

# Produire des mathématiques au cycle III

Comment faire pour que les enfants produisent naturellement des mathématiques comme ils produisent de la langue, du dessin, de la musique ? Et comment organiser ensuite les apprentissages instrumentaux à partir de leurs productions ? Dominique Tibéri nous présente le résultat d'un échange entre les élèves de sa classe et Catherine Paquin, professeur de didactique des mathématiques en IUFM.



## Un déclencheur

Cette expérience est le fruit de plusieurs circonstances :

- Le congrès de Rennes de l'ICEM, riche en rencontres, expos, trucs...
- Des discussions dans le groupe départemental 54, sur la recherche mathématique.

– La collaboration de Catherine Paquin, professeur en didactique des mathématiques à l'IUFM de Lorraine.

– Les témoignages de pratiques rencontrés dans différentes publications de l'ICEM.

Depuis quelques temps, ce que je proposais aux enfants en maths

ne me satisfaisait plus. Certes les ateliers de physique-techno, la vie coopérative ou bien encore les « Quoi de neuf ? » fournissaient suffisamment de situations pour alimenter nos préoccupations mathématiques. Mais un vague sentiment de mécontentement revenait sans cesse déranger la tranquillité de mes certitudes pédagogiques.

Comme on sait très bien que les enfants ne se mettent pas à produire comme par magie, je savais pertinemment que leur posture de recherche n'émergerait pas en une séance. Il me fallait trouver un « déclencheur », une proposition qui enclencherait un processus à long terme. La première proposition fut donc :

Faites des recherches avec les dix chiffres :

0 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9



Certains enfants eurent du mal à entrer d'emblée dans la recherche. Situation nouvelle ? Manque de désir ? Manque d'outils intellectuels pour tâtonner ? Cependant, il y eût tout de même quelques propositions. Et comme souvent en pédagogie Freinet, le moteur fut les présentations à la classe. Voici quelques « trouvailles ».

Loïc et Renaud

Dans les chiffres 0 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9  
Seuls 1, 2, 3, 5, 7 ne se divisent que par un et par eux-mêmes.

Les questions de la classe :

Que fait-on de 0 ?

Est-ce que  $0 : 0 = 1$  ?

Les premières « trouvailles » sont alors écrites dans notre cahier de maths et portent le nom de leurs « découvreurs ». Ainsi :

Loi de Renaud n° 1 :

$40 \times 365$ , c'est pareil que  $365 \times 40$ .  
Ca marche pour tous les nombres.

Loi de Sarah et Nassira :

Les nombres pairs se terminent par 0, 2, 4, 6, 8  
Les nombres impairs se terminent par 1, 3, 5, 7, 9

Si je divise un nombre pair par 2, j'obtiens un nombre entier.

Si je divise un nombre impair par 2, j'obtiens un nombre décimal.

Au cours d'une deuxième séance, je leur demande d'utiliser, en plus



des dix chiffres, les signes opératoires +, -, x. Les lois suivantes apparaissent :

Loi de Loïc et Renaud :

$2 \times 3 = 6$  : pair x impair = pair

$2 \times 2 = 4$  : pair x pair = pair

$3 \times 3 = 9$  : impair x impair = impair

Loi de Théo et Benjamin :

L'addition peut se faire dans les deux sens :

$a + b = b + a$

Faire une recherche, c'est mettre des nombres en relations.

On peut utiliser les signes +, -, x, :

On propose sa recherche à la classe. La classe doit vérifier si ça marche tout le temps.

Ça ne marche pas, on trouve un contre-exemple.

Ça marche, on essaie de généraliser.

# DOSSIER

Ainsi, le travail d'Alessandro, après travail en collectif de la classe deviendra :

loi d'Alessandro

$$1^2 = 1 \times 1 = 1$$

$$1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$$

$$1^4 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$$

$$\vdots$$

$$1^{10} = \underbrace{1 \times 1 \times 1 \dots \times 1}_{10 \text{ fois}} = 1$$

$$1^m = \underbrace{1 \times 1 \times 1 \dots \times 1}_m = 1$$



$100 : 2 = 50$	$50 \times 2 = 100$
$200 : 4 = 50$	$50 \times 4 = 200$
$300 : 6 = 50$	$50 \times 6 = 300$
$400 : 8 = 50$	$50 \times 8 = 400$
$500 : 10 = 50$	$50 \times 10 = 500$
$600 : 12 = 50$	$50 \times 12 = 600$
$700 : 14 = 50$	$50 \times 14 = 700$
$800 : 16 = 50$	$50 \times 16 = 800$
$900 : 18 = 50$	$50 \times 18 = 900$

~~est l'inverse~~  
 C'est l'inverse en multiplication. Et la multiplication c'est l'inverse de la division.

Après quelques séances, certains enfants souhaitent effectuer leurs propres recherches, ils ont une idée qu'ils aimeraient explorer. A l'image du texte libre, c'est peut-être ce moment là que les enfants entrent réellement dans la recherche libre en mathématique. Ainsi, au mois de novembre, Sarah nous proposera le travail ci-contre.



## Une lecture « mathématique » des recherches des enfants

A la fin du premier trimestre, notre cahier de recherches mathématiques commençait à être riche d'expériences, de trouvailles, de questions sans réponses. Nous avons envoyé notre premier cahier à Catherine Paquin, professeur de mathématiques à l'IUFM. La lecture attentive de nos travaux et un courrier de sa part permettront à la classe de rebondir sur ses propres recherches.

## BONJOUR À TOUS !

Dominique m'a montré vos recherches. Bravo pour votre travail et pour vos découvertes.

Voici les commentaires que m'inspirent certaines de vos lois :

### Loi de Renaud n°1 et loi de Theo et Benjamin :

Vous avez sans doute remarqué que ces deux lois disent la même chose : « On peut faire l'opération dans les deux sens, le résultat est le même. » Peut-être savez-vous que cette propriété a un nom scientifique : « la commutativité ».

Alors : la soustraction et la division sont-elles aussi des opérations commutatives », comme l'addition et la multiplication ?

### Loi d'Alessandro :

Tu as utilisé une lettre « n » pour désigner n'importe quel nombre, c'est bien ! c'est ce qu'on appelle un « paramètre » (encore un nom scientifique !) En effet  $1^n$ , quelle que soit la valeur donnée à n est toujours égal à 1.

Par exemple :  $1^{853} = ?$   $1^{32746} = ?$  et

Et  $10^n$  ? est-ce qu'on peut savoir à quoi c'est égal ?

Tu peux essayer de chercher, comme tu l'as fait pour 1.

### Loi de Sarah :

Cette loi est tout à fait intéressante. On peut trouver beaucoup d'autres types de divisions qui donnent « toujours le même résultat ».

Vous l'avez fait pour 50. C'est bien !

Il serait intéressant de continuer cette recherche... (Vous pouvez partir d'une division quelconque. Comment fabriquer d'autres divisions qui donnent le même résultat ?)

### Loi de Loïc et Renaud :

D'accord pour la multiplication et les nombres pairs et impairs.

Pour la division : en effet le problème est un peu plus compliqué parce que quand on divise un nombre entier par un nombre entier, on n'obtient pas toujours un nombre entier ! et les notions de « pair » et « impair » ne sont valables que pour les entiers. Alors le problème est le suivant :

$P : I ?$ 

- le résultat n'est pas entier alors : rien à dire !
- le résultat est entier et alors dans ce cas : est-il pair ou impair ?

On peut aussi chercher avec l'addition ( $P + P ? I + I ? \dots$ ) et la soustraction.

J'espère que vous allez continuer vos recherches et que j'aurai bientôt le plaisir de découvrir vos nouvelles lois.

A bientôt !

Catherine Paquin

Mais au-delà de l'apprentissage des mathématiques, le fait le plus significatif sera l'histoire de Nina. Arrivée en CM1, elle dit détester les maths. Comme beaucoup d'enfants en cycle 3, elle a déjà subi cette sorte de fatalité sociale qui sélectionne à l'école les littéraires et les scientifiques. Pourtant, lors d'un entretien, elle révélera que sa frilosité vis-à-vis des maths n'est en rien liée à la discipline pour elle-même, mais que ses résistances aux maths sont plutôt en relation avec le temps.

## Entretien avec Nina

**Dominique :** Nina, j'aimerais que tu me dises quels sont les moments de classe que tu préfères ?

**Nina :** ben, recherche doc j'aime bien...

**Dom :** tu peux me préciser ce que tu aimes dans recherche doc.

**Nina :** ben, parce que j'aime bien faire des exposés...

**Dom :** oui tu dis j'aime bien, qu'est-ce que tu aimes ?

**Nina :** parce que j'aime bien faire de la recherche, heu... dans les documents...

**Dom :** c'est quoi faire de la recherche pour toi ?

**Nina :** heu ... j'sais pas.

**Dom :** tu sais pas ! et est-ce que c'est un moment où tu as l'impression d'apprendre quelque chose ?

**Nina :** oui...

**Dom :** ....

**Nina :** ben, comme des fois y'a des... quand j'fait des exposés par exemple sur des animaux...

.../...

ben quand, je sais pas quelque chose ben, c'est dans l'document donc heu, j'l'apprends...

**Dom :** et, est-ce que tu as l'impression que la recherche doc c'est... c'est plus une activité de détente ou est-ce que dans la classe tu penses que c'est un moment important ?

**Nina :** ben heu... un peu de détente et important aussi.

**Dom :** alors pourquoi les deux en même temps ?

**Nina :** ...

**Dom :** qu'est-ce qu'est pas une activité de détente dans la classe ?

**Nina :** ah moi, pour moi c'est le calcul mental...

**Dom :** et tu vois d'autres choses ?

**Nina :** ...

**Dom :** est-ce qu'il y a d'autres activités que tu aimes faire pendant la classe ?

**Nina :** oui, arts plastiques et recherche maths.

**Dom :** recherche maths ! alors c'est bizarre tu disais tout à l'heure que...

**Nina :** oui parce que en calcul mental il faut chercher vite et en recherche maths on a plus de temps pour chercher...

Nina aime la recherche mathématique parce qu'on peut prendre son temps. Sa plus belle preuve en sera sa recherche libre sur la table du 9.

### Dominique Tibéri

Instituteur, maître formateur  
École des Trois-Maisons, Nancy.  
Groupe départemental 54

Dans la table du 9 il y a trois trucs pour l'apprendre :

1: Si on additionne les deux chiffres du résultat on obtient toujours 9:  $9 \times 1 = 9 \rightarrow 0 + 9 = 9$

$9 \times 2 = 18 \rightarrow 1 + 8 = 9$   
 $9 \times 3 = 27 \rightarrow 2 + 7 = 9$   
 $9 \times 4 = 36 \rightarrow 3 + 6 = 9$   
 $9 \times 5 = 45 \rightarrow 4 + 5 = 9$   
 $9 \times 6 = 54 \rightarrow 5 + 4 = 9$   
 $9 \times 7 = 63 \rightarrow 6 + 3 = 9$   
 $9 \times 8 = 72 \rightarrow 7 + 2 = 9$   
 $9 \times 9 = 81 \rightarrow 8 + 1 = 9$   
 $9 \times 10 = 90 \rightarrow 9 + 0 = 9$

2: Dans le résultat le chiffre des dizaines est égal au multiplicateur moins un ex:  $4 \times 4 = 36$   
 $4 - 1 = 3$

3: Dans l'ordre les dizaines du résultat suivent en augmentant de 1, et les unités en baissant de 1 ex:  $9 \times 6 = 54$   $7 - 1 = 6$   
 $9 \times 4 = 36$   $2 + 1 = 3$

