

# Essai de modélisation de la recherche mathématique

## Les étapes d'une recherche

Schéma expérimenté		Schéma rectifié
<b>Caractérisation</b>	Group.	
<p><b>I. Élaboration et mathématisation d'une situation recherche.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Émergence</b> (entretien, correspondance ...)</li> <li>• <b>Traitement empirique</b></li> <li>• <b>Confrontation</b> : ayant pour but la constitution d'une situation prototypique</li> <li>• <b>Traitement et variations (individuel)</b></li> <li>• <b>Confrontation</b></li> </ul> <p>– communication des modes de résolution des questions initiales (démarches, calculs, solutions...);</p> <p>– communication des variantes (données, questions).</p> <p>= comparaison et validation des procédures</p> <p>= codage : première mise au point concernant l'écriture (de la question des représentations symboliques).</p> <p style="text-align: center;">FICHE GUIDE</p>	<p>C</p> <p>I</p> <p>C</p> <p>I</p> <p>C</p>	<p>I et C :</p> <p>Recherche dans les expériences mathématiques antérieures de situations isomorphes.</p> <p>Identification et contre-exemple.</p>
<p><b>II. Mise à jour de l'outil de résolution</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Variations sur la situation</b></li> <li>• <b>Confrontation</b></li> </ul> <p>– mise à jour de l'outil de résolution (toujours en référence à la situation recherche). <i>Exemple</i> : l'opérateur dans le tableau de proportionnalité.</p> <p>– analyse des erreurs.</p> <p>Émergence des problèmes d'utilisation de l'outil.</p> <p style="text-align: center;">FICHE GUIDE</p>	<p>I</p> <p>C</p>	
<p><b>III. Élaboration des propriétés spécifiques de l'objet mathématique</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Mise en évidence</b></li> </ul> <p>– des conditions d'existence (du domaine de définition)</p> <p>– d'une structure mathématique (exemple : structure de groupe)</p> <p style="text-align: center;">FICHE GUIDE</p>	<p>C</p> <p>et</p> <p>I</p> <p>(allems)</p>	<p>Prise de conscience de la nécessité d'une validation non empirique des règles et théorèmes élaborés</p> <p>Elaboration du concept de démonstration.</p> <p>Invention de nouvelles situations permettant de faire fonctionner les nouveaux objets mathématiques.</p>
<p><b>IV. Brevet</b></p>	<p>I</p>	

## Remarques

### 1) Pas de dictature de l'opérateur

Ce schéma théorique n'implique pas l'imposition normative d'une procédure unique de résolution des problèmes. Il n'invalide pas le cheminement des individus. Les procédures utilisées par les enfants, qui correspondent à un moment donné à leur niveau d'opérativité, ne sont pas nécessairement déclassées par la découverte d'une procédure nouvelle.

– Le but est de prouver. La confrontation suppose l'acceptation par tous de la règle suivante :

« toutes les procédures sont acceptables à condition qu'elles présentent une cohérence interne et qu'elles s'avèrent pertinentes pour résoudre le problème en cours. »

Corollaire : « **l'examen de certaines erreurs est profitable à tous.** »

C'est le principe même du débat rationnel.

L'enjeu de la confrontation n'est donc pas la maîtrise rhétorique. L'explicitation (orale et écrite) des raisonnements utilisés est posée comme exigence pour la validation des résultats des problèmes examinés.

– Une procédure bien maîtrisée (ancienne dans l'acquisition), efficace dans un champ restreint, n'est pas nécessairement déclassée par l'enfant (principe d'économie). Le critère habituel de « rapidité » utilisé largement par les enseignants du primaire pour forcer l'adoption d'une procédure nouvelle n'est jamais requis au cours du débat tel que nous le pratiquons.

En effet, critère externe à la logique d'acquisition conceptuelle, celui-ci s'appuie entièrement sur l'imposition.

La modification des modes de résolution des situations-recherche par recours au concept-outil nouveau suppose pour nous la compréhension de l'objet des mathématiques.

### 2) Il faut savoir finir une recherche

Assurer la cohérence pour l'enseignant (et ses visées propres) et pour les enfants est difficile.

La complexité des composantes de l'apprentissage conceptuel est telle que toute recherche particulière (centrée sur un concept) fait apparaître par le jeu des confrontations entre enfants des types d'erreurs, de tâtonnements, de questions qui nécessitent des mises au point parfois longues.

Si les erreurs classiques associées à la construction du concept de référence s'avèrent des aides à l'élaboration des connaissances nouvelles, il apparaît nécessairement des erreurs qui relèvent d'incompréhension en « aval ». Exemple : le concept de nombre, le système de numération de position, l'équivalence d'écritures numériques, etc. Le traitement des questions sous-jacentes s'avère souvent indispensable.

Le schéma que nous proposons indique donc un cheminement didactique de référence pour « boucler » au mieux une recherche particulière sachant que des problèmes non résolus resurgiront ultérieurement pour trouver une solution.

L'organisation des recherches sur l'année doit assurer une cohérence globale (traitement et articulation des concepts majeurs du programme; cf. organigrammes Annexes) tout en préservant la possibilité de retour en arrière.