Quelques principes de base

A) Mettre en place des situations-problèmes en les élaborant avec les enfants permet de donner sens au travail en mathématiques

– permet la compréhension de la situation de recherche prototypique qui sert de cadre d'élaboration du concept mathématique à construire.

Cela suppose :

– la recherche de données pertinentes,

– des représentations de la situation,

– la compréhension de la signification des questions (niveau sémantique).

– permet la compréhension du problème mathématique construit à partir de la situation empirique.

Ces deux aspects (sémantique et mathématique) mettent en tension la recherche d'un équilibre entre la construction de la situation et de ses variantes par les enfants et les apports de l'enseignant. La réflexion sur la situation, ce qu'on cherche, comment on procède (prise de décision) est indispensable pour articuler ces deux contributions. Il faut à la fois que les enfants puissent investir des savoirs et savoir-faire antérieurement acquis pour traiter la situation recherche mais il faut également que celle-ci pose problème. L'émergence de cet **« entre-deux »** (Michel Serres - *Le Tiers-Instruit*) où l'on sait ce que l'on cherche tout en ne le maîtrisant pas, où l'on intuitionne l'**« outil-concept »** manquant, sans en avoir découvert tous les aspects, est un moment clef pour l'articulation entre les représentations propres au sujet et la logique propre au domaine de référence.

Ainsi notre démarche a-t-elle pour objectif l'élaboration par les enfants d'une problématique mathématique articulée autour d'expériences mathématiques. Ces expériences en pensée se traduisent par l'élaboration d'écrits multiples, nommés doublement (chaque situation prototypique a un nom, chaque variation donnant lieu à échange est signée du prénom de son auteur), qui vont être à la base d'un travail classique d'induction permettant de dégager des invariants.

Le développement de cette démarche permet donc :

a) de construire des concepts mathématiques

soit pour un concept donné :

– des représentations symboliques associées au concept ;

– la classe des problèmes où le concept est opératoire ;

– les outils qui permettent la conceptualisation de ce concept (théorèmes, techniques algorithmiques, etc...) ;

– une expression minimale de la définition de la notion mathématique elle-même. (ex : la notion de nombre premier)

b) de développer des compétences méthodologiques

– interpréter une situation problème,

– mobiliser un schéma de résolution,

– mobiliser des procédures de vérification qui permettront plus tard la mise en place d'une réflexion épistémologique,

– produire des écrits qui explicitent les étapes de la résolution et utilisent des représentations symboliques (signes, expressions, schémas...),

– construire une problématique-cadre permettant l'élaboration d'une recherche sur un concept mathématique,

– construire des règles et théorèmes.

c) d'élaborer par leur mise en oeuvre les grands types de raisonnement

– le raisonnement inductif

– le raisonnement déductif

– le raisonnement analogique.

B) Faire des mathématiques en s'interrogeant sur leur spécificité. Parvenir à une compréhension du domaine des mathématiques

Lors des confrontations, la comparaison des procédures puis des résultats obtenus après sélection d'une procédure unique engage les enfants à douter de l'ensemble des résultats. La vérification de chaque calcul et la validation de chaque procédure s'avèrent alors nécessaires. La justification de cette activité longue est toujours référée aux exigences propres aux domaines des mathématiques. Comme le dit Fabien (CM2) lors d'un entretien de fin d'année : ***« les mathématiques c'est pas de la magie ».***

De fait, il nous faut affirmer que de la maternelle à l'université, explicitement ou implicitement, l'enseignement des mathématiques transmet aux apprenants des représentations du domaine mathématique. Cette épistémologie implicite véhiculée par l'enseignement n'est pas toujours judicieuse. Elle s'avère souvent un obstacle à la progression de l'apprentissage (***cf. travaux de Marc Legrand.*** **La crise de l'enseignement, un problème de qualité.** ***1989. Aléas Editeur.***)

Nous estimons donc indispensable d'introduire une réflexion épistémologique :

– autour des problèmes de validité des raisonnements permettant d'introduire l'idée de démonstration ;

– autour des problèmes du statut ontologique des objets mathématiques sans nous engager, bien évidemment, dans le débat entre les conceptions formalistes, réalistes (ou platoniciennes) ou empiristes dont la complexité excède les capacités de pensée des enfants ; nous provoquons, quand nécessaire, une interrogation sur l'idéalité des objets mathématiques. Les nombres et les figures géométriques n'existent pas factuellement. Ce sont des constructions intellectuelles inventées par les hommes.

Nous pensons que quelques éléments issus de l'histoire des mathématiques nous seraient utiles. Mais nous ne l'avons pas expérimenté.

Deux autres événements nous ont permis de donner un ancrage plus systématique à cette réflexion :

– il s'agit d'abord de la rencontre des enfants avec un chercheur en mathématique fondamentale du CNRS ;

– il s'agit ensuite d'un entretien de type clinique réalisé en fin d'année auprès des enfants du CM2. Deux questions ont orienté les échanges au sein de groupes restreints : comment fonctionne une recherche en mathématiques ? Qu'est-ce qui caractérise les mathématiques par rapport à d'autres domaines (géographie, histoire, grammaire, etc.)

Le choix d'introduire une réflexion épistémologique provient de la conjonction de plusieurs sources. On donnera, dans un inventaire qui pourrait être long, une place particulière au modèle d'apprentissage proposé par ***Bateson*** (**Vers une Ecologie de l'Esprit.** ***Tome I et II.Le Seuil. 1977-1980).***

« Au cours d'une simple expérience d'apprentissage (ou de toute autre expérience), un organisme, et en particulier l'être humain, acquiert une grande variété d'informations. Il apprend quelque chose sur l'odeur du laboratoire, sur les modèles de comportement de l'expérimentateur, sur ses propres capacités à apprendre, et sur ce que l'on éprouve lorsque l'on a « raison » ou lorsque l'on a « tort » ; il apprend aussi des choses « justes » et des choses « fausses »...

... Si par la suite, il est soumis à une autre expérience d'apprentissage (ou à toute autre expérience), il acquerra des éléments d'information nouveaux ; certains éléments de la première expérience seront reproduits ou valides ; d'autres seront contredits.

... Nous découvrons aujourd'hui qu'un grand nombre de prémisses qui sont profondément intégrées à notre mode de vie sont complètement fausses, et que, renforcées par la technologie moderne, elles deviennent même pathogènes. » (tome II p. 260-261).

Pour ***Bateson,*** l'apprentissage ne se fait pas de façon linéaire (type stimulus-réponse) mais de façon circulaire par rétroaction entre le sujet et son environnement. Il met en particulier en évidence les effets de contexte qui produisent des modifications dans la conduite du sujet. Il formule l'hypothèse qu'en même temps que s'acquiert un savoir ou un savoir-faire a lieu un processus qui facilite l'acquisition même du savoir. On apprend à apprendre. Pour désigner ce type d'apprentissage de degré supérieur, ***Bateson*** a forgé le concept de **« deutéro-apprentissage »**.

« Nous pourrions dire que le sujet apprend à se diriger vers certains types de contextes ou qu'il acquiert une perception (insight) maîtrisée des contextes qui ont trait à la résolution des problèmes... »

C'est dans ce cadre de l'importance du contexte que nous majorons les communications relatives aux mathématiques. Le but étant, entre autres, d'éviter un hiatus entre contexte et métacontexte de telle sorte que la pratique réelle des recherches mathématiques ne s'avère pas en contradiction avec le dire sur la nature même du domaine.

Cette interrogation épistémologique relève-t-elle de l'école primaire? Nous pensons que oui.

Pour étayer cette affirmation nous pouvons apporter deux arguments :

– ne pas sous-estimer les capacités de réflexion des enfants de cours moyen ;

– les enfants qui « réussissent en mathématiques » mobilisent en acte une conception des mathématiques qui donne sens à leur activité. ***(cf. travaux de S. Baruck ou de Jaulin. Manoni. Travaux de l'IREM sur le problème de « l'âge du capitaine ».)***

C) Les confrontations

Il ne peut y avoir de travail individuel sans confrontation au collectif.

Nous pensons en outre qu'il ne peut y avoir de confrontation fructueuse sans que chaque individu du groupe ait opéré sur la situation traitée. Ceci nous semble justifier que pour un groupe de référence (CM1 ou CM2) une recherche soit traitée collectivement.

1) Sur quoi portent-elles ?

– sur les procédures de résolution,

– sur les modes de représentation et d'écriture de ces solutions,

– sur la validation, etc.

2) Comment fonctionnent-elles ?

Organisation spatiale : les enfants sont disposés en un demi-cercle face au tableau. Les autres sont en travail individuel.

Les outils : le tableau, la craie, les recherches. Nous avons pris conscience que le fonctionnement actuel doit être amélioré. En particulier, faute d'épiscope, la présentation de la recherche individuelle nécessite actuellement d'être recopiée au tableau, ce qui présente trois inconvénients :

– perte de temps,

– une contrainte qui n'est pas liée au travail mathématique,

– le mode oral dominant ne permet pas à tous les enfants de bénéficier de l'ensemble des échanges.

Nous pensons introduire des moments de confrontation en groupe restreint dont la tâche serait, sur papier affiche par exemple, de présenter une première analyse de leur travail.

D) Gérer différemment le temps

Notre volonté de prendre en compte les demandes et représentations des enfants dans un souci d'autoconstruction nous oblige à repenser notre travail dans une nouvelle temporalité. Nous ne pouvons plus opérer un découpage du temps du type de celui qui fonctionne dans un manuel.

Cette forme de travail nécessite donc, si l'on veut éviter la pression de l'enseignant et de l'institution, une refonte de l'ensemble des concepts travaillés afin de dégager dans l'ensemble des grands champs conceptuels quelques idées forces qui, traitées de façon cohérentes, vont nous permettre de couvrir l'ensemble du programme défini dans les Instructions officielles (cf. grille d'objectifs pour 1990-91 et pour 1991-92.

Conclusion

A ce moment de nos travaux, il nous apparaît que la mise en œuvre de cette démarche a eu d'abord pour conséquence la dédramatisation des séances de mathématiques pour quelques enfants et le plaisir pour tous.

Ces deux effets ne seront pas considérés par nous comme les moindres.

Nous sommes conscients que ce type de démarche peut donner lieu à des dérives de type formaliste, d'autant que notre compte-rendu, centré essentiellement sur les contenus mathématiques, fait difficilement apparaître l'engagement sensible des enfants dans leur travail de recherche.

En ce qui nous concerne, la créativité dans le domaine mathématique doit faire écho à celle qui est en œuvre dans d'autres formes d'expression : texte libre, arts plastiques, etc. Il n'y a pas pour nous, antinomie entre une formation à la pensée critique et le développement de l'imagination.