 15 équivalent à 22 (modulo 7).

On retrouve exactement ce que l'on avait trouvé dans le calendrier. On le voit, il n'y a pas besoin de s'occuper d'assimilation. Il suffit d'aller de l'avant, il y a toujours des recoupements.

Et je prévois que bientôt on se contentera de marcher sans jamais chercher à faire rentrer les choses dans les têtes. Au bout de cinq années de cette recherche ininterrompue, la moisson serait prodigieuse pour rentrer en 6e. (Et pourquoi ne pas continuer après aux premier et second cycles par une continuelle remise en ordre de l'acquis.)

Mais, chut, regardez, ce n'est pas fini. En effet, Pierrick compare les deux créations de Robin et de Christian :

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25 etc.					

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29 etc.						

Il pose la question :

« Comment, pour Christian, il y a un 8 sous le 1 et pour Robin, il y a un 7 sous le 1. Il doit y avoir une erreur.

Le 7 n'est pas dans la famille de Jacques puisque la famille de Jacques c'est 1 - 8 - 15 - 22. Et ici, c'est pas juste : on a 1 - 7 - 13. Pourquoi ?

— Eh bien ! cherchez.

— Ça y est, dit Patrice, je sais pourquoi. C'est parce que pour Robin c'est le modulo 6, ce n'est plus le modulo 7.

— Ah, oui ! dit Pierrick. Et pour l'autre carré de Robin (10 × 10) la famille de Jacques c'est 1 - 11 - 21 - 31, etc. »

Alors pendant un bon moment la classe se trouve submergée par les quadrillages (avec un retour offensif des modulos).

$1 \equiv 5 \equiv 9$ (modulo 4)

$2 \equiv 8 \equiv 14$ (modulo 6)

Voici un exemple de quadrillage.

La famille 1 c'est 1 - 5 - 9 - 13 (reste 1, modulo 4).

La famille 2 (celle de Fanfan) c'est 2 - 6 - 10 - 14 (reste 2 mod. 4).

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

La famille 3 (Patrice) c'est 3 - 7 - 11 - 15.

La famille 0 (Robin) 0 - 4 - 8 - 12 - 16.

Et les enfants ne sont pas longs à découvrir une loi des quadrillages : la classe 0 est toujours à la fin. Par exemple, pour 6 c'est

0 - 6 - 12 - 18 - 24 - 30 - 36.

C'est la classe zéro parce que la ligne du haut est complète et après il ne reste plus rien. Ainsi dans le quadrillage 4 × 4 on a une rangée de 4, c'est 4. Deux rangées, c'est 8, etc.

Je dis aux enfants la classe 0 a un nom, c'est la classe des multiples. Ici les multiples de 4 c'est 0 - 4 - 8 - 12 - 16 et les multiples de 6 c'est 0 - 6 - 12 - 18.

Jacques dit alors :

« J'ai compris, on commence toujours par zéro. »

0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.
0. 3. 6. 9. 12.
0. 7. 14. 21.

C'est alors la grande aventure des multiples si réjouissante pour ceux qui auraient souci de tables de multiplication (ce n'est pas mon cas).

Certains enfants poussent jusqu'aux multiples de 12, de 16, de 19, etc. rien ne les arrête. Ce qui est intéressant, c'est que cela vient d'eux et qu'ils ont, alors un courage forcené. Tandis que...

Vous voyez comment nous avons dérivé de la moitié du rectangle de Serge aux quadrillages, à la parité, aux multiples. Mais voici que l'on revient en arrière, à la lumière des dernières découvertes.

Tiens, mais c'est ce que Jacques avait fait.

1	2
3	4
5	6
7	8

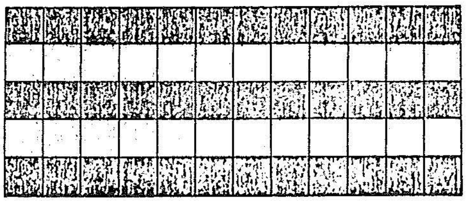
Tiens 2 - 4 - 6 - 8 ce sont les multiples de 2.

— Et 1 - 3 - 5 - 7.

— C'est la classe 1, la classe de Jacques, la classe d'équivalence 1 (modulo 2).

Car dans le modulo 2 il n'y a que deux classes : les multiples (la classe 0) et la classe 1, ou encore la famille - reste 1 (modulo 2).
Voilà qui projette encore une lumière nouvelle sur la parité.

Mais pendant ce temps, le fleuve marche. S'arrêterait-on à des quadrillages ? On va bientôt leur échapper. Mais pour l'instant les enfants colorient horizontalement leurs bandes et ils n'inscrivent plus leurs nombres.



Quelqu'un demande :

« Combien y a-t-il de carrés là-dedans ?
— Cherchez.
— Eh bien ! : 12 carrés dans la ligne du haut. 5 bandes ça fait 60.
— Oui, parce qu'on peut dire 5 fois 12 (12 × 5) = 60. »

Ainsi, ils ont retrouvé seuls, sans que personne ne leur demande rien, le calcul de l'aire du rectangle.

Au début de ma carrière, je faisais la leçon une bonne fois pour toutes (malheur à celui qui n'était pas là le jour de la leçon). Et avec une simple démonstration, si claire à mes yeux, il fallait avoir compris.

Tandis que maintenant, après un tâtonnement « innombrable », cela est parfaitement assimilé.

Mais voici que Patrice invente quelque chose. Il fait un quadrillage sur ses deux pages de carnet de maths. Et cette fois, il ne met pas de couleur.

Robin lui emboîte le pas : il quadrille une feuille. Il calcule, 20 bandes de 33 cela fait 660 carrés.

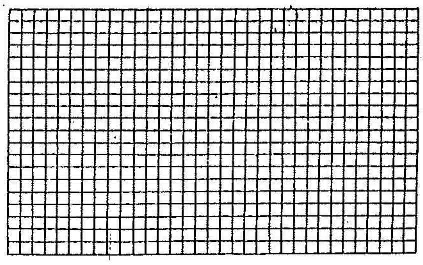
Je n'en reviens pas : 660 carrés dans cette seule page.

Mais il faut bien se rendre à l'évidence.

Bien sûr, je savais calculer 20 × 33 = 660.

Mais j'ignorais ce que cela pouvait représenter en réalité parce que je n'avais travaillé que dans l'abstraction. Mais les enfants, eux, sauront ce que représentent 20 × 33 carrés.

L'absence de couleur nous permet de retrouver la commutativité de la multiplication en regardant aussi les bandes verticales.



Ainsi il y a un progrès vers l'abstraction parce que l'on se passe du soutien de la couleur.

Et un jour, on abordera le rectangle nu dans toute sa pureté.

Il se peut par la suite que la formule S = L × l soit introduite au cours de la carrière scolaire de l'enfant. Mais cela se fera sans dommages parce qu'il y aura eu au préalable un double tâtonnement : tâtonnement sur les symboles et tâtonnement sur le rectangle. Et la loi sera alors parfaitement acceptée et assimilée.

J'ai triché. Robin ne m'avait pas présenté 20 bandes de 33 mais 19 bandes de 33 ; je pensais bien que c'était au-dessus de ses forces et je lui avais dit de prolonger ses traits pour avoir une 20e bande. Alors, il a calculé 10 × 33 et puis 20 × 33.

Mais je trouve sur son carnet :

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times\ 33 \\ \hline 57 \\ 57 \\ \hline 627 \end{array}$$

Je m'exclame :
« Quoi, tu sais faire ces opérations à deux chiffres ? »
Pourtant on ne les avait vues qu'une seule fois à toute vitesse quand Patrice m'avait demandé comment on les faisait.

« Oui j'avais compris et maintenant je vais continuer. »
Alors il a cherché :

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times\ 33 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 17 \\ \times\ 33 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 16 \\ \times\ 33 \\ \hline \end{array} \qquad \text{etc.}$$

jusqu'à $\begin{array}{r} 0 \\ \times\ 33 \\ \hline \end{array}$

Naturellement, plusieurs de ses camarades lui ont emboîté le pas. Si bien qu'on a tourné la page du quadrillage pour aborder la multiplication.

Le moment est venu, je crois, de complimenter le maître. Au lieu de maintenir à toute force le troupeau dans l'alpage du quadrillage pourtant si riche, il laisse aller. Faut-il pour cela beaucoup de courage ? Mais non. Mais non. Maintenant, je sais que l'on y reviendra comme on est revenu à la parité (à propos des classes modulo 2).

Ainsi, à partir de Serge de Buzet, et sans faire ce qu'il avait fait, nous avons abordé, successivement, le damier, la parité, les classes d'équivalence, les multiples, les modulos, les couples, les bandes, les quadrillages, l'aire du rectangle et nous voici aux multiplications.

« L'essentiel, dit Pierre Macherey, est que l'ordre que la science institue est toujours provisoire. Il doit être sans cesse travaillé, confronté à d'autres types d'ordre. C'est ce passage d'ordre en ordre, par ruptures successives, qui définit le processus de la connaissance. »

Je note en passant que nous avions aussi l'occasion de revoir les puissances puisque certains enfants ont calculé les aires de plusieurs carrés. J'ai signalé en passant que c'était des puissances comme celles que nous avions connues au début de l'année.

Mais personne ne s'y est intéressé, personne ne s'y est arrêté. Je n'ai pas insisté parce que, maintenant, j'ai confiance : je sais que nécessairement, un ou plusieurs recoupements se produiront dans l'avenir.

Vous le constatez, chers camarades, j'ai bien changé. Naguère, j'aurais bloqué toute la classe et j'aurais tapé et retapé sur ce clou jusqu'à ce qu'il soit bien enfoncé. Et après, j'aurais été bien avancé. Car, en faisant cela, je n'aurais pas fait autre chose et surtout j'aurais arrêté le moteur qui était en chacun de mes enfants. Et ils seraient devenus des véhicules mobiles mais plus automobiles. Alors, j'aurais dû les remorquer comme je le faisais autrefois, avec beaucoup de fatigue. Et quand je me serais arrêté, ils se seraient arrêtés sur leurs petites roues de fer, incapables de faire d'eux-mêmes un mouvement.

Heureusement, cela, c'est bien fini. Je ne tape pas à toute force sur un premier clou, puis sur un deuxième clou, puis sur un troisième. Non, je me soucie de voir se planter une infinité de clous. La vie les enfoncera.

Je ne bloque plus la classe parce que j'ai confiance. Je n'ai plus peur de ne pas remplir le programme parce que j'ai supprimé le programme. Oui, j'ai confiance ; si les enfants ont toute liberté de procéder à un tâtonnement innombrable, alors la moisson sera riche. Et si leur appétit s'agrandit en mangeant, alors je puis être tranquille et les laisser aller de l'avant.

L'essentiel au CE1, c'est d'accrocher une première fois les notions, solidement, à partir de l'« intervention » du milieu ou à partir des créations des enfants, dans un climat affectif qui contribue à fixer les connaissances.

LES DEVINETTES EN X

Les enfants aiment jouer avec les inconnues.

Il faut le leur permettre. Voici quelques équations :

$x + 10 + x = 100 \longrightarrow x = 45$

$100 + x + x = 108 \longrightarrow x = 4$

Je ne sais comment cela s'est fait, mais le passage d'un terme dans un autre membre se fait sans douleur.

Exemple 90 + x = 100

On peut barrer 90 à gauche à condition d'enlever 90 à droite.

J'ai, par la suite, sorti mes balances et montré qu'il fallait enlever une même quantité pour conserver l'équilibre ; mais c'était déjà assimilé.

$x + x = x \longrightarrow x = 0$ (Pierrick)

FRACTIONS

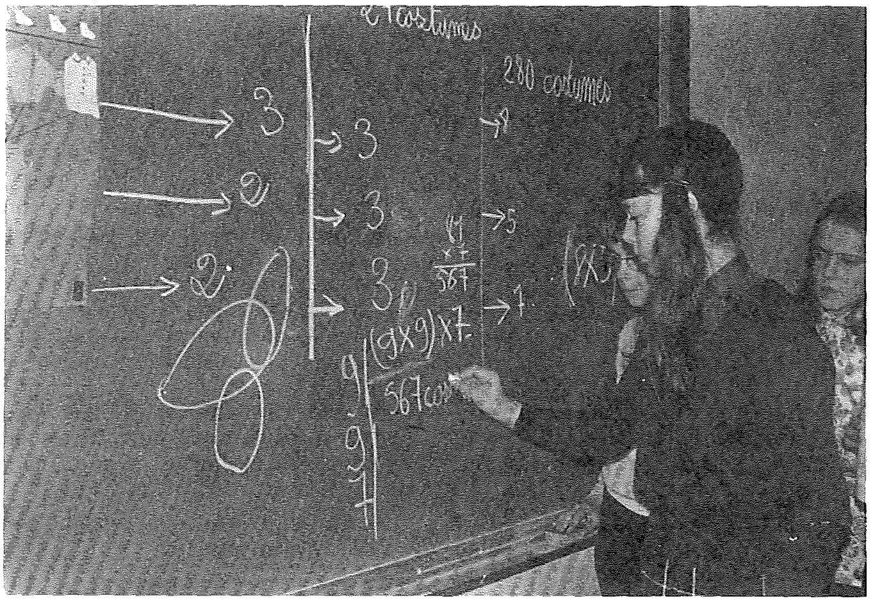
On devait y arriver puisqu'on a eu des équations du type

$x + x + x + x = 1$

Et comme on avait une expérience des partages, on a partagé le cube de valeur 1 en 4 et ça faisait $\frac{1}{4}$

Alors on a eu :

$x + x + x + x + x + x + x = 7 \rightarrow x = 1$



$x + x + x \ldots + x = 48 \longrightarrow x = 1$

$x + x + x + x + x + x + x + x + x = \frac{9}{10}$

$x = \frac{1}{10}$

$x + x + x + 1 = 0 \longrightarrow x = -\frac{1}{3}$

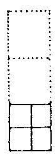
$x + x + x = \frac{9}{9} \longrightarrow x = \frac{3}{9}$

$x + x + x + x = \frac{20}{20} \qquad x = \frac{5}{20}$

$13\,x = \frac{13}{12} \qquad x = \frac{1}{12}$

$x + x + x + x = \frac{1}{3} \qquad x = \frac{1}{12}$

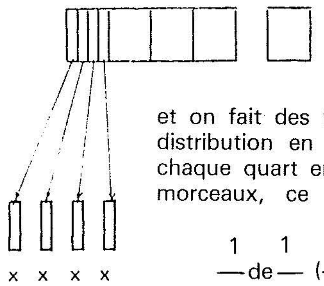
Comment a-t-on fait ici ? On a fait des tours de distribution. On a pris $\frac{1}{3}$ de barre de chocolat et l'on a coupé en 4 (fictivement) et ça faisait bien $\frac{1}{12}$



C'est classique évidemment et le maître habituellement fait cela une fois ou deux au tableau. Mais ici le tâtonnement a été beaucoup plus long, plus riche, plus étendu. On a pris le temps de tâtonner.

$x + x + x + x = \frac{5}{4} \qquad x = \frac{5}{16}$

Comment fait-on ? On dessine les $\frac{5}{4}$



et on fait des tours de distribution en coupant chaque quart en quatre morceaux, ce qui fait $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{4}$ $\left(\frac{1}{16}\right)$

Le premier quart fournit un morceau pour chacun des x et comme il y a 5 quarts cela fait : $\frac{5}{16}$

Évidemment, c'est enfantin, la preuve c'est que des enfants de 7 ans le comprennent et trouvent cela facile. Ce qui l'est effectivement.

PROBLÈMES

Il y a beaucoup d'inventions de problèmes et cette année, cela a démarré sur des factures fictives.

En voici quelques-unes :

Pierrick doit

100	vaches	105
150	cochons	100
200	vélos	200
200	oiseaux	012
240	corbeaux	201
200	pigeons	014
200	maisons	021
	Total	653

Monsieur doit

1 vache	30 F
1 cheval	60 F
1 charrette	80 F
1 ferme	100 F
	270 F

Nous avons beaucoup travaillé sur les factures parce que les enfants se plaisaient dans ce domaine.

Et j'avais de vraies factures dans mon portefeuille (Non pas des factures « préparées à l'avance », mais « a posteriori »). Et les enfants se sont référés spontanément à « Jeanne achète » et au « Télex-Consommateur ». Et nous les regardions le soir.

Naturellement, de moi-même, je n'y aurais pas pensé. Ils avaient une longue expérience des tableaux de prix qui faisaient partie de leur vie de tous les jours. Et je ne songeais pas à l'éclairer par une réflexion critique de la classe. Mais en quel monde vis-je donc ? Je vis sur d'anciennes habitudes de travail alors que les enfants possèdent mille informations nouvelles auxquelles je ne pense pas, par manque de clairvoyance. Il faut partir de la vie, oui, mais c'est cela leur vie.

Et l'on peut dire que l'éducateur qui n'a pas vu la télé, eh bien ! il passe à chaque coup, à côté. Alors qu'à partir du tiercé, du loto, de bien des choses on peut inscrire, dans les esprits, des notions importantes.

Les problèmes posés nous ont permis de retrouver des structures que nous avions déjà abordées par l'abstraction du Cuisenaire ou par le jeu des inventions.

Ça, c'est, je le crois, une idée nouvelle pour l'École moderne. Je passais pour un hérésiarque ; mais j'ai trouvé un soutien chez Bachelard.

Bachelard dit que les mathématiques sont « réalisantes ». L'esprit de l'enfant doit pouvoir jouer librement sans aucune contrainte, sans aucune référence obligatoire au concret, en plein ciel, pourrait-on dire. Et voilà que, subitement, il se pose et se promène sur terre comme s'il ne l'avait jamais quittée. Et comme Antée, il reprend de la force en s'appuyant sur le réel. Engels écrivait aussi que toutes les créations mathématiques des hommes trouvaient leurs illustration dans la nature.

Mais il est dangereux de vouloir former l'esprit mathématique sur les seuls problèmes réels.

Cela ne veut pas dire qu'il faille les écarter, au contraire. Mais les problèmes réels naturels (je veux dire qui s'imposent vraiment à la classe sans sollicitation du maître) ne sont pas tellement nombreux. Et si l'on voulait en faire toute une nourriture, ce serait l'échec. C'est d'ailleurs la raison de l'échec du calcul vivant en dehors des petites classes. On ne sort pas des commissions, on tourne en rond. Allez ! aux maths, aux maths.

Vouloir faire comprendre le calcul en se référant à des choses de la vie c'est introduire des quantités de composantes parasites qui perturbent la compréhension. Tandis que pour la saisie de la structure de la division

$2x = 24 \longrightarrow x = 12$ c'est plus simple.

Et c'est certainement pour cette raison que les enfants de 7 ans préfèrent les problèmes d'algèbre « parce que c'est plus facile ».

Alors cela semble clair : la vie *au départ* avec toutes ses riches connexions... *et à l'arrivée.* Mais, entre les deux, un dépouillement extrême. Songez à l'entraînement des footballeurs entre les matches. Les matches, c'est *la vie* riche avec ses multiples aspects (camarades, adversaires, public, arbitres, enjeu) mais l'entraînement (l'exercice) est beaucoup plus dépouillé et c'est dans le silence et l'austérité des terrains d'entraînement que se construit *une vie* plus réussie.

Je passe sur une aventure de crayons à bille de différentes couleurs qui serait un peu longue à raconter et au cours de laquelle on a parlé de vecteurs de la statistique et de machine à calculer. J'en ai expliqué le fonctionnement et le CE1 et même le CP suivaient avec passion, cette histoire de cartons perforés. Et ils m'ont rappelé les cartes perforées de la Sécurité sociale qu'ils font signer à l'école et les quittances d'électricité. Donc, ça fait partie de la vie.

On a trouvé que dans tous les problèmes il y a quatre éléments.

Il y a d'abord *des informations,*
puis *les questions* que l'on peut poser,
puis *le programme* que l'on établit,
puis *les réponses* que l'on obtient.

Nous avons donc quatre secteurs de tâtonnement et pour chaque création, nous pouvons critiquer les divers aspects : insuffisance de l'information, impertinence des questions, erreurs des programmes, impertinence des réponses.

ÉNONCÉS

Certains énoncés sont très révélateurs de la personnalité de l'enfant.

Voici, par exemple les textes de Patrick qui avait été mis aux boîtes enseignantes parce qu'il était jeune et « peu perméable à l'expérience ».

Mais il avait travaillé avec tant d'ardeur qu'il avait pu rejoindre le groupe des chercheurs. Il tâtonne sur le plan des énoncés et rit le premier de leurs insuffisances. Toute la classe rit également. Mais je m'aperçois qu'on peut tout de même en tirer quelque chose.

D'ailleurs, de toute chose ne peut-on faire son profit ? Et combien le travail sur des données que l'on fournit soi-même est profitable. Si Patrick fournit ses problèmes, c'est d'eux qu'il faut partir pour que *lui* progresse. C'est sa création, sa pensée qu'il faut éclairer.

« J'ai un verre, je le casse, je suis obligé d'en acheter un autre. »

DISCUSSION

$1 - 1 + 1 = 1$

Il y a un « paquet de zéro » (deux opposés).

« J'ai une boîte, elle est trouée. Je mets de l'eau, l'eau ressort par le trou. »

Insuffisance de l'information.

« Combien mets-tu d'eau ?
— 1 litre.
— Ah ! bon. Alors cela fait 1 l — 1 l = 0 l ou 0 l + 1 l — 1 l = 0 l. »

Vrai aussi pour x litres.

« J'ai un chien, je le vends, il ne reste plus rien : $1 - 1 = 0$. »

— J'ai un chat. Il mange les souris. »

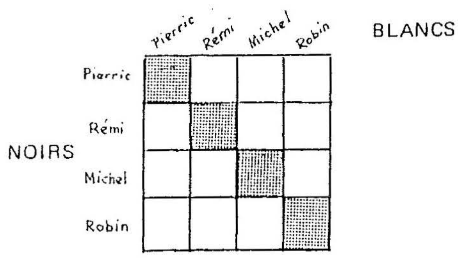
Insuffisance de l'information. On ne peut rien demander parce qu'il n'y a pas assez de renseignements. Que ces problèmes portent sur les nombres 1 et 0 cela n'a pas d'importance. S'il y avait 1 585 / ce serait la même chose. Les nombres importent peu. L'essentiel c'est que la notion de nombres symétriques soit bien abordée.

PRODUIT CARTÉSIEN D'UN ENSEMBLE PAR LUI-MÊME
(« Tables » de Pythagore)

Cette année, parce que j'avais cinq gauchers déclarés (et trois cachés) j'ai pris conscience de l'importance d'une bonne « spatialisation ». Pour la favoriser, j'ai permis un tâtonnement important sur le terrain (en gym : dans la classe et dans la cour) et un tâtonnement important sur le plan des structures abstraites. Pour ce dernier point, j'ai introduit les échecs à 1, puis à deux, à trois et même à quatre pièces (roi, dame, tour, fou). Nous avons organisé des rencontres et pour cela nous avons dû créer des poules comme les poules de rugby à Télé-Dimanche. (Toujours la vie.)

Il y avait quatre joueurs : Pierrick, Rémi, Michel, Robin. Comment organiser les matches avec les blancs, puis avec les noir.

J'ai été stupide : j'aurais dû les laisser tâtonner pour monter cette structure. Au lieu de cela, je leur ai proposé le tableau suivant qui a été bien accepté parce que nous l'avons dessiné à la craie sur le plancher.



Successivement, les joueurs noirs se détachent du groupe de gauche pour venir assurer leurs parties blanches contre les trois autres. Par exemple, Pierrick qui ne rencontre pas Pierrick vient se présenter devant Rémi, puis Michel et enfin Robin.

Nous avons mimé ces rencontres successives en marchant dans les cases du plancher et en tenant à la main les pièces blanches ou noires. Cela a été parfaitement compris. (Par la suite, nous avons examiné les résultats de foot de Trégastel.)

J'ai été étonné de voir combien les enfants comprenaient cela facilement. Ils trouvaient cela tout naturel.

Aussi, lorsque à quelque temps de là, Michel a inventé sa « table de Pythagore » de l'addition, nous avons pu nous référer immédiatement à ce que nous possédions déjà.

Et cette fois, les joueurs c'était : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

Et la relation n'était plus « faire un match avec » mais « additionner à ».

Nous avons observé la création de Michel et comme, là encore, il avait colorié les pairs en rouge, nous avons vu les diagonales (ici ce sont les doubles qui sont en diagonales — dans la vraie table de Pythagore avec la relation × ce sont les carrés).

Michel avait si bien compris cette histoire de diagonales qu'il a commencé un second tableau en commençant par le milieu.

Relation +	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Rémi a tenté d'imiter Michel, mais manifestement, il n'avait rien compris. Mais quinze jours plus tard, il s'est rattrapé en inventant la vraie table de Pythagore après une discussion sur les classes zéro, c'est-à-dire les classes des nombres qui, divisés par un autre nombre, ne donnent pas de reste. Nous avions travaillé sur les multiples et même sur les multiples communs découverts par Jacques. En effet, il y avait eu une crise de multiples et on avait étudié ce que chacun avait trouvé.

0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 *24*
0 3 6 9 12 15 18 21 *24*
0 4 8 12 16 20 *24*
0 6 12 18 *24*
0 8 16 *24*
0 12 *24*
0 *24*

Le lendemain, Rémi a repris *tous* les multiples et découvert la table de Pythagore. Et le surlendemain, il a recommencé mais cette fois, verticalement. On a comparé les deux tables : c'étaient les mêmes.

Seulement, l'une avait les nombres de 8 × 17 et l'autre de 11 × 15.

Ce n'est pas étonnant : c'est comme le tableau des échecs (1) avec cette différence que, ici, la relation c'est « multiplier par » au lieu de « rencontrer » ou de « additionner » comme dans le tableau de Michel.

L'an dernier, j'avais proposé aux enfants de chercher aussi les tables de — et de : ou, si l'on veut, le produit cartésien de l'ensemble des premiers nombres par lui-même (—, :). Mais cette année, je ne propose rien : je ne fais que tout accepter. Si personne ne suit la piste que moi, le maître, je voyais s'ouvrir, cela n'a pas d'importance. Si nous ne faisons pas ce que j'avais entrevu, c'est que nous faisons autre chose. Cela se recoupera bien un jour ou l'autre.

(1) Cette fois, la référence c'est le tableau d'échecs.

DISCUSSION D'OPÉRATIONS

Une chose à laquelle je ne pouvais m'attendre, c'est bien à celle-là. C'est Jacques (encore lui) qui a introduit des inconnues dans ses additions. Cette simple modification nous a ouvert de vastes perspectives. (Il en est toujours ainsi : c'est toujours un simple pas à côté qui permet de sortir du monde où l'on vivait et d'accéder à un nouveau monde. Et, dans une classe créatrice, il y a beaucoup d'occasions de « pas à côté », soit par suite d'une modification volontaire, soit par suite d'une erreur, soit par suite d'une transposition ou d'un rapprochement de deux choses que l'on n'avait pas encore vues ensemble. Si bien que l'on ne tourne jamais en rond : on prend toujours la tangente d'une façon ou de l'autre.)

Voici

$$\begin{array}{r} h\,6\,7 \\ +\ h\,x\,7 \\ \hline 9\,8\,4 \end{array}$$

h + h = 9. Or, il n'y a pas de chiffre 4 1/2. Donc, il y a une retenue. Mais il faudrait que 1 + 6 + x = 18. A ce moment-là, il faudrait que x = 11. Or x ne peut aller que jusqu'à 9.

Pour que ce soit possible, il faut que un 8 remplace le 6,

soit

$$\begin{array}{r} h\,8\,7 \\ +\ h\,x\,7 \\ \hline 9\,8\,4 \end{array}$$

Voici encore

$$\begin{array}{r} h\,i\,h \\ +\ h\,i\,h \\ \hline 25\,9\,2 \end{array}$$

Ce n'est pas bon parce que pour i + i, il faudrait une retenue pour faire 9. Et comme h + h = 2, ce n'est pas possible.

« Mais non, dit Robin (l'auteur) h c'est 6.

— Ah ! bon. Donc i c'est 4. Mais h + h (6 + 6) ça ne fait pas 25. »

Mais l'auteur ne se trouble pas pour si peu.

« Mais non i c'est 9 et il y a une retenue sur h + h. »

Mais pour 1 + h + h = 25, Robin est obligé de s'avouer vaincu. Et d'ailleurs 25 dépassait 19. Mais par deux fois, Robin avait su parer la critique. Ce sont de telles discussions sur le fond qui aiguisent l'intelligence et permettent de bien comprendre les opérations.

Les enfants aiment ces discussions d'opérations qui ménagent toujours des surprises.

10, C'EST « UN, ZÉRO »

A propos de surprise, j'en ai eu une et de taille. C'est Jacques celui du CP qui l'a provoquée. Il s'est mis à écrire les dix premiers nombres dans les divers systèmes. Et après quelques tâtonnements, il a mis le tableau suivant sur pied.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Système 2	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010
S 3	1	2	10	11	12	20	21	22	100	101
S 4	1	2	3	10	11	12	13	20	21	22
S 5	1	2	3	4	10	11	12	13	14	20
S 6	1	2	3	4	5	10	11	12	13	14
S 7	1	2	3	4	5	6	10	11	12	13
S 8	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12
S 9	1	2	3	4	5	6	7	8	10	11
S 10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
S 11	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Qu'est-ce que c'est ?

C'est simplement le tableau de la division des 10 premiers nombres (1). Et on écrit le quotient et le reste (ou les restes).

Ainsi 5 : 4 c'est 1 et il reste 1.

Donc 5 s'écrit 11 dans le système 4.

Dans le système 2, *5* divisé par 2 donne 2 reste 1, mais *2* divisé par 2 donne 1 et il reste 0, 5 s'écrit donc 101.

Mais moi, j'acceptais très bien que 2, 3, 4 s'écrivent 10 dans les systèmes 2, 3, 4.

Mais quand j'ai vu que 10 s'écrivait 10 dans le système 10 j'ai été surpris.

Ainsi ce dix si chargé affectivement (10 sur 10 à l'école — le 10 de trèfle — un billet de dix mille centimes, etc.) c'était un banal « un, zéro ». Quelle surprise provoquée par un garçon du CP. Et quel avantage pour lui de pouvoir naviguer si aisément dans l'océan de la numération !

Voici pour en terminer avec les systèmes de numération quelques inventions de Patrice et Christian.

230	560	1000000000	2
4 | 8	2 | 0	7 | 4	0 | 0 | 1
928	1120	7000000004	1

Le lendemain, Rémi continue sur sa lancée. Mais il étend sa découverte à l'addition et à la soustraction de 3.

0 + 3 = 3	32 — 3 = 29
3 + 3 = 6	29 — 3 = 26
6 + 3 = 9	26 — 3 = 23
9 + 3 = 12	23 — 3 = 20

Ce sont bien des progressions arithmétiques. Autrefois, quand nous étions écoliers, on nous faisait faire de telles progressions « compter et décompter, par 2, par 3, etc. ». Et c'était bien de « faire ». Mais « découvrir » c'est infiniment mieux. Ici, c'est l'enfant qui se donne son travail : cela fait toute la différence. Et, attention, ce n'est pas pour un entraînement utilitaire au calcul mais pour une exploration des nombres et de leurs mystères. N'est-ce pas différent également ?

(1) Par 2 - 3 - 4...

TABLEAUX ORDONNÉS

Certains enfants veulent suivre la piste de Rémi et de Jacques. Mais ils ne se rendent pas compte que leurs tableaux ne sont pas ordonnés.

Exemple :

20 + 1 = 21
13 + 1 = 14
17 + 1 = 18
12 + 1 = 13

Il faut la critique de la classe pour qu'ils en prennent conscience.

Cette notion d'ordre est très importante. Dans l'enseignement habituel, on y fait peu appel. Pourtant, c'est une notion que les enfants découvrent spontanément. Et il suffit de souligner l'ordre existant ou inexistant pour que la structure se fixe. Et cette structure, c'est un outil supplémentaire pour l'investigation du réel.

Évidemment, les enfants sont libres d'ordonner ou de ne pas ordonner. En règle générale, ils succombent à la tentation : c'est une tendance naturelle.

MISE EN FACTEUR COMMUN

J'étais très accueillant cette année-là et j'étais prêt à faire un sort à toute structure qui aurait bien voulu se présenter.

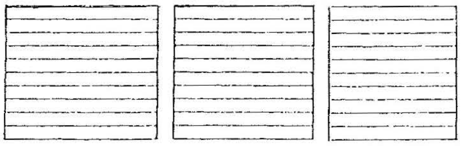
Mais je ne m'attendais tout de même pas à traiter de la mise en facteur commun. Un matin, Michel Robin écrit :

10 o + 10 B + 10 m

ce qui signifie 10 réglettes orange et 10 réglettes bleues + 10 réglettes marron. (Je vous en donne la traduction) :

dix 10 + dix 9 + dix 8.

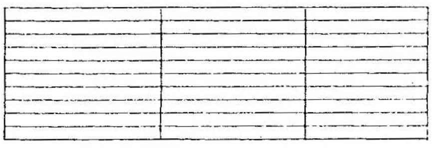
Pressentant que ça pouvait être intéressant, j'ai fait venir le CE1 autour de Michel qui a d'abord réuni les réglettes séparément :



10 o   10 B   10 m

C'est alors que nous sont apparues clairement deux possibilités d'exprimer la situation.
En effet, Pierrick a demandé :

« Pourquoi on ne les fait pas se toucher ?
— Bon, allez-y. »



o + B + m

On pouvait alors dire comme avant :

10 o + 10 B + 10 m

ou bien 10 trios (o + B + m).

Je me suis exclamé :

« Mais, c'est de la mise en facteur commun. »
Ils ont ri :

« Le facteur, le facteur ! C'est Monsieur Prigent.

— Ah ! non, c'est Roger Le Goff. »

J'ai eu une inspiration.

« Quel est votre facteur ? »

Et l'on a trouvé que Roger c'était le facteur commun à Patrice, Pierrick, Michel, Patrick et Christian.

Et monsieur Prigent, c'est le facteur commun à Rémi, Jacques, Pascal, Jean-François et Robin.

Ce qui peut s'écrire :

Roger (Patrice + Pierrick + Michel + Patrick + Christian) et Monsieur Prigent (Rémi + Jacques + Pascal + Jean-François + Robin).

Et ça se lit « facteur de ».

Et pour 10 o + 10 B + 10 m c'est 10 le facteur commun.

Cela s'écrit 10 (o + B + m).

Ainsi, en partant d'une invention écrite de Robin et en se repérant aux réglettes et à la vie, nous avons accroché une notion pourtant difficile. J'ai appris, au cours de l'année, à respecter les créations des enfants. Rien n'est vraiment gratuit. Et, bien souvent, je me suis aperçu que de petites folies débouchent souvent sur la grande raison.

Ceci me paraît important, quoique en marge de ce que l'on fait habituellement. Pardon, ce n'est pas en marge de ce que l'on fait habituellement à l'École moderne en français, en chant, en dessin et en peinture. Mais c'est en marge de ce que l'on fait habituellement en calcul.

Mais ne faut-il pas surtout craindre d'être le « n'importe qui », c'est-à-dire celui qui ne sait pas voir ce qu'il y a toujours de profond dans toutes les créations enfantines, même celles qui, en apparence, sont les plus folles.

Quant à moi, j'ai fait mon choix. Ce choix est-il le bon ? J'ai l'outrecuidance de le croire. Figurez-vous que je m'imagine qu'il faut aussi favoriser le tâtonnement expérimental sur le plan de la pensée.

Bachelard a écrit : « Le réel sert à nous faire penser. »

Ainsi le réel ne serait pas l'essentiel : c'est de penser qu'il s'agit surtout. Et l'on peut partir aussi bien d'une rêverie, d'une création d'enfant, d'une astuce, d'un dessin, d'un quiproquo, d'une construction géométrique réelle ou artificielle que de la vie. L'essentiel c'est de penser.

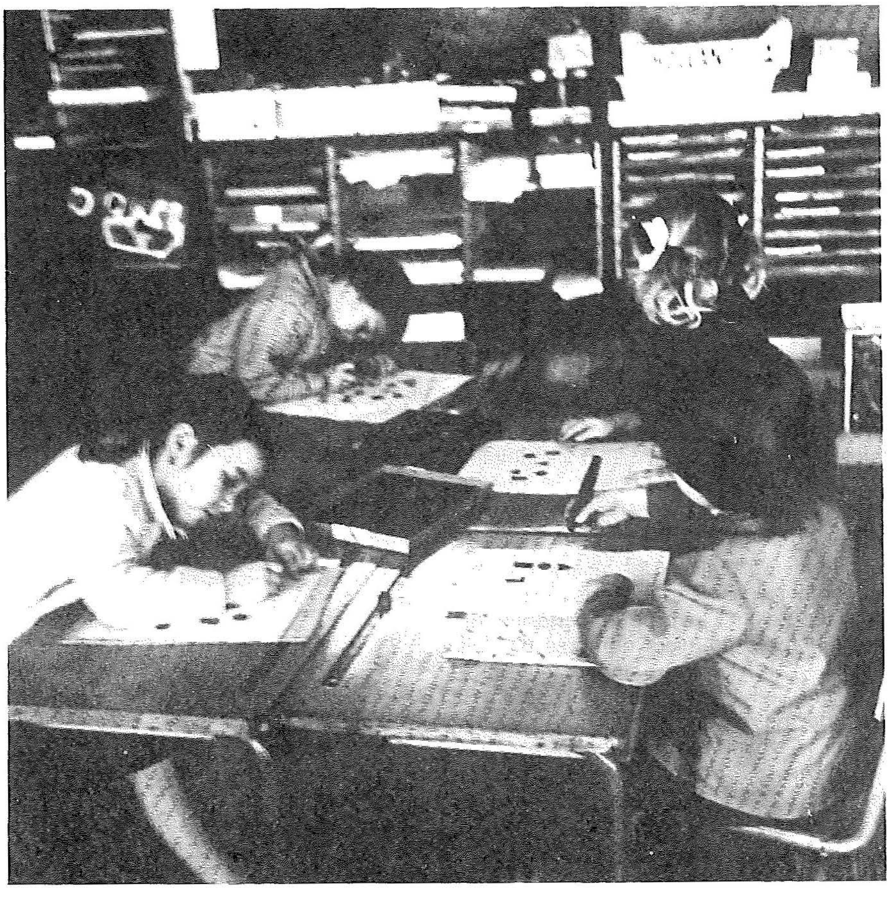
A quoi pensait Robin quand il a écrit 10 o + 10 B + 10 m. Il pensait bien à quelque chose qu'il voyait intuitivement dans son ensemble, ou bien il n'avait qu'un maillon de la chaîne.

Qu'importe, puisque la classe lui permet d'obtenir un développement de sa pensée.

Puisque j'étudie ici l'accrochage d'une notion, je précise que, moi, le maître, je n'avais pas d'idée préconçue, je ne savais pas du tout où nous pouvions arriver.

Ici, évidemment, j'ai aidé volontairement et involontairement à préciser l'idée.

J'ai pu le faire parce que je savais ce que c'était la mise en facteur commun. Mais il y a certainement beaucoup de choses auxquelles je ne puis penser parce que je n'en suis pas informé. Alors, je sens qu'il



faut que je m'informe. Je n'étudie pas, non, car je n'ai pas besoin d'être informé de beaucoup de choses. La connaissance vraie ne vient que de la pratique. Et, comme c'est d'une connaissance pédagogique que j'ai besoin, la pratique pédagogique me suffit bien. Mais je suis placé dans des conditions un peu spéciales. En effet, j'accepterais avec joie de faire ce que l'on me dirait de faire. Mais jusqu'ici, personne n'a voulu me dire ce qu'il fallait faire. Alors, je suis contraint de passer au quatrième moyen de la connaissance : la découverte.

C'est le bon côté des nouvelles mathématiques. Dans ces domaines, le maître est presque aussi inculte que ses élèves et cette humilité obligatoire lui permet d'être à leur niveau et de mieux les sentir. Le maître s'intègre donc au groupe : il est de plain-pied avec ses élèves. Il est le copain qui sait à peine un peu plus et non le professeur qui est à cent lieues de ses élèves, seul dans sa toute sapience. Le maître est un élément de l'équipe de recherche. Son rôle, c'est de chercher et de chercher encore des informations pour l'équipe. Afin que l'on ait toujours de nouveaux domaines à explorer.

Car la série des quatre moyens de la connaissance : lire (s'informer) — voir — faire — découvrir serait incomplète si elle ne débouchait pas, après la découverte, sur une reprise de l'information (pour recommencer le cycle).

Je crois qu'il faudrait aux maîtres une sorte de SVP pédagogique que l'on pourrait consulter à tout moment. Cela peut se constituer facilement sur le plan local (camarades professeurs, fils étudiants, collègues avertis). Et puis, nous allons avoir la rubrique de Pellissier, des brochures, des livres de la CEL et d'ailleurs.

Je voudrais dire un dernier mot du jeu de mots : « facteur des PTT » et « facteur de ». Il nous a fait rire ; donc, nous avons éprouvé un sentiment. Et c'est cette émotion qui permet de mieux fixer les souvenirs.

Après une année d'expériences, je me rends compte que, à chaque fois que nous avons donné sa place à la fantaisie, à l'inattendu, à l'insolite même, la référence a été mieux établie ; elle se plaçait dans le passé comme un îlot visible auquel on pouvait facilement revenir. Tout est licite, valable, raisonnable qui permet l'accrochage affectif. Mais lorsque c'est la joie qui est à la base, on retrouve la référence avec plus de plaisir et on est poussé en avant par ce souvenir heureux. Il faut, à tout prix, que des références de tous ordres : affectives, spatiales, événementielles, poétiques, artistiques, musicales, etc. s'établissent.

A mon avis, le travail au CE1, ce n'est pas de faire acquérir définitivement des connaissances, mais de mettre en place de multiples têtes de pont solides d'où l'on pourra partir ou repartir pour de nouveaux agrandissements du domaine royal.

Et maintenant, je reprends mon journal de bord.

LE NEUTRE DANS L'ADDITION ET LA SOUSTRACTION

Je ne parvenais pas à m'expliquer pourquoi le *1* et le *0* présentaient tant d'attraits pour les enfants.

Une émission de télé « Chantiers mathématiques » m'a éclairé lorsqu'elle m'a permis de comprendre ce que c'était que le *neutre*.

Le neutre dans l'addition et la soustraction, c'est zéro : il ne change rien aux résultats. Les enfants aiment beaucoup les égalités de ce genre :

10 000 — 0 = 10 000

300 — 0 = 300   0 + 0 = 0

7 + 0 = 7

1 000 000 000 + 0 = 1 000 000 000

↾ + ⊠ = ↾   ⌂ + ⊠ = ⌂

INVERSES OU SYMÉTRIQUES OU OPPOSÉS

Je crois que c'est Jacques qui a eu l'idée des paquets de zéros qui ne modifient en rien les résultats.

Exemple :

10 + 10 — 10 + 10 — 10 + 10 — 10 = 10

On s'est souvenu des parenthèses et on a isolé les paquets de zéro.

10 + (10 — 10) + (10 — 10) + (10 — 10) = 10.

Voici d'autres exemples :

1 — 1 + 1 — 1 + 1 — 1 + 1 = 1

18 — 8 + 8 = 18

q — q + q — q + q — q = 0

R — R + R — R + R — R + R = R

Vecteurs et coordonnées

Ayant déjà obtenu des certitudes sur la possibilité d'une pédagogie de la création au CE1, je voulais acquérir d'autres certitudes sur le niveau de compréhension des enfants. Et j'étais prêt à examiner l'attitude des enfants devant certaines structures qui n'étaient pas habituellement de leur niveau.

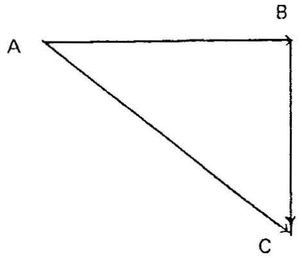
Mais pour les vecteurs, je n'ai pas eu d'effort à faire. En effet, les dessins de mes enfants représentent souvent des westerns. Et les flèches y volent de toutes parts.

J'ai dit : « On pourrait ne dessiner que les flèches, que l'on pourrait appeler vecteurs ».

Voici la première création de Pierrick.

CONSTATATIONS

Ils sont tous horizontaux, sauf un.
Ils ne sont pas de la même longueur.
Mais voici de Patrice



$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$ c'est faux du point de vue de la longueur mais

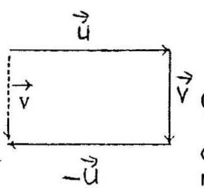
$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$
c'est juste du point de vue du déplacement.

$\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}$ (vecteur nul)

$\vec{0} + \vec{u} = \vec{u}$ $\qquad$ $\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$

Pierrick a dit $\vec{0}$ est un neutre, il ne change rien.

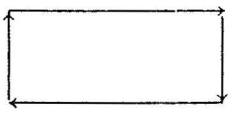
Michel dit :



« Et si on faisait ça, qu'est-ce que ça ferait ?
— Ça ferait une addition de vecteurs, ça ferait $\vec{v}$

Mais alors si on faisait le tour, ça ferait zéro ?
— Mais oui, ça ferait vecteur nul. »

Qu'est-ce que cela fait ?



Michel dit : $\vec{u} + \vec{v}$

« Oui, et plus quoi encore ? »

Pierrick répond $+ (-\vec{u})$ et l'autre c'est $-\vec{v}$.

Alors on a

$\vec{u} + \vec{v} + (-\vec{u}) + (-\vec{v})$

Jacques dit : il y a des opposés : on peut faire des paquets de zéro.

$\vec{u} + (-\vec{u}) + \vec{v} + (-\vec{v}) = \vec{0}$ (vecteur nul)

Aussitôt Patrice s'écrie :

« Eh bien ! on a fait ça à Morlaix. On cherchait la gare, on passait par quatre rues et on se retrouvait au même point. On avait fait vecteur nul (toujours le rappel de la vie). »

Mais Michel veut en savoir plus long, il dit :

« Si on fait deux tours ça fait encore 0 ? »

Mais oui

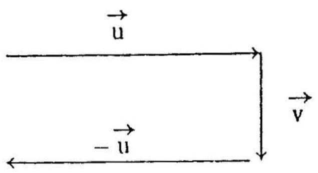
$\vec{u} + \vec{v} - \vec{u} - \vec{v} + \vec{u} + \vec{v} - \vec{u} - \vec{v} = \vec{0}$

et $\overrightarrow{2(u + v} - \vec{u} - \vec{v}) = \vec{0}$

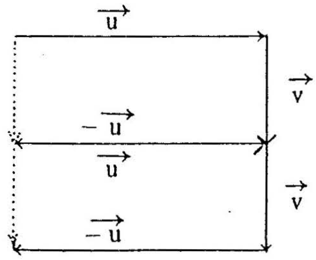
Et 3 tours $= \vec{0}$ et 4 tours $= \vec{0}$

et 1 000 tours $= \vec{0}$

« Et deux fois comme j'avais demandé ? »



Ça fait quoi ? Voyons



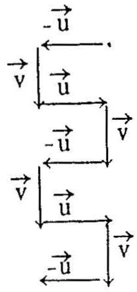
Ça fait $2\vec{v}$

« Moi, je le savais sans le dessin dit Pierrick à cause des paquets de zéro. »

$(\vec{u} - \vec{u})$

$\vec{u} + \vec{v} - \vec{u} + \vec{u} + \vec{v} - \vec{u} = 2\vec{v}$

— Ah ! bon et ça ?



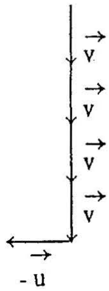
Pierrick dit :

« Il y a des opposés. »
Et Jacques dit :
— Cela fait...

$4\vec{v} + 2\vec{u} - 3\vec{u}$

$= 4\vec{v} - \vec{u}$

On aurait pu faire seulement



On aurait gagné du temps. »

Mais Rémi dit :

« On aurait pu commencer par $-\vec{u}$, on serait arrivé au même point. »

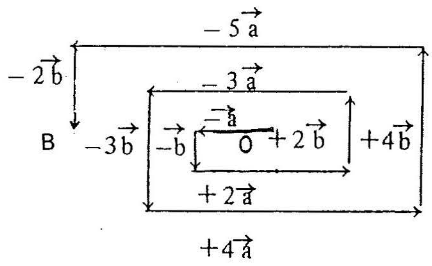
On peut vérifier dans la classe.

« Oui, l'addition des vecteurs est commutative » :

$4\vec{v} - \vec{u} = \vec{u} + 4\vec{v}$

Mais Michel, décidément passionné de vecteurs, dit :

« Et maintenant, avec ça, qu'est-ce que ça donne ? »



$-\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{a} + 4\vec{b} - 5\vec{a} - 2\vec{b} = -3\vec{a}$

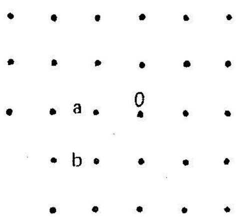
Discussion. Tout ce chemin pour $-3\vec{a}$.

Ce n'était pas la peine !

Nous vérifions dans la classe et nous voyons que Daniel qui va du point 0 au point B a fait au total le même déplacement que moi qui tourne autour des tables de la classe.

En regardant sur le livre de Papy, je propose de remplacer les tables par des points.

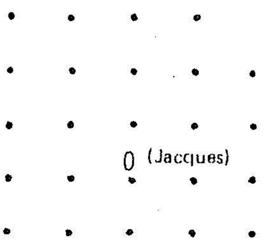
Voici ce que ça donne :



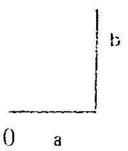
C'est le départ de toute notre expérience des coordonnées cartésiennes en prenant les tables comme points et non plus les coordonnées au tableau comme nous l'avons fait l'année passée.

Et le point origine c'est la table de Jacques du CP.

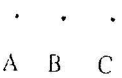
Et nous pouvons dessiner les tables de chacun au tableau



Et chacun peut chercher ses coordonnées en cherchant ses *a* et ses *b*



Mais puisque je parlais de vecteurs, j'en viens à la relation de Chasles.
Je passe sur les tâtonnements, les découvertes, bref sur tout le cheminement qui nous a permis d'arriver si près de la « Relation de Chasles » que je me suis dit : « Et pourquoi pas ? »
Voici trois points



Mais pour comprendre la suite, il faut que je vous dise que j'avais rapporté à la classe une critique de mon fils Hervé. Il m'avait dit :

« Tu ne vas pas me faire croire que quand quelqu'un veut aller de A à B il s'amuse à passer par C. »

Patrice s'exclame :

« C'est vous qui avez raison, Monsieur. Ainsi, l'autre jour, ma mère voulait acheter une crêpière à la quincaillerie. Mais elle était distraite : elle est arrivée à la pharmacie, elle a dit : « Qu'est-ce que je fais là ? Il faut que je revienne en arrière. »

Ainsi pour aller d'un point à un autre, il y a deux routes : la route directe et la route distraite. Donc trois points.

A B C

Et six animaux (deux à chaque point).

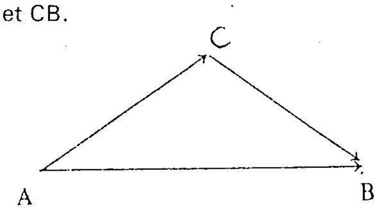
		DIRECT	DISTRAIT
Nous partons de A	Souris va en C	$\vec{AC}$	$= \vec{AB} + \vec{BC}$
	Hérisson va en B	$\vec{AB}$	$= \vec{AC} + \vec{CB}$
Nous partons de B	Tortue va en C	$\vec{BC}$	$= \vec{BA} + \vec{AC}$
	Ours va en A	$\vec{BA}$	$= \vec{BC} + \vec{CA}$
Nous partons de C	Renard va en B	$\vec{CB}$	$= \vec{CA} + \vec{AB}$
	Poule va en A	$\vec{CA}$	$= \vec{CB} + \vec{BA}$

« Oh ! Monsieur, pour la route distraite, au milieu, il y a toujours la même lettre. Pourquoi ? »

Nous avons cherché et nous avons compris que pour aller d'un point à un autre, on peut y aller directement.

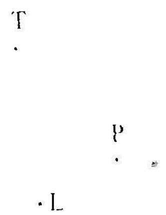
Si on passe par un troisième point, la tête du premier vecteur devient le pied du deuxième vecteur. Et l'on a

AC et CB.



Philippe (CP) dit :
« Moi, mon père est chauffeur de car. Il fait Trégastel-Lannion en passant par Perros. Mais, quelquefois, il va directement de Lannion à Trégastel. »

Examinons :



(De Lannion, il y a aussi Trégastel direct et Perros-Guirec direct Hi ! hi ! hi !)

$\vec{LT} = \vec{LP} + \vec{PT}$

Vous voyez comme les enfants cherchent toujours à réinvestir dans le réel ce qui a été construit dans l'imaginaire.

MULTIPLICATION

Abordons maintenant une question de pédagogie épineuse que je n'ai pas non plus entièrement résolue et que je vous soumets pour que vous m'éclairiez.

A mon avis 4 × 7 peut se lire de deux façons : 4 fois 7 ou 4 multiplié par 7. Dans le premier cas c'est le multiplicateur qui apparaît en premier, dans le second cas c'est le multiplicande.

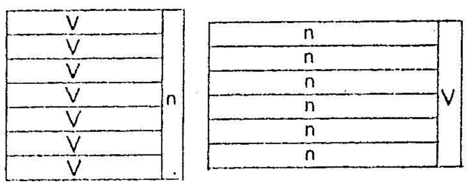
Or, l'habitude actuelle c'est d'écrire pour 4 tas de 7 choux chacun 7 × 4.

Pour les enfants, il y a une difficulté d'ordre psychologique. En effet, ils traduisent l'opération × par le mot « fois ». - Et c'est bien commode de dire 4 fois 7 choux. Et ce serait bien commode de pouvoir écrire aussi 4 × 7 de gauche à droite comme on écrit les mots. A mon avis, on devrait permettre cette écriture aux enfants. Mais conjointement, il faudrait associer à cela la notion d'opérateur qui s'exprime par 7 × 4.

Et pour bien faire, il faudrait arriver là aussi à une telle habitude des deux formes que les enfants pourraient employer indifféremment l'une pour l'autre.

Moi, j'ai voulu introduire dans ma classe la notion d'opérateur que je crois avoir saisie dans un livre de maths. Aux camarades mieux informés de me dire si je me trompe.

Un jour, Jacques du CP, avait bâti ceci qui est remarquable.



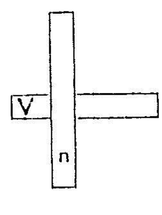
V X n n X V

Cela se lit V opéré par n et n opéré par V.

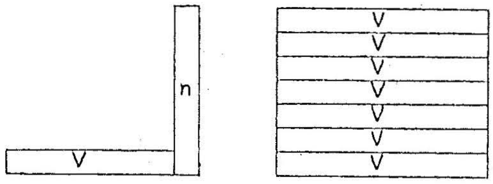
(6 × 7) (7 × 6)

Dans le premier cas (6 × 7) on pose d'abord le 6, c'est la matière première sur laquelle on va opérer une transformation, cette transformation étant (× 7).

Cette notion d'opérateur m'a semblé importante et utile. Aussi j'ai fait un effort intellectuel considérable. Jugez-en. En effet, voici comment j'ai présenté la chose.



Le noir donne un coup sur la tête du vert pour l'endormir. Et pendant qu'il dort, il lui fait une farce. Il lui met des copains dans sa chambre, puis il se sauve.



Cette façon de présenter les choses vous paraîtra peu sérieuse et peu digne d'un éducateur conscient de ses responsabilités et de la gravité de sa mission.

Et si, psychologiquement, c'était juste ?

Et ça m'en a tout l'air parce qu'on a bien ri, pour ne pas dire rigolé. Et on s'en est souvenu. Les enfants n'ont-ils pas tous les jours, sous les yeux, des westerns, dont ils se délivrent en stimulant, à merveille, l'évanouissement qui suit les coups sur la tête. Et ne vaut-il pas mieux qu'ils se hâtent d'en rire.

En superposant les 7 réglettes vertes et les 6 réglettes noires, nous avons vu que

$6 \times 7 = 7 \times 6$.

Jusqu'à présent, il y avait une seule façon sacro-sainte d'exprimer, par exemple le prix de 178 objets à 6 c l'un. C'était

6 c × 178.

Mais pour faire l'opération, on posait :

$$\begin{array}{r} 178 \\ \times\ 6 \end{array}$$

C'était reconnaître la commutativité de la multiplication. Pourquoi ne pas la reconnaître dans le texte. 178 fois 6 (178×6) ou 6 opéré par 178 (6×178), n'est-ce pas la même chose ? De toute façon, y a-t-il là de quoi lever les bras au ciel et s'arracher les cheveux qui nous restent ? Ne vaudrait-il pas mieux réserver nos agacements et nos trépignements pour des choses qui en valent la peine ? Cependant, poser d'abord le nombre à opérer, puis l'opérateur qui transforme, cela semble logique.

(C'est aussi le calendrier (février) qui nous a permis de voir que 4×7 et 7×4 sont deux aspects complémentaires d'une même réalité.)

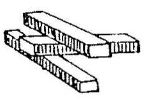
Puissances et racines

PUISSANCES

Les enfants opérant 7 par 4 (noir par rose) 6 par 8, etc. en arrivent naturellement à opérer 4 par 4 (rose par rose) 5 par 5, etc. et même 4 par 4 par 4 c'est-à-dire $4 \times 4 \times 4$ que l'on écrit 4^3.

Pour cela, on met les réglettes en croix.

Et on peut monter ainsi des tours de plusieurs étages ; de 10 étages, par exemple avec le 2, ce qui fait 2^{10}.



2^{10} est facile à calculer parce qu'on le trouve dans la vie et que c'est une comptine familière :

2 et 2 = 4, 4 et 4 = 8, 8 et 8 = 16, etc.
$2^{10} = 1\,024$.

Avec les puissances de 10, c'est facile également puisque 10^2 c'est 100, 10^3 c'est 1 000, 10^6 c'est un million, 10^9 un milliard. (Ce million, ce milliard qui plaisent tant aux enfants.)

Pour les puissances de 10, ils ne seront pas longs à trouver le truc. Il suffit d'écrire autant de zéros que l'exposant en indique.

$10^6 = 1\,000\,000$
$10^5 = 100\,000$
$10^4 = 10\,000$
$10^3 = 1\,000$
$10^2 = 100$
$10^1 = 10$
$10^0 = 1$

Ces derniers résultats $10^1 = 10$ et $10^0 = 1$ obtenus par un savant « decrescendo » sont très importants. Nous aurons l'occasion de les retrouver dans les numérations non-décimales et à l'occasion de l'étude de la numération de position.

Les enfants ont joué avec beaucoup de plaisir à ce nouveau jeu des puissances. C'était agréable parce qu'il y avait le support des réglettes et les tours d'une seule couleur que l'on pouvait monter avec les mains.

On pourrait peut-être se passer des réglettes pour parler des puissances, ne serait-ce qu'avec les billets et les pièces de monnaie, ou avec le système décimal. Mais il faut reconnaître que les réglettes permettent une bonne implantation des racines et des puissances.

Mais Pierrick, lui, se passait de réglettes. Et si Rémi a été le spécialiste de la symétrie, Christian le spécialiste du calcul numérique, Pierrick de l'associativité, Michel de la table de 9, Pierrick s'est remontré à l'occasion des puissances. Ce qui montre avec ce dernier garçon que chaque enfant pourrait se constituer une personnalité mathématique originale en triant dans le monde des maths, les éléments qui lui conviennent plus spécifiquement. Et à partir de ces éléments bien adaptés, bien assimilés, il pourrait construire un savoir solide et bien à lui, qu'il n'aurait qu'à laisser fructifier dans un climat favorable.

Voici les puissances qui au CE1 sont revenues le plus souvent :

$2^1\ 2^2\ 2^3\ 2^4\ 2^5\ 2^6\ 2^7\ 2^8\ 2^9\ 2^{10}$
$3^1\ 3^2\ 3^3\ 3^4$
$4^1\ 4^2\ 4^3$
$5^1\ 5^2\ 5^3 \qquad 6^2\ 7^2\ 8^2\ 9^2$
$10^1\ 10^2\ 10^3\ 10^4\ 10^5\ 10^6\ 10^7\ 10^8\ 10^9$

Bien sûr, et je tiens à le souligner parce que cela a été une caractéristique de notre expérience de mathématiques libres, les puissances n'ont duré qu'un temps. Et il en a été ainsi pour toute chose.

Parfois, la classe s'intéressait à une seule chose. Et il semblait qu'elle n'en sortirait jamais plus. J'acceptais, parce que je voulais vraiment jouer le jeu. Mais soudain, l'un des élèves s'embarquait sur une autre voie. Je le signalais à la classe parce que c'était cela mon rôle.

Mais quand elle n'avait pas suffisamment fait le tour de ce qu'elle venait de découvrir, elle ignorait la nouvelle piste. Cependant, parfois, quand elle en avait assez de tourner en rond sur un même sujet, elle profitait de la découverte d'une nouvelle piste pour prendre la tangente.

Mais certains enfants s'écartaient momentanément du groupe pour reprendre des créations laissées en plan, soit parce que, à ce moment, il y avait eu pléthore de découvertes et on n'avait pas eu le temps de les bien contempler ; soit, pour reprendre un thème de recherche et en pousser un peu plus avant le développement ; soit, enfin, parce qu'en prolongeant un thème, on pouvait déboucher, par une simple dérivation, sur quelque chose de neuf et de très intéressant.

Mais, direz-vous, laisser ainsi les enfants au gré de leur inspiration, est-ce que ce n'est pas leur faire courir les risques d'un papillonnement stérile ? Soyez tranquille — et cela a été pour moi la découverte essentielle — il y a toujours des reprises, des recoupements, des ordres successifs qui donnent de tous sujets une connaissance profonde.

RACINES

Cela pourrait étonner. Mais c'est l'opération inverse des puissances.

Puissance, selon Cuisenaire, c'est le nombre d'étages de la tour d'une couleur donnée.

Racine, c'est la couleur de la tour.

Quand on connaît la valeur numérique totale et l'exposant (la hauteur de la tour), on peut trouver la couleur

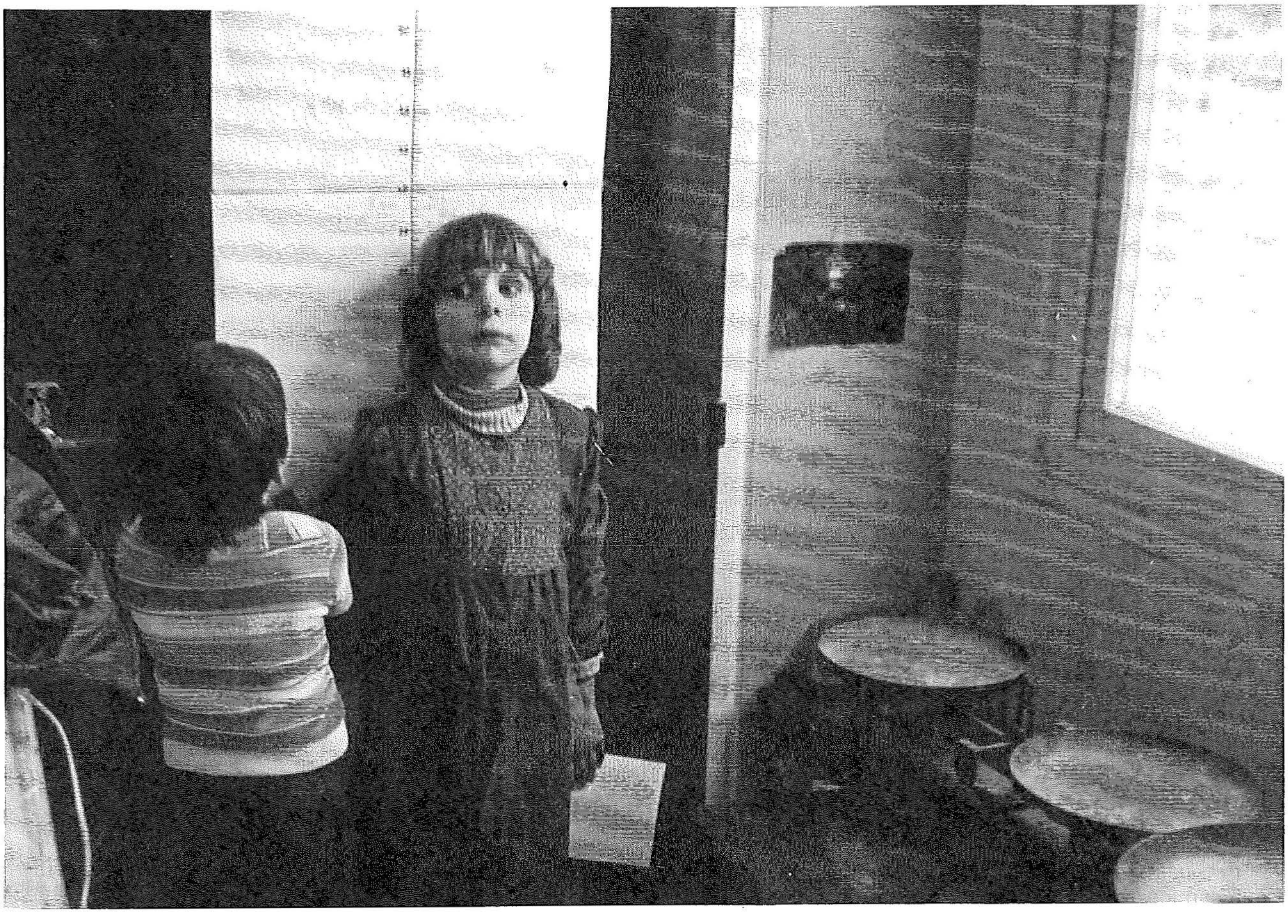
$$\sqrt[3]{27}$$

C'est une tour de trois étages dont on connaît la hauteur mais dont on ne connaît pas la couleur (verte c'est-à-dire : 3).

Je dois signaler que nous avons moins exploré les racines que les puissances. Il ne s'agit pas au CE1 d'apprendre, de posséder ces notions, mais simplement de les avoir abordées une fois au moins, c'est-à-dire d'avoir fixé un crochet dans l'esprit. De cette façon, toutes les puissances et racines à venir dans la vie sauront où s'accrocher parce qu'il y aura une place pour elles.

Elles sauront se suspendre toutes seules au crochet installé. Elles iront d'elles-mêmes se mettre en place sans que celui qui est chargé de la répartition des connaissances ait à se fatiguer.

Il me semble que pour la saisie des racines, le tâtonnement aurait été plus long



que pour les puissances. Mais nous ne sommes pas allés au bout du tâtonnement. Nous n'avons fait que passer devant au début décembre à cause du Cuisenaire. Mais, au milieu de février, nous avons retrouvé puissances et racines quand nous avons eu affaire aux aires de carrés (petit rectangle de Serge de Buzet).

Et cette fois-ci, ce n'était pas artificiel, ça venait de la vie et seulement de la vie et des créations des enfants qui s'étaient mis à quadriller leurs carnets de recherches de maths.

On pourrait poser comme principe de toujours partir de la vie et seulement de la vie. Mais attendre que la vie offre concrètement toutes les possibilités, c'est poser le principe que rien ne peut se faire qu'à partir du concret.

Mais je pense, avec Bachelard, que ce n'est pas un bon principe. Pour être créatrice, la pensée doit être libre de jouer comme elle veut. Puis, elle investit ses découvertes dans le réel, ce qui la confirme dans la bonne opinion justifiée qu'elle a d'elle-même.

Alors, après avoir joué artificellement avec 10^0, 10^1, 10^2, etc. elle est heureuse de découvrir, dans la vie, le système décimal.

10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
		1	9	8	7

C'étaient donc quelques extraits de la brochure du CE1. Il n'y manque à peu près que l'exploration des droites $y = x$, $y = -x$, $y = ax + 2$ qui s'étaient imposées à partir de l'examen de l'emplacement des tables de la classe. Au CE2, nous avons exploré les :

— tiercés :
si $a + b = c$ alors $c - b = a$ et $c - a = b$
et si $a \times b = c$ alors $c : b = a$ et $c : a = b$
— combinatoire
— pesées
— permutations
— mesures de longueurs
— quadrillages : calcul d'aires, limite inférieure, limite supérieure, encadrement
— capacités
— opérations
— équations du 1er degré
— système binaire. Programme
— arbre dichotomique
— sous-ensembles complémentaires
— cartes de Karnaught
— formule générale de l'addition
— puissances
— puissances négatives de 2
— nombres avec virgule en système binaire
— etc.

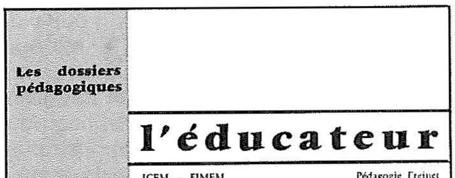
Tout ce qui précède témoigne d'une intense activité mathématique au CE1 et au CE2. Je ne la présente pas à titre de modèle.

C'est ce que nous avions fait ces deux années-là. Malheureusement, je n'ai pu poursuivre l'expérience parce que j'ai quitté l'enseignement primaire. Savoir ce que ça aurait pu donner ? Est-ce que nous aurions dû nous contenter du calcul vivant ? Aurions-nous pu accéder régulièrement aux mathématiques ?

Et maintenant, les enfants sont-ils encore les mêmes ? Ont-ils encore les mêmes capacités de concentration ? Il semble que oui d'après ce que les camarades réalisent actuellement dans leur classe. On est tout ouïe, on assimile tout quand il s'agit de travailler sur sa propre chose à soi, sur sa création. Avec cette méthode naturelle de mathématiques, on réintroduit le sujet dans son apprentissage.

Cela fait cinquante ans que Freinet nous a montré la voie. Reprenons le flambeau et enflammons définitivement la vasque.

Paul LE BOHEC



Créations mathématiques

Je fais math tous les jours avec une demi-classe. J'ai cette année vingt-deux élèves de cours élémentaire deuxième année. Ils sont obligés de présenter une création deux fois par semaine. Chaque enfant possède un carnet sur lequel il écrit ses créations. Les enfants me remettent leur carnet le soir pour que je puisse préparer le tableau.

En début d'année, je donne comme consigne : inventer une création mathématique, une histoire avec des chiffres ou des dessins. Au début, certains enfants sont perplexes mais je ne manque pas de relever dans la classe tout ce qui peut être des maths pour donner des idées à ceux qui n'en ont pas : nombre d'élèves qui restent à la cantine, nombre de filles et de garçons, courbe des âges, comptes de coopérative, tableau à construire avec des lignes à dessiner et à mesurer, observation de dessins géométriques... Tout parle math autour de nous.

Pendant les séances de créations mathématiques, nous travaillons sur les inventions des enfants, nous étudions ensemble les situations mathématiques proposées par les enfants et écrites au tableau.

Nous étudions à chaque séance une dizaine de créations. Le temps consacré à chacune d'elles est variable, très court ou très long. Parfois des créations sont regroupées pour être traitées en même temps. Mais il est important pour l'auteur que sa création soit étudiée même par quelques mots.

Si je travaille avec une demi-classe, c'est pour une raison d'effectif, un groupe de dix, douze, c'est bien. Mais je me suis aperçue que le système avait un autre avantage. Les enfants qui ne travaillent pas avec moi lèvent souvent le nez pour suivre avec attention une démonstration ou une explication d'un enfant du groupe de la création. S'il écoute, c'est que le problème traité l'intéresse. Il est observateur, mais un observateur actif. Il est aussi en situation d'apprentissage. Et c'est très souvent que je retrouve par exemple dans le groupe 2 une création qui est la suite d'une création du groupe 1. Pendant les séances de math, un dialogue très riche s'engage, chacun voulant aller plus loin et apporter à son tour de l'eau au moulin. Les enfants écrivent sur leur cahier (livre de vie) ce qu'ils cherchent ou vont au tableau expliquer ce qu'ils ont trouvé. Ils agissent en parlant, écrivant ou expliquant ce qu'ils ont compris ou non. Et c'est dans ces moments-là que je peux savoir où chacun en est, ce que chacun a compris ou non et je peux aussi agir en aidant à surmonter la difficulté, moi ou un autre élève d'ailleurs.

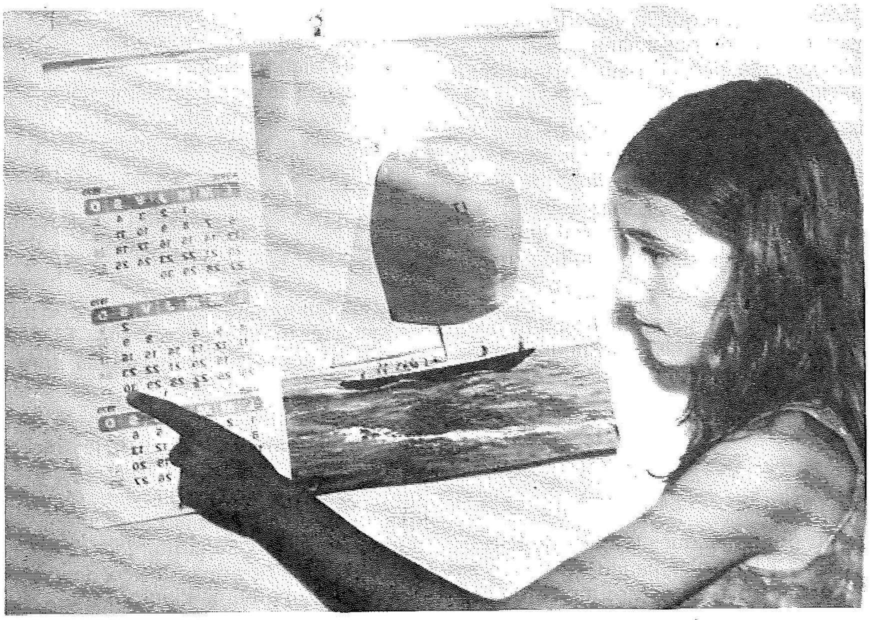
Les créations mathématiques suivent des « modes ». Ainsi, tout le premier trimestre, nous avons fait des courses... Mais les créations sont suffisamment variées pour que toutes les notions de math figurant au programme de l'école élémentaire soient abordées sans que j'aie besoin d'impulser quoi que ce soit. Depuis le début de l'année, nous avons vu entre autres : lecture de grands nombres, classement et décomposition de nombres, technique de l'addition, de la soustraction, de la multiplication, résolution de situations utilisant ces opérations, différentes écritures d'un nombre, notion de multiple, propriétés des figures géométriques régulières, pesées. Nous avons aussi manipulé tous les instruments de géométrie. Le programme du CE2 sera couvert dans l'année et même dépassé pour certains élèves.

Après chaque séance, je recopie sur le panneau mural les créations qui ont apporté quelque chose de nouveau. Les enfants se servent parfois de ce panneau d'affichage pour inventer de nouvelles créations. C'est la mémoire de la classe. Après cette méthode naturelle de mathématiques, l'enfant réinvente les concepts mathématiques ; c'est pourquoi nous parlons de « création mathématique ». La proposition d'un élève n'est souvent qu'un maillon dans le processus de la création collective. Sa création ne devient réelle que lorsque le groupe l'a reprise à son compte pour construire le concept, élaborer une règle.

Voici maintenant quelques remarques plutôt positives sur ces séances de création mathématique :

Les séances de création mathématique améliorent, enrichissent :

— l'échange entre les enfants : apprendre à écouter l'autre ;
— l'observation d'un écrit : bien voir l'ensemble des nombres, par exemple, pour trouver ceux que l'on va associer pour compter plus vite ;
— la lecture d'un écrit : savoir lire l'ensemble de l'histoire pour en comprendre le sens et non s'attacher uniquement aux nombres ;
— le développement de l'esprit critique : l'enfant cherche la faille ou l'explication ; les enfants apprennent à ne plus se contenter d'une affirmation et cherchent (ils suivent là mon exemple) le prolongement qui contredit l'affirmation, la renforce, ou la dépasse ;
— l'entraide : l'enfant explique l'erreur à l'autre ;
— la création : il bâtit sur le travail de l'autre, soit en changeant les nombres, soit en changeant l'histoire tout en conservant les nombres, soit en allant plus



loin. L'enfant qui reprend la création d'un autre pour la reconstruire ou la faire évoluer prouve aux autres et à lui-même qu'il a compris, qu'il domine le problème ;
— les connaissances : une situation mathématique reprise évolue. L'enfant fait don de ce qu'il a compris. Moi, également, j'apporte mon savoir. Chaque semaine, nous étudions de trente à quarante créations, ce qui peut paraître trop. Mais chaque enfant a, à un moment donné, plus ou moins long, une ou plusieurs difficultés mathématiques à résoudre. Son exprit s'éveillera donc au moment où l'on abordera ce qui le préoccupe. Je pense qu'il faut multiplier au maximum les situations mathématiques pour que chacun puisse à un moment ou à un autre trouver une solution à son problème ;
— l'expression : au fur et à mesure des séances, chaque enfant se libère, s'exprime, se débloque, « casse les moules » des automatismes et arrive à formuler le cheminement de sa pensée, de sa démarche.

Cela fait maintenant plus d'un an que je pratique cette méthode naturelle de math dans ma classe et une chose est sûre : JE ME RÉGALE ET LES ENFANTS AUSSI. Alors, je continue...

Monique QUERTIER
Mars 1987

(Document annexe : compte rendu d'une séance de math dans ma classe.)

Compte rendu de la séance de math du 9 mars 1987

Nathalie :
100-1000-200-2000-300-3000-400-4000-500-5000-6799-3001.
Trouve les deux intrus et range du plus petit au plus grand.

Les deux intrus sont 6799 et 3001. Ils ne sont pas multiples de 10 : ils ne se terminent pas par 0.
100-200-300-400-500
× 10
1000-2000-3000-4000-5000

Kamel :

Nous décomposons 400 avec des « × ».

20 × 20 2 × 200 1 × 400

5 × 80 8 × 50 4 × 100 40 × 10

David :

Dessine un cercle de 30 cm de diamètre.

— Au tableau, deux cercles : un de 30 cm et un de 60 cm de diamètre.
— L'écartement du compas c'est le rayon du cercle. C'est la moitié du diamètre. d = 2r.

Karine :
Dessine un rectangle de 50 cm.

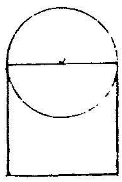
— Les enfants dessinent au tableau plusieurs rectangles. Ils ont tous la même longueur mais des largeurs différentes.
— Elle aurait dû donner deux mesures.
— J'introduis alors les noms : longueur et largeur.

Daniel :
J'ai 400 F et je dépense 40 F. Combien me reste-t-il ?

— Il lui reste 360 F.
— 400 = 40 × 10.

Hacine :
Dessiner un cercle et un carré de 10 cm.

• Il aurait dû dire un cercle de 10 cm de diamètre et un carré de 10 cm de côté.
• Nous prenons règle, compas et équerre et nous dessinons :



• Je voulais que le cercle soit dans le carré.
• Il faut trouver alors le milieu du carré.
• Après tâtonnement, les enfants tracent les médianes du carré et trouvent ainsi le centre du cercle à tracer. Nous le traçons et merveille, il est inscrit dans le carré de 10 cm de côté (fig. 1). Ils ont ensuite envie de prolonger la figure en traçant des cercles dont les centres sont les sommets du carré et les milieux des côtés (fig. 2).
• On pourrait effacer ce qui déborde du carré. Alors, je propose de refaire une figure en traçant seulement ce que l'on veut avoir. On élabore donc la règle de construction :
Faire le carré, trouver les milieux des côtés, marquer le centre du carré (médianes), tracer le cercle central et les 8 arcs de cercle (fig. 3).
• Chacun fait la figure finale sur son cahier.
(J'emploie évidemment le vocabulaire juste que les enfants ne connaissent pas mais dont ils s'imprègnent.)

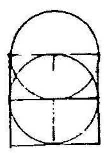


fig. 1

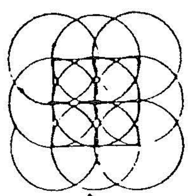


fig. 2

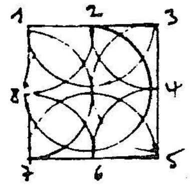


fig. 3

Farizha :
J'ai 300 F. J'achète une robe 100 F, une montre 200 F. Combien me reste-t-il ?

— Il lui reste 0 F.
— C'est drôle : 100 200 300.
— Je ne peux pas m'empêcher de continuer la liste : 100 200 300 500 800 1300...
— On additionne les deux derniers pour trouver le suivant. (J'avais déjà proposé cette suite mais elle était restée sans suite...).

Laetitia :
Chercher l'intrus 5 10 25 15 100 95 34 54 64 42.

— C'est 5 et 100 qui ont un ou trois chiffres alors que les autres en ont deux.
— Il y a des multiples de 4 : 34 54 64 (pas de réaction...).
— Je dis : multiple de 4 parce que c'est 4 fois quelque chose : 34 = 4 × ... 54 = 4 × ... 64 = 4 × 16. Seul 64 est multiple de 4.
— Il y a des multiples de 5 : 5 10 25 15.
— C'est facile, ils sont dans la table des 5 : 0 5 10 15 20 25 30 35 40...
— Pour trouver les multiples de 4, on « n'a qu'à » les chercher dans la table des 4 : 0 4 8 12 16...

Jean-Mark :
... 90 ... ... 80 ... ... 50 ...

89 90 91 79 80 81 49 50 51
+ 2 + 2 + 2

Ateliers de recherche en mathématiques en classe d'adaptation

Il faut dire que la façon de travailler proposée par Paul Le Bohec est assez tentante et promet des résultats séduisants. C'est une méthode que je trouve parallèle à celle que beaucoup de classes utilisent à partir des textes libres, et elle met à jour le secteur communément ignoré de la recherche en mathématiques pratiquée par des enfants.

J'avais remarqué que beaucoup d'enfants en échec en math étaient à même, faisant des courses pour eux ou pour leur famille, de réaliser mentalement des opérations complexes qui, demandées en classe par le maître au moyen d'un « problème », les auraient fait échouer. D'où l'idée que beaucoup d'échecs en math proviennent ou s'installent dans une perception erronée du travail scolaire : ce que demande le maître est forcément difficile, artificiel, et ne sert qu'à l'école, pour l'école... Il est vrai que dans beaucoup de cas tout est fait pour ne pas contredire ce point de vue.

C'est pourquoi j'ai pensé que lancer des ateliers de recherche libre en mathématiques pourrait être une façon de remettre ces enfants sur la voie naturelle du plaisir et de la réussite en mathématiques.

LE DÉMARRAGE

Je prends depuis décembre des enfants qui ont des problèmes en math. Il y a un groupe de trois CE2, et un autre de cinq CM1. Au départ, une consigne que je répète parfois en début de séance : « Vous allez inventer des choses en mathématiques. Vous pouvez vous servir de chiffres, de lignes, ou de tout autre chose. Lorsque vous serez prêts, vous pourrez écrire votre recherche au tableau, puis nous les observerons toutes collectivement. » Je distribue des feuilles de papier quadrillé et des crayons.

Au début, ça n'a pas été facile, surtout pour deux filles de CM1, très timorées, qui gardaient leur feuille blanche. Mais, dès la première séance, elles ont quand même eu quelque chose à montrer et à discuter. Les garçons, plus frimeurs, sont restés dans les limites du raisonnable en ne proposant que des choses qu'ils connaissaient ou croyaient connaître.

C'est un des points positifs de cette technique, d'amener les enfants à travailler sur un niveau ni trop facile, ce qui serait vite remarqué par les autres, ni trop difficile à leurs yeux.

Au fil des séances, nous avons vu des enfants se rassurer en travaillant sur ce qu'ils connaissaient, puis parfois proposer des travaux similaires à ce qu'on leur avait proposé en classe peu avant. Mais ces travaux qui auraient pu paraître banals nous ont permis le plus souvent des réflexions intéressantes.

Des remarques sur un problème qu'un enfant trouvait mal rédigé, souhaitant retrouver la formulation conventionnelle exigée par la maîtresse, nous ont permis de voir que dans la vie courante, la situation proposée, une liste de courses avec des prix, ne justifiait pas une solution rédigée. Avons-nous touché là du doigt une des causes de leur échec, l'irréalité et le conformisme des solutions scolaires ?

Quoi de plus banal que des séries d'opérations, mais nous avons vu tout de suite l'écart qu'il y avait entre un enfant prenant toute sa place au tableau, écrivant largement, et un autre, à l'écriture toute petite, limitant sa trace à quelques lignes et quelques décimètres carrés...

Toujours à propos d'opérations, nous avons repéré les chiffres mal écrits ou mal placés, donc les sources d'erreurs et les techniques de calcul erronées ou trop lentes.

Nous avons brisé le scandale des soustractions qui ont un nombre supérieur trop petit en pensant à chaque fois ou l'on n'a pas eu assez de sous pour payer... Nous avons frôlé les nombres négatifs. (Quelle horreur, c'est pas au programme...)

Bref, plein de choses passionnantes, mais sortirons-nous de l'échec ? Comme dit Mme X. : « D'accord, il sait compter tout ça de tête, mais comment je peux le voir moi, s'il n'a pas triché ? Il faut bien qu'il la pose, son opération. »
Ce qui est remarquable, c'est de voir ces enfants en échec discuter ferme sur le travail de leur copain, défendre leur point de vue, et en redemander.

DES PROBLÈMES

Cependant, tout n'a pas été facile. Il a fallu lutter contre les moqueries des espiègles, ramener les dispersés, et puis dans une classe Freinet, il y a tellement de choses tentantes qui traînent un peu sur toutes les tables (l'imprimerie, par exemple...) que les décrochages sont faciles.

J'ai touché le problème de la mémoire des activités : les feuilles volantes distribuées s'égarent, se mélangent et il est difficile d'y faire référence pour un travail suivi ou une observation. Aussi j'ai été amené à donner à chacun un cahier de recherche. Fin mars, le cahier est toujours utilisé, mais il semble qu'on tourne en rond, des enfants disent que c'est toujours pareil, d'autres le montrent par leur comportement.

Ne serai-je pas amené à leur fournir d'autres pistes de recherches, pour réorienter leur travail ; ou l'aiguillage s'actionnera-t-il de lui-même lorsque les thèmes actuels auront été épuisés ? Sont-ils déjà épuisés ou bien faut-il attendre qu'une maturation se fasse et que les enfants réorientent d'eux-mêmes leurs recherches ? Dans une classe normale le nombre d'enfants permettrait un brassage d'idées plus important et la présence d'enfants qui ne sont pas en échec devrait être stimulante.
Si malgré ça, on est à court d'idées, les échanges en math avec les correspondants peuvent relancer la machine.

Dans les groupes de recherche d'une classe d'adaptation, rien de semblable. Si le besoin d'un apport extérieur se fait sentir, j'essayerai de présenter non des propositions personnelles qui risquent d'être rejetées, mais des créations d'autres enfants trouvées dans le groupe de recherche « math » ou parues dans *L'Éducateur.*

Des moments difficiles...

Vendredi 20 mars, le groupe de trois CE2 arrive comme d'habitude. C. et S. sont très agressives et s'envoient pique sur pique. H. ne veut rien mettre au tableau. Les trois ont oublié leur cahier.

Ils travaillent sur feuilles. H. et S. se réfugient dans les mêmes exercices que d'habitude. Je leur dis que pour apprendre à nager, il faut lâcher le bord. C., puis H., et enfin S. écrivent leur travail au tableau, mais j'ai beaucoup de mal à les rassembler ensuite autour de la table. Quand j'y parviens, ils se disputent, se déchirent leurs feuilles. Aucun travail collectif n'est possible ce jour-là.

A L'HEURE DES « CONTRÔLES »

Actuellement (31 mars), j'obtiens des résultats contradictoires à ceux que j'attendais : dans le groupe de trois CE2, deux enfants ont maintenant rejoint largement la moyenne de leur classe. Je n'obtiens pas de résultats aussi marqués dans le groupe de CM1 pourtant plus nombreux (sept). Moi qui pensais que ça marchait mieux avec des groupes plus nombreux... Et s'il était tout simplement plus difficile de récupérer les CM1 à cause de leur passé d'échec plus important ? Et toute autre hypothèse n'est pas à écarter.

Autre résultat contradictoire : un enfant que je comptais sortir du groupe à cause de son attitude agitée, perturbant le groupe CM1, montrant peu d'intérêt pour l'activité, progresse en fait (d'après le maître de la classe d'origine) beaucoup plus qu'une camarade plus discrète. Là aussi toutes interprétations sont possibles et la situation est évolutive...

LA PART DU MAÎTRE

Bien sûr, je pars de leurs remarques sur le travail présenté, mais je fais souvent part de mes remarques personnelles, soit que je sente le besoin de compléter leur observation, soit pour lancer une discussion sur un travail qui, au départ, ne suscite pas de remarque.

Jusqu'où faut-il aller ? Comment montrer à chacun que sa recherche personnelle est intéressante, mais l'absence de remarques ne signifie-t-elle pas à l'enfant qu'il ferait bien de changer de sujet ?

Enfin, j'ai observé que souvent les enfants cherchent les erreurs commises par leurs camarades. Si j'interviens, c'est aussi pour leur montrer que ce n'est pas le seul champ d'investigation et que ce qui est proposé est aussi le point de départ de pistes de recherche.

Le dernier problème posé en CM1 se présentait ainsi :

« Papa va au marché. Il achète 1 kilo de pommes 10 F 50, et une montre à 35 F 40. Il donne 50 F. Combien on lui rendra ? »

Suivait une réponse correcte tant du point de vue de la forme couramment exigée dans une classe, que de celui du raisonnement ou des techniques opératoires. Je me suis permis de demander au groupe où ce papa avait vraiment fait ses achats. Nous avons alors vu qu'il s'agissait plutôt d'un supermarché que d'un marché. Au marché, on n'aurait pas tout payé à la même personne. Il s'en est suivi une discussion pour comparer deux sortes de problèmes. Ceux posés par l'école et ceux de la vie quotidienne. Ici, pour coller à la réalité d'un porte-monnaie, il aurait fallu deux soustractions successives et non une addition puis une soustraction. Par la même occasion, j'ai pu constater que beaucoup d'enfants qui parlent de marché pensent supermarché...

Ce type de démarche en mathématiques a amené cette remarque d'une maîtresse : *« Je suis même d'accord pour qu'avec eux, tu fasses des maths à partir de bricolage ou de cuisine. »*

Moi, j'appelle ça du calcul vivant, mais pourquoi ne fait-elle pas ainsi dans sa classe ?
Ce n'est pas réservé au soutien, en classe d'adaptation.. ?

Rémi JACQUET

Des recherches en perfectionnement

Proposition de Stéphane :

J'ai voulu acheter un jeu de saute-grenouille qui coûtait 120 F et un jeu de souris Mako qui coûtait 89 F.
J'avais 50 F.

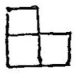
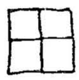
Nos réponses :
Il ne peut pas acheter de jeu :
Pour la souris :
89 F > 50 F ou 50 F < 89 F
Pour la grenouille :
120 F > 50 F ou 50 F < 120 F

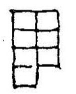
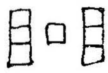
Autre proposition :
Il lui manque 39 F pour la souris. Il lui manque 70 F pour la grenouille.
Les opérations sont faites par quelques-uns.)

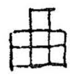
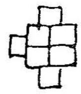
Autre idée : les deux jeux coûtent ensemble : 120 + 89 = 209 (⟶ 209 F).
Il lui manque : de 50 F à 209 F ⟶ 159 F.
(Résultat trouvé par tâtonnements et par opérations.)

Yann :
8 + 7 = 15.
Idée de Stéphane :
8 + 8 = 16 (− 1)
7 + 7 = 14 (+ 1)

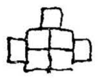
Stéphane :

 +  =

Idée de Stéphane :  ou 

ou autre idée :  ou 

Si on retourne, ça devient un robot :



Drissa :

2 + 2 = 4
20 + 20 = 40
100 + 100 = 200

Stéphane b. ⟶ 40 − 20 = 20

(On a cherché d'autres suites.)

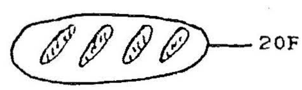
Djamel :

J'achète 4 pains qui coûtent 20 F en tout, et 2 croissants à 7 F l'un.

On cherche des questions :
Y a-t-il assez ?
Combien y a-t-il ?
Combien doit-il payer ?
Les pains : 20 F ; les croissants : 7 + 7 = 14 F ; 20 + 7 + 7 = 34 F.

Autre proposition : On pourrait aussi chercher combien coûte un pain :

Par intuition
5 + 5 + 5 + 5

Je propose 

Après les vacances de février, parce que les problèmes se limitaient à des additions-soustractions, j'ai demandé des inventions plus précises. D'où par exemple des recherches sur les nombres :

Yann

156 - 126 - 122 - 165 - 145 - 129.
Proposition de rangement du plus petit au plus grand et du plus grand au plus petit.
Autres remarques :
3 nombres ont 5.
3 nombres ont 2 aux dizaines.
Deux 5 sont des unités.

Nathalie :

122 - 123 - 128 - 134 - 1255
On laisse 1255. On cherche pour continuer :
122 - 123 - 128 - 134
+ 5 + 6

Difficile de continuer jusqu'à 1255 (pour cette raison, on le laisse).

On a pu continuer :
122 - 123 - 128 - 134 - 141 - 149 - 158 - 168
+ 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10

On a pensé aussi :
122 - 123 - ...
− 5 − 6

Je polycopie les recherches et chaque enfant peut les consulter dans son cahier personnel.
Pas d'affichage en classe.
Parallèlement, nous faisons beaucoup de comptes car nous vendons de la pâtisserie.

Arlette PHILIS

Construction d'un savoir acquis ensemble

GENÈSE

J'aime les maths, je suis une matheuse abstraite. Ce que j'aime, ce sont les raisonnements purs, le plaisir de jouer avec les concepts, de manipuler l'abstraction, d'élaborer des stratégies.
Alors, en CP ou en CE1, 2 et 2 = 4, on s'en lasse.

Vinrent Paul Le Bohec et les mathématiques naturelles, un mini-stage organisé un week-end par le mouvement Freinet 93 et me voilà partie.

Des maths oui, toujours les mêmes, mais autrement. Finis les progressions arbitraires, les livres du maître et les exercices savamment concoctés par les maîtres d'élites et les inspecteurs pédagogues, on se lance dans la « création ».
J'arrive un matin en classe et, à la sacro-sainte heure de maths, je lance un : « Création mathématique ! » à la classe entière.
Et tous de « créer ». On écrit au tableau, on réfléchit, on discute. Ça leur plaît... J'organise.

Tout le monde ensemble, c'est trop. On fait deux groupes de douze, totalement arbitrairement. Un groupe travaille avec moi un jour sur deux, l'autre groupe fait des fiches de travail individuel ; je m'arrange pour que les fiches suivent les intérêts du moment. Ce sont des fiches d'entraînement, de remise en mémoire, de recherche... On a deux cahiers : un pour le groupe qui travaille avec moi où l'on écrit ses créations mathématiques et sur lequel on travaille pendant la séance, un autre, sur lequel on rédige les fiches. (Ces deux cahiers sont couplés avec le français : textes libres et fiches de français.)
Groupe 1 : lundi et jeudi, groupe 2 : mardi et vendredi.

Nous traitons environ six créations à chaque séance, ce qui permet à chaque enfant d'avoir une proposition étudiée dans la semaine.

ÉVOLUTION

Nous avions derrière nous, six semaines de mathématiques « scolaires » et aussi un an de CP en maths traditionnelles, des habitudes, des schémas de pensée.

Au début, les enfants proposent des exercices directement tirés des notions que nous avions abordées précédemment. Nous avions travaillé sur les tableaux à double entrée. Pendant près de deux mois, le tableau noir s'est couvert de tableaux à toutes les séances. Mais quel foisonnement ! Loin de s'en tenir à la lecture de tableau classique, ils ont commencé à additionner en ligne, en colonne, en diagonale, à mélanger lettres et chiffres, à donner des valeurs aux symboles, aux couleurs ; les tableaux débordaient de tous les côtés, on y trouvait les relations les plus inattendues. On circulait en tous sens dans les tableaux, en se donnant des règles du jeu, des méthodes et les nombres n'avaient qu'à bien se tenir.

Cinq mois plus tard, nous avons toujours des tableaux, mais on y additionne, multiplie, soustrait, sans complexe, les nombres les plus divers.

Parallèlement, s'est développée la numération. Les nombres ne sont jamais assez longs. Si on sait additionner des nombres de deux chiffres, pourquoi pas des nombres de cinq, sept, huit, onze chiffres et plus. C'est tout pareil.

On a réinventé la méthode des colonnes : les retenues passent dans la colonne précédente et le tour est joué. On peut même compter des nombres qu'on ne sait pas lire. Fabuleux.

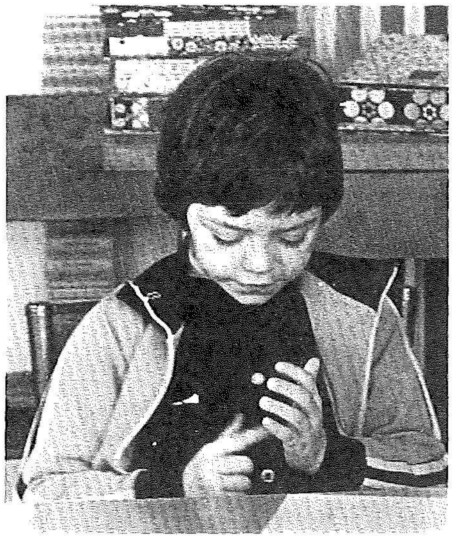
Quelques redoublants fantaisistes qui ont des souvenirs nous aiguillent vers la multiplication et la soustraction. Nous traitons en ce moment, parallèlement, multiplication et soustraction. Tous les jours, nous travaillons sur les relations entre la multiplication et l'addition, et aussi, par rapport à la soustraction, sur le problème du zéro et de l'« impossibilité » de retrancher un nombre plus grand d'un plus petit. On sait qu'il « en manque ». J'ai déjà parlé de quelque chose. J'attends.

ANALYSE

Ce qui est frappant, c'est qu'à présent on réclame l'heure de maths. Pas question d'y couper, plus de flottement. J'annonce « groupe 1 » ou « groupe 2 » et toute la classe s'organise (changement de place, cahier nécessaire, créations au tableau). L'autre groupe travaille à ses fiches et les miens proposent, discutent, rêvent parfois ou s'interrogent, mais progressent.

Rien à faire que d'attendre et réfléchir ensemble. Certains enfants reviennent inlassablement sur les mêmes exercices, d'autres proposent des horreurs qu'on ne pourra résoudre qu'en terminale.

Sur une proposition, chacun peut intervenir. Les créations les plus anodines permettent la plus grande liberté. Chacun a sa solution, sa vision des choses. On montre, on explique.



J'interviens aussi pour reprendre une explication mal formulée où susciter des questions, pour mettre en forme aussi des idées en l'air, ou simplement dire comment ça s'appelle.

Je donne le nom des choses. Opération, addition, multiplication, code, nombre pair, etc. Après, on sait de quoi on parle, ça aide ! On crée des automatismes, mais ce sont les nôtres. On apprend à regarder, à interroger.

Chacun peut proposer à son niveau. Tout le monde ne comprend pas tout, mais chacun intègre sa petite parcelle de compréhension et pourra s'en resservir par la suite. Bien sûr, certains avancent plus vite que d'autres mais tous construisent.

En me relisant, je me demande si j'ai été très claire. J'ai plus essayé d'exprimer un climat que de faire une description objective. Ce que je veux dire, c'est que cette façon de travailler ouvre davantage sur la construction pas à pas d'un savoir acquis ensemble et non pas plaqué, imposé par le maître tout puissant.

C'est une relation, une réflexion bâtie au jour le jour, faite de redites, de répétitions, de découvertes infimes ou essentielles mais surtout vivantes et vécues dans le plaisir.

On peut se dire que les maths c'est marrant, difficile ou fascinant et chacun maître et enfants, y croit et y adhère

Et surtout, surtout, on a envie de continuer

Catherine LEBON

Des maths ? Oui, mais en maternelle...

Ça se passe en grande section à Épinay-sur-Seine. La classe fonctionne en classe coopérative et en ateliers permanents : lecture, écriture, graphisme, peinture, bricolage, correspondance, bibliothèque, jeux, imprimerie, et... mathématiques.

Parlons donc du coin mathématiques, puisque tel est le sujet de ce dossier.

J'ai commencé par y installer les blocs logiques ASCO qu'on trouve dans toutes les écoles et dont peu de personnes se servent. J'avais remarqué depuis longtemps que les enfants s'en servaient, eux, pour fabriquer des maisons, des voitures, des amoncellements divers. J'ai pensé : *Et si tout le monde en profitait, de ces trouvailles ?*

Alors, j'ai commencé à demander aux enfants des traces écrites — dessinées — de ce qu'ils avaient trouvé. Et puis ça s'est enrichi naturellement, dans le sens où les enfants ont voulu présenter leurs propres trouvailles aux autres. D'où échanges sur l'utilisation des différentes formes, sur leur représentation. Un exemple d'évolution : au début, après avoir terminé la création sur la table, ils essayaient de reproduire le tout sur une feuille libre, puis très vite, ils ont directement créé leur figure sur la feuille, pour pouvoir aussitôt en tracer le contour avec les formes.

Puis, j'ai proposé de noircir les surfaces, de manière à ne plus voir qu'un silhouette. Nous avions en quelque sorte fabriqué notre TANGRAM.

Ce nouvel aspect du jeu initial, avec les formes, a motivé certains à fabriquer des problèmes pour la classe : je les ai mis sous fiches plastifiées, ils sont accessibles à tous et enrichis régulièrement.

Nous les échangeons également avec les correspondants à qui les enfants ont envoyé leurs premiers problèmes.

Dans le coin mathématiques, il y a aussi BIG TRACK. J'ai profité d'une semaine où ma collègue de la classe d'adaptation prenait dans sa classe la moitié de la mienne, pour l'introduire. Avec un petit groupe, c'est plus facile. On a commencé dans le préau, où moi, j'étais BIG TRACK : il fallait me « programmer » pour me faire atteindre un endroit, choisi auparavant.

Avance un petit peu... Non, pas tant... Recule, maintenant ! va par là... stop !... Je mettais une mauvaise foi évidente à atteindre mon but, ne choisissant jamais la même unité de pas. De plus, je ne comprenais que quelques mots... Des enfants ont eu l'idée d'utiliser les dalles du préau : ***Avance de trois carreaux... tourne par là et avance de six carreaux...*** Puis, nous avons refait la même chose par groupes de deux : un derrière l'autre : c'était plus facile pour la droite et la gauche, car c'était ***la même que le copain de devant.***

Le passage à la machine s'est fait facilement. Les instructions pour tourner ont été découvertes par les enfants.

J'ai observé une gamine chercher l'instruction nécessaire pour faire tourner l'appareil à 90° (→15 pour le BIG TRACK). Elle a essayé successivement toutes les valeurs, à partir de 1, et elle a trouvé : →17. En effet, BIG TRACK réagit différemment selon le revêtement de sol.

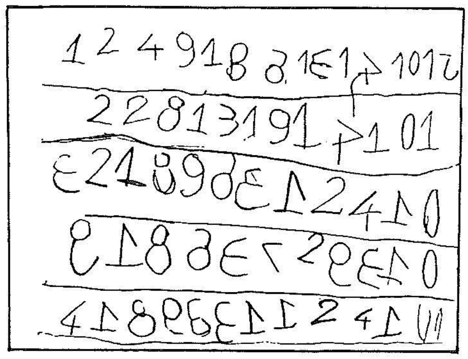
Comme pour le jeu avec les formes, je demande aux enfants une trace écrite de leurs recherches. Ainsi, nous avons maintenant tout un jeu d'instructions pour déplacer la machine.

Et enfin, il y a « les cahiers de numéros ». Ce sont mes collègues, Monique et Catherine, qui m'en ont donné l'idée, lors de notre dernière réunion. C'est donc tout nouveau, et j'en communique les premières remarques : j'ai donné un petit cahier à chacun en demandant d'écrire des numéros, de faire « ce qu'on veut avec ».

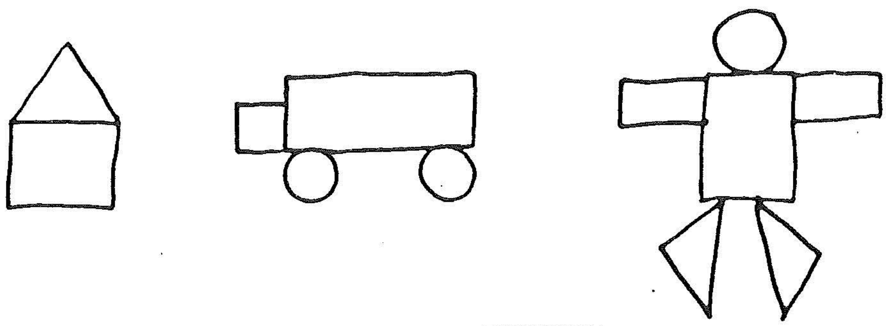
Voici deux créations d'enfants : à suivre...

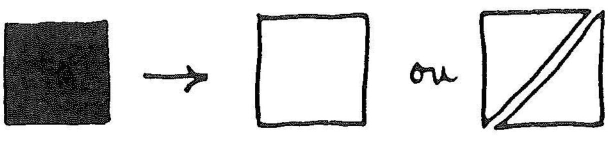
2 4 6 8 10 12 | 1 2 3 4 5 6
1416
20 MARS 1987

Aurélia :
« J'ai compté de 2 en 2. »
Moi : « Est-ce que tu pourrais continuer. »
A. : « J'ai écrit 1416, après je ne sais pas. »



Frédéric (pendant qu'il écrit) dit à son copain : « Eh ben, moi, quand on montrera mon cahier, les autres verront que j'ai pas écrit de 7... »





Philip LAVIS
École maternelle Presles-sud
7, rue de la Justice
93800 Épinay-sur-Seine

Pour en savoir plus sur la création mathématique

Les enfants posent problèmes

Contrairement à ce qu'on pourrait croire, la création mathématique n'est pas n'importe quoi. Les problèmes posés ne sont ni trop faciles, ni insolubles, mais prennent en compte les difficultés propres à chaque enfant du point de vue mathématique. C'est comme ça qu'ils abordent des notions pas acquises, fragiles, à découvrir. Il y a même des enfants qui proposent obstinément la même situation jusqu'à ce qu'ils en aient trouvé la solution. Dès lors, ils passent à autre chose. L'accumulation des propositions de la classe permet à chacun de s'investir sur le problème de son choix, en travaillant à son niveau : chacun crée sa démarche. D'autre part, on s'aperçoit qu'une notion n'est jamais abandonnée tout à fait alors que d'autres sont déjà introduites. C'est par des propositions individuelles que le groupe avance et c'est le groupe qui fait avancer individuellement chaque enfant. C'est en quelque sorte, une **démarche collective individuelle.**

Cause toujours, tu m'intéresses !

Eh oui : si les enfants reprennent aisément les propositions de leurs copains, aux nôtres, par contre, ils accordent un intérêt poli et passent à la suite, c'est-à-dire à autre chose.

Oui ! mais comment t'as fait ? T'as copié ?

L'école traditionnelle met en place des schémas à reproduire sous prétexte de méthodes à acquérir, juge l'enfant plus sur la manière d'écrire, de présenter un problème que sur son résultat, alors que ce qui est formateur, c'est de réfléchir et non pas de reproduire.

D'abord, c'est pas de ton âge ! (pour les psy)

CP et CE1 : âge des manipulations,
11-12 ans : âge de l'abstraction. (Piaget)
Nous avons observé des enfants devant des situations très abstraites, résoudre les problèmes sans manipulation de petit matériel. Il y a bien des fois, en effet, où un simple dessin sur le cahier suffit. Et quand il y a manipulation, au cours de nos séances, elle est toujours au service d'une difficulté, d'un problème à résoudre ; ce qui l'oppose à la manipulation de démonstration.

Dans chacune de nos classes, les notions abordées au premier trimestre ont été différentes :
Maternelle : organisation de l'espace.
CE1 : jeux sur les nombres ayant trait à la numération et aux techniques opératoires.
CE2 : problèmes de la vie courante, les courses.

Nous nous sommes posés la question de savoir si cela correspond, soit à un passé scolaire, soit à des stades de développement de l'enfant, soit à ce qu'induit, inconsciemment ou non, l'instituteur.

Et puis, c'est pas au programme ! (pour les pédagos)

Les enfants vont plus loin que le programme officiel.
Ils n'ont pas de limites, les nombres non plus.
Les enfants en difficulté peuvent retourner aux sources pour réassurer leurs connaissances ou se rassurer, en travaillant sur des notions nettement au-dessous du programme de leur classe.

Conclusion

On a essayé de poser des questions. Il est évident qu'à ce stade de notre pratique en mathématiques « naturelles », qu'on peut qualifier de balbutiements, on ne peut parler de conclusions définitives.
C'est difficile de mesurer la quantité de connaissances acquises et tout ce qui se passe de passionnant et de positif dans une séance. Ce qu'on sait, c'est que l'enfant est acteur et moteur de son processus d'apprentissage.
Et puis, on a envie de continuer.

Ce dossier est un nouveau coup d'envoi. Nous publierons bientôt de riches développements de cette partie dans ICEMATH (abonnement 50 F). S'adresser à :

Roger BEAUMONT
Pollionnay
69320 Craponne

Responsable du chantier : *Domique RAMILLON - Collège - Rue de Nancy - 93800 Épinay-sur-Seine.*

Bibliographie

- *Les dossiers pédagogiques* n° 56-57-58 : « Mathématique libre au CE2 » - PEMF.
- *Pour une mathématique populaire* - Edmond Lèmery - Casterman.
- *Le nouvel esprit scientifique* - Bachelard - PUF.
- *La connaissance de la connaissance* - Edgar Morin - Seuil.

Déjà parus

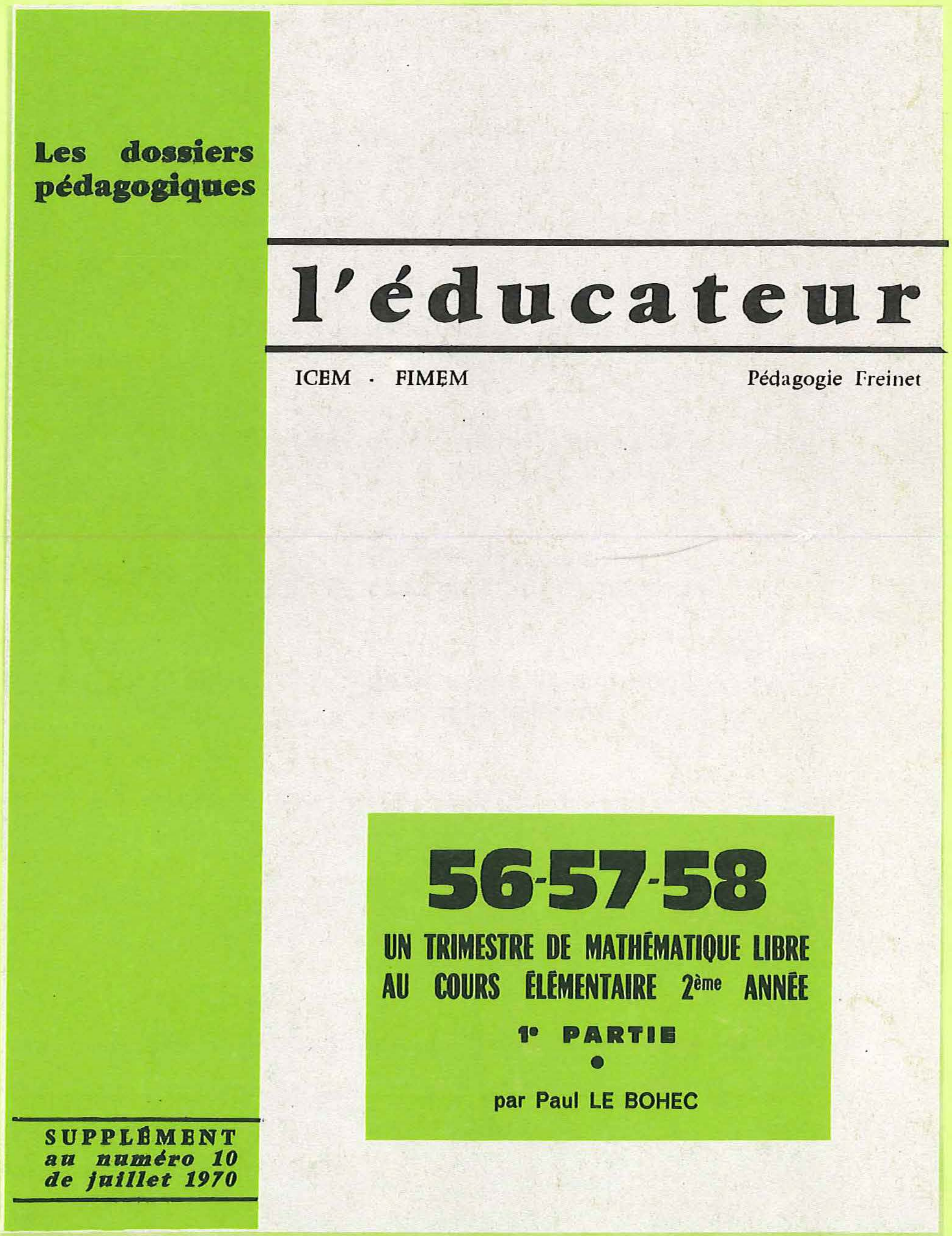
L'ÉDUCATEUR • Revue pédagogique de l'I.C.E.M. (Institut coopératif de l'Ecole moderne - pédagogie Freinet) éditée, imprimée et diffusée par les PUBLICATIONS DE L'ÉCOLE MODERNE FRANÇAISE. Société anonyme - R.C.S. Cannes B 339.033.334 - A.P.E. 5120 - Siège social : 24/26, avenue des Arlucs, 06150 Cannes La Bocca (France) • *Directeur de la Publication :* Pierre Guérin - *Responsable de la Rédaction :* Monique Ribis - *Coordination du chantier :* Jacques Querry - *Comité de Direction :* Pierre Guérin : Président-Directeur Général ; Maurice Berteloot, Maurice Menusan, Robert Poitrenaud : administrateurs • Administration - Rédaction - Abonnements : P.E.M.F. - B.P. 109 - 06322 Cannes La Bocca Cedex • N° C.P.P.A.P. : 53280 • Tirage : 3 200.

Une pédagogie adaptée
vivante
ouverte
avec les ÉDITIONS P.E.M.F.

MATHÉMATIQUE LIBRE. A lire pour en savoir plus :

DOSSIER PÉDAGOGIQUE DE L'ÉDUCATEUR N° 56-57-58

Un trimestre de mathématique libre au cours élémentaire deuxième année
par Paul Le Bohec (réf. 7562)



Les dossiers pédagogiques

l'éducateur

ICEM · FIMEM — Pédagogie Freinet

56-57-58

UN TRIMESTRE DE MATHÉMATIQUE LIBRE AU COURS ÉLÉMENTAIRE 2ème ANNÉE

1e PARTIE

par Paul LE BOHEC

SUPPLÉMENT au numéro 10 de juillet 1970

A commander à **PEMF** - BP 109 - 06322 Cannes La Bocca Cedex
Joindre **obligatoirement** un chèque de 23,20 F (19,50 F + 3,70 F de port) à l'ordre de **PEMF** (pour un numéro - tarif 87-88)